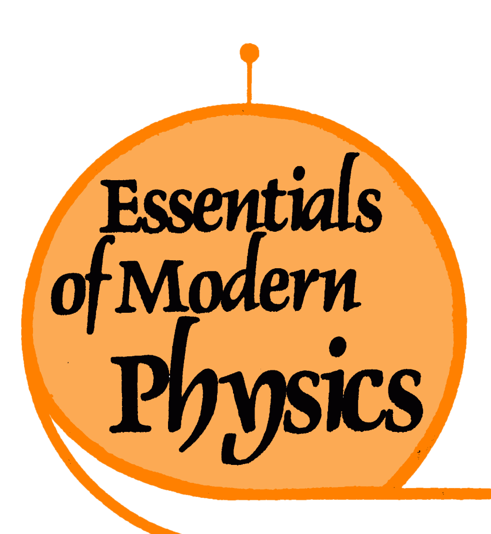




VIRGILIO ACOSTA
CLYDE L. COWAN
B. J. GRAHAM



В. Акоста
К. Кован
Б. Грэм

ОСНОВЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ

Перевод с английского
В. В. ТОЛМАЧЕВА
и В. Ф. ТРИФОНОВА

Под редакцией
доктора физ.-мат наук, профессора
А. Н. МАТВЕЕВА


МОСКВА «ПРОСВЕЩЕНИЕ»
1981

ББК 22.38
А40

Рецензенты:
чл.-корр. АПН СССР, профессор *В. Г. Разумовский*
и кандидат физ.-мат. наук, доцент *Л. В. Тарасов*

Акоста В. и др.
А40 Основы современной физики / В. Акоста, К. Кован, Б. Грэм
Пер. с англ. В. В. Толмачева, В. Ф. Трифонова; Под ред
А. Н. Матвеева. — М.: Просвещение, 1981. — 495 с., ил.

В книге в популярной форме излагаются вопросы атомной физики, физики атомного ядра и элементарных частиц, а также все наиболее существенные достижения современной атомной физики

Для учителя физики средней школы особую ценность представляют описания важнейших опытов и приборов, которые вошли в историю современной физики, а также помещенные после каждой главы упражнения.

А $\frac{60501-661}{103(03)-81}$ 131—81 4306011100

**ББК 22.38
530.4**

Предисловие редактора перевода

Под современной физикой авторы книги понимают те ее разделы, которые возникли и развились в XX столетии преимущественно в течение последних шестидесяти лет. Само собой разумеется, это не означает, что остальные разделы физики не являются современными или в каком-то смысле устарели. Например, электромагнитная теория Максвелла — одно из величайших творений человеческого духа — как в настоящее время, так и во все будущие времена будет, безусловно, современной физикой той области явлений, которую она описывает. Аналогичная ситуация существует и в других областях явлений, теории которых по праву получили название классических, а их авторы обычно именуются классиками науки.

По своему объему разделы, о которых идет речь в этой книге, составляют весьма значительную часть всей физики; многие их творцы — наши современники и живут среди нас. Это наглядно свидетельствует о быстроте научного и технического прогресса в наш век.

В школьных программах по физике, а также в программах по общей физике в вузах, за исключением физических факультетов университетов, этой части физики уделяется меньше внимания в сравнении с тем значением, которое она имеет в физике как науке. Этому есть ряд причин, в обсуждение которых нет необходимости вдаваться. Но вывод из этого бесспорен — необходимо постоянно расширять и улучшать преподавание этого круга вопросов и способствовать ознакомлению с ними возможно более широкой аудитории читателей. Именно этому и служит настоящая книга.

Авторы являются высококвалифицированными специалистами по рассматриваемым вопросам, а один из них — К. Кован (Коуэн — в фонетической транскрипции) приобрел мировую известность как соавтор эксперимента по детектированию нейтрино. Авторы имеют большой опыт педагогической деятельности, что позволило им без привлечения сложного математического аппарата ясно изложить физическую сущность экспериментальных фактов и понятий современной физики.

Учителя физики средних школ могут использовать книгу для подготовки занятий по соответствующим вопросам школьной программы. Бóльшая часть книги вполне доступна учащимся старших классов средней школы, желающим расширить свое знакомство с современной физикой.

При переводе исправлены замеченные опечатки и в необходимых случаях сделаны примечания.

А. Н. Матвеев

Часть I

ПРОСТРАНСТВО И ВРЕМЯ

Вся совокупность физических явлений не дает никаких оснований для введения понятия абсолютного движения. Или коротко, но не совсем точно: абсолютного движения не существует.

Альберт Эйнштейн

И вот пришел Эйнштейн и нарушил спокойствие. Он провозгласил в 1905 г., что вообще нет такого понятия, как абсолютный покой. После этого все зашаталось.

Стефан Лекок

Теория относительности Эйнштейна избавила физическую науку от необходимости введения понятий абсолютного движения и абсолютного времени. Его теория не упражнение в математической абстракции. Вместе с результатом важного эксперимента Майкельсона — Морли, в котором предпринималась попытка обнаружения движения светоносного эфира, она заставила физиков переосмыслить все основные понятия физической науки. Ряд дорогих принципов пришлось отбросить, другие оказалось необходимым пересмотреть. Некоторые же принципы и законы устояли перед испытаниями, которым подвергла их теория относительности Эйнштейна.

Глава 1

ПРОСТРАНСТВО И ВРЕМЯ

Георг Фридрих Бернард Риман
(1826—1866)

Родился в Ганновере (Германия). Был учеником К. Ф. Гаусса, а позже стал профессором математики Геттингенского университета, в котором защитил докторскую диссертацию. Риман обобщил геометрию Николая Лобачевского и Яноша Больяй, развив неевклидову геометрическую систему, основанную на постулате, запрещающем существование параллельных линий. Его теория о том, что пространство не обязательно должно быть однородным, была положена в основу так называемой римановой геометрии. Последняя используется в современной теоретической физике в общей теории относительности Эйнштейна.

1.1. Физический вакуум

Повседневный мир, в котором мы живем, предстает перед нами в виде необъятного скопления предметов и событий; все они заключены в трехмерном пространстве. События воспринимаются нами в непрерывной временной последовательности — одно событие служит причиной другого, а это в свою очередь причиной третьего и т. д. Иногда все эти повседневные наблюдения физики резюмируют словами: наш реальный мир «погружен в 3 + 1-мерное многообразие», называемое *пространством-временем*. Цель этой книги — рассказать о повседневном мире физических явлений и ознакомить читателя с законами природы, которые помогают нам упорядочить и должным образом описать пространство-время. Исследуя пространство-время, мы лучше понимаем окружающий нас мир.

Прежде чем приступить к рассмотрению предметов и событий, прежде всего надо получше разобраться с самим пространством-временем. Пространство-время лежит в существе самых глубоких вопросов, на которые пытаются ответить физики.

Для обыденных представлений вакуум — это пространство, которое абсолютно ничего не содержит: ни частиц, ни атомов, ни молекул. Не так, однако, представляют вакуум физики. Чтобы пояснить это, обратимся к мысленному эксперименту. Та определенная последовательность событий, которую мы сейчас будем описывать, не может быть реализована в виде одного эксперимента, однако по частям этот эксперимент все же может быть осуществлен в лаборатории.

Итак, рассмотрим абсолютный вакуум в объеме идеального сосуда с идеально отражающими стенками, сделанными из самого лучшего изолирующего материала, которым мы только располагаем. Пусть в этом сосуде мы не регистрируем никаких частиц или излучения, так что на первый взгляд представляется, что мы имеем дело с пустотой, которая не содержит в себе абсолютно ничего.

Наш эксперимент начнем с того, что впустим порцию света (электромагнитного излучения) в этот сосуд с вакуумом через очень маленькое окошко, сделанное в стенке сосуда. Хотя небольшая часть света выйдет обратно из окошка, бóльшая его часть проникнет в сосуд. Будем теперь пропускать через отверстие порции все более и более синего, т. е. коротковолнового, света. Вскоре мы обнаружим, что цвет выходящего из окошка света изменился: выходящий из окошка свет становится еще более синим, т. е. более коротковолновым, чем падающий. Это указывает на то, что *температура вакуума внутри сосуда повышается*. Таким образом, мы убеждаемся, что вакуум можно нагреть.

Чтобы выяснить, насколько горячим может быть вакуум, будем посылать в наш идеальный сосуд все больше и больше порций все более синего излучения так, чтобы количество излучения, попадающего в сосуд, было больше количества излучения, выходящего обратно из окошка. Тогда в некоторый момент времени один какой-нибудь

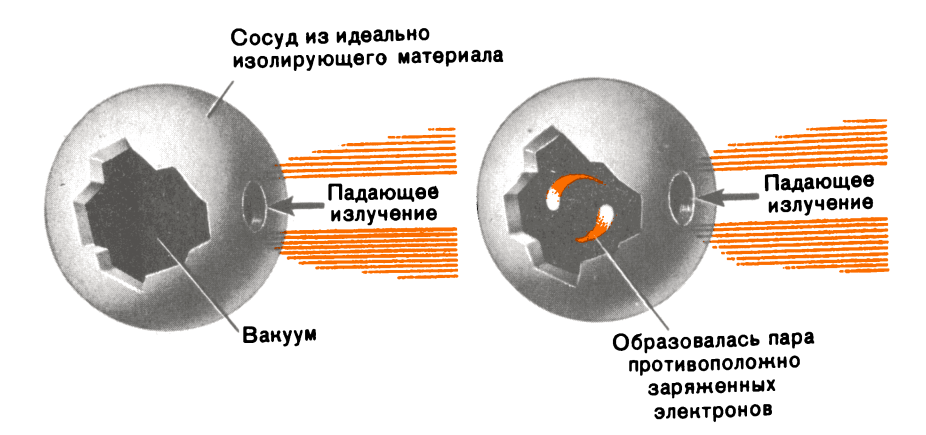


Рис. 1.1

фотон света внутри объема сосуда столкнется с другим фотоном и появятся два электрона (рис. 1.1) — образуется электронная пара. Один из электронов заряжен отрицательно, а другой — положительно. Пустой вакуум перестал быть пустым! Теперь уже *вакуум содержит две частицы — два электрона*[1].

Откуда взялись эти два электрона? Их ведь не было в порции падающего света, хотя энергию эти электроны получили, конечно, от света, попавшего в сосуд. Электроны — частицы, которые очень отличаются от фотонов, образующих свет. Фотоны — представители семейства частиц, называемых *бозонами*. Электроны — представители семейства частиц, называемых *фермионами*. Они несут электрический заряд и еще один заряд, называемый *лептонным числом*. Электроны имеют массу, которая не равна нулю даже в том случае, когда электрон останавливается. Фотон не переносит никаких зарядов; если остановить фотон, то он перестанет существовать. Его масса покоя равна нулю.

Физики не могут сказать, что им известен ответ на вопрос, откуда взялись эти два электрона. Они полагают, однако, что указанные электроны всегда находились в сосуде в каком-то «виртуальном» состоянии и возможность их «детектировать» возникает только после момента столкновения двух световых фотонов, в котором образовались указанные два электрона. Вакуум мы мыслим себе как «состояние» пространства-времени, которое не содержит никаких регистрируемых физическими приборами частиц, а то, что у нас те-

---

[1] Здесь и далее авторы используют термин «электрон» не совсем обычно. Они говорят об электроне как о единой элементарной частице, способной находиться в собственно электронном и позитронном состоянии, т. е. они считают электрон и позитрон одной частицей. Позитроны, таким образом, авторы тоже называют электронами. Они говорят поэтому об электронной паре, а не об электронно-позитронной паре. Последний термин широко распространен в литературе на русском языке. — *Прим. ред.*

перь получилось, мы представляем уже как «возбужденное состояние» пространства-времени, «которое имеет два электрона». Другими словами, мы утверждаем, что определенного рода воздействие на вакуумное состояние приводит к рождению из пустоты двух электронов, реально, а не виртуально существующих в виде частиц.

Хотя и мала вероятность, что эти два электрона когда-либо столкнутся друг с другом, все же это может случиться. Один электрон положительный, другой — отрицательный; между ними *существует глубокое различие, но в то же время они очень похожи друг на друга*. Если эти разные электроны столкнутся, то произойдет обратный переход вакуума в «вакуумное состояние», т. е. два электрона исчезнут, а вместо них появятся два фотона. Обычно этот переход называют *аннигиляцией вещества с антивеществом*. Мы снова можем спросить: откуда появились новые фотоны? Существовали ли они раньше в сосуде в каком-то «недетектируемом» состоянии?!

Но вернемся к двум электронам, находящимся теперь в сосуде вместе с излучением, которым он заполнен. Предположим, что они не сталкиваются на протяжении некоторого времени, в течение которого все больше и больше порций синего излучения попадает в сосуд через окошко. Непрерывный процесс все большего числа столкновений фотонов друг с другом приведет к образованию все большего числа электронных пар, а вследствие столкновения фотонов с электронами эта система электронов нагреется, что в свою очередь вызовет образование новых электронных пар. Так как излучение продолжает поступать в сосуд, его содержимое становится все горячее и горячее, пока наконец какой-то фотон не столкнется с каким-нибудь электроном и не будет рождена отрицательно-положительная мюонная пара. И снова в вакууме возникнет нечто новое в виде этих двух мюонов. Мюонные пары существенно отличаются от электронных пар, уже содержащихся в сосуде. А именно мюоны в отличие от электронов нестабильны.

.Если теперь дальше продолжать описанным выше способом нагревать вакуум в сосуде, посылая через окошко все больше и больше порций все более синего излучения, количество которого превышает количество излучения, возвращающегося обратно через это окошко, то внутри нашего идеального сосуда начнут образовываться частицы, называемые *π-мезонами* или *пионами*. И еще одно новое появится в сосуде — мощные ядерные силы; они будут связывать пионы друг с другом. Пионы отличаются как от мюонов, так и от электронов. При еще большем нагревании сосуда в нем начнут образовываться *протон-антипротонные* и *нейтрон-антинейтронные* пары, и таким образом в конце концов мы будем иметь в нашем сосуде все необходимое для построения атомных ядер.

Снова можно спросить: «Откуда взялись все эти частицы?» И физик ответит: «Из *виртуальных* состояний в вакууме», что, естественно, вызовет следующий недоуменный вопрос: «А был ли вакуум в самом начале пустым?» На последний вопрос нужно отвечать так. Если мы действительно наблюдаем образование частиц из вакуума,

то он определенно не был пуст. Если появление в вакууме пар частиц и античастиц относить именно к свойствам вакуума, то разумно заключить, что вакуум буквально «напичкан» электронами, мюонами, пионами, протонами, нейтронами, а также и другими частицами, которые могут родиться в нем, если мы будем продолжать его непрерывно нагревать. Таким образом, мы можем заключить, что вакуум не только имеет определенную температуру, но и содержит невообразимо плотно упакованный ассортимент всех частиц, существующих в природе. Определенно это не абсолютное ничто![1]

Как мы уже сказали, с появлением протонов и нейтронов в сосуде, в котором уже находились электроны, мы имеем в нем весь необходимый материал для построения атомов и молекул всех известных химических элементов и их соединений (т. е. обычного вещества). Следует учесть, однако, что, помимо процессов образования атомов и молекул химических элементов и соединений, в сосуде будут происходить многочисленные столкновения частиц и античастиц, сопровождающиеся их аннигиляцией с рождением фотонов. Когда, наконец, установится равновесие между веществом, антивеществом и электромагнитным излучением, в сосуде окажутся все необходимые компоненты, из которых построена наша Вселенная. Образовавшиеся в сосуде частицы будут при этом идентичны с частицами, имеющимися где-либо во Вселенной[2]. Электроны и протоны, присутствующие в сосуде, будут идентичны электронам и протонам, из которых, например, состоят древние горы или самые удаленные от нас звезды и галактики.

Итак, мы заключаем, что пространство содержит в себе богатый ассортимент всех известных частиц и что эти частицы переводятся в «детектируемое» состояние с помощью электромагнитного излучения (света). Таким образом, можно сказать, что физический вакуум — это вовсе не пустота, а нечто очень реальное!

---

[1] Сказанное не следует понимать слишком буквально. Изложенный в тексте мысленный эксперимент доказывает, что вакуум не абсолютное ничто, а является физическим фактором, участвующим в физических процессах. Однако этот эксперимент не доказывает, что вакуум «содержит невообразимо плотно упакованный ассортимент всех частиц, существующих в природе». Например, в жидкости или газе могут быть возбуждены различные волны всевозможных частот. Однако отсюда нельзя сделать вывод, что жидкость или газ содержат в себе невообразимо плотно упакованный ассортимент волн.

Вопрос о структуре вакуума, которая при определенных условиях проявляется в виде частиц, в настоящее время не решен и составляет содержание одного из важнейших научных направлений в теории элементарных частиц. — *Прим. ред.*

[2] Это утверждение не совсем точно. Дело в том, что в сосуде будет содержаться как вещество, так и антивещество примерно в одинаковых количествах. Во Вселенной же практически существует только вещество. Некоторые ученые выдвигают предположение, что какие-то отдаленные галактики состоят, возможно, из антивещества, но это в настоящее время не доказано, хотя и известны принципиальные возможности проверки такого предположения.

Вопрос о том, почему во Вселенной содержится только вещество, является загадкой, на которую современная наука не в состоянии дать удовлетворительного ответа. — *Прим. ред.*

1.2. Зеркальное отражение в пространстве-времени

В нашем рассмотрении физического вакуума мы упомянули о веществе и антивеществе. Прервем наше изложение и поговорим немного об этом интересном физическом явлении. Мы сказали уже, что античастица противоположна частице и в то же время обе они очень сходны друг с другом.

Возьмем какой-нибудь предмет, поместим его перед плоским зеркалом и предположим, что мы можем одновременно видеть как сам предмет, так и его отражение в зеркале. По внешнему виду предмет и его отражение очень походят друг на друга, но они обратны друг другу в том же смысле, как левая рука обратна правой. На изображении будет то же распределение света, тени и цвета, как и на самом предмете, однако все мы будем видеть в *обратном* порядке.

Пусть теперь у нас имеется предмет с некоторым распределением электрического заряда на нем, а зеркалом будет служить хорошо отполированная поверхность меди. Снова оптическое изображение предмета будет обратным, но теперь можно говорить и об электрическом изображении. В нем распределение электрического заряда в точности повторяет распределение электрического заряда на предмете, но *обратно ему по знаку*. Если, к примеру, *положительный* заряд сконцентрирован на верхней части предмета, то на верхней части изображения будет сконцентрирован *отрицательный* заряд. В описываемой ситуации изображение еще больше похоже на предмет, только оно снова «перевернуто» (рис. 1.2).

Пространство-время в каком-то смысле тоже является чем-то вроде совершенного зеркала — оно «отражает» в себе все свойства фундаментальных элементарных частиц и также обращает каждое из них при отражении. Каждая частица имеет свое «изображение» в этом совершенном зеркале пространства-времени, и любое свойство частицы полностью присутствует в ее изображении, но в обращенном виде. Поэтому совсем неважно, что мы будем называть предметом, а что изображением. Они в точности «подобны», только обращены во всех отношениях.

Зеркало из полированной меди
Заряженное тело
Изображение заряженного тела

Рис. 1.2

Природу, таким образом, можно мыслить как состоящую из невообразимо большого количества разнообразных частиц и равного ему количества античастиц.

Что же происходит, когда предмет подходит близко к «зеркалу» и «сталкивается» со своим изображением? Обра-

тимся к аналогии с оптическим изображением. Предположим, например, что мы видим одновременно лист, висящий на ветке дерева, и его изображение на поверхности спокойного пруда, на берегу которого растет это дерево. Пусть лист отрывается и падает в воду. Тогда изображение листа в воде и лист «столкнутся» в тот момент, когда лист достигнет поверхности воды. Оба они исчезнут, так как лист утонет. Вместо листа и его изображения пойдут круги ряби, распространяющиеся по поверхности воды во все стороны от места «столкновения».

Это только аналогия, к тому же поверхностная. Когда частица и ее античастица сливаются при столкновении, обе они уничтожаются и при этом рождается несколько фотонов электромагнитного излучения, а иногда несколько пионов или других частиц, и все эти частицы очень быстро покидают место их образования.

Может возникнуть вопрос: где «изображение» того конкретного электрона, который находится на кончике моего карандаша? Действительно ли он имеет свое изображение в пространстве-времени? Отвечая на этот вопрос, обязательно следует учесть, что все отрицательные электроны идентичны один другому. Поэтому каждый положительный электрон служит «изображением» любого отрицательного электрона, и наоборот.

Таким образом, **все физические свойства вещества отражаются в пространстве-времени, и это отражение есть антивещество.** Мы должны, однако, отбросить одно свойство, для которого это не так, — свойство быть живым. Его нельзя отразить в пространстве-времени, и, хотя это совершенно очевидное свойство многих объектов окружающей нас природы, живое нельзя рассматривать помещенным «внутрь» пространства-времени в том же смысле, в каком мы считаем помещенными в него физические свойства вещей. Нет никаких свидетельств об «антижизни», можно только говорить об отсутствии жизни.

1.3. Измерение пространства-времени

Даже при самом элементарном обучении естественным наукам нас приучают рассматривать природу в различных аспектах, с помощью таких величин, как *масса*, *энергия*, *сила*, *импульс*, *электрический заряд* и т. д. Важно помнить, однако, что ни одна из этих величин никогда не измеряется в физических экспериментах непосредственно. Нужно твердо понять, что все, что в конечном счете мы измеряем в научных экспериментах, — это *длины пространственных* и *промежутки временных интервалов*. Значения всех остальных физических величин мы получаем только из результатов этих последних измерений. Длины пространственных отрезков можно измерять непосредственно с помощью измерительных стержней (например, с помощью жесткого метра) или же с помощью шкал (например, по показаниям стрелки на шкале прибора).

Другой метод измерения пространственных расстояний состоит в регистрации временных интервалов, требующихся импульсу элек-

тромагнитного излучения для того, чтобы пройти это расстояние в ту и другую сторону. Аналогично расстояниями от одного до другого максимума волны в среде можно измерять временные интервалы. Но чаще, однако, временные интервалы измеряют, замечая последовательные положения часовой стрелки на циферблате часов. Таким образом, измерение интервалов времени сводят к измерениям длин пространственных интервалов. И как мы уже сказали, значение всех величин, с которыми имеют дело в физике, выводится из измерений двух типов указанных интервалов. Поэтому нужно очень хорошо понять методы измерения последних.

Рассмотрим кратко процедуру измерения длины пространственного интервала, скажем, с помощью измерительного метрового стержня. Стержень необходимо расположить вдоль измеряемого интервала так, чтобы нулевой конец стержня совпал с одним из концов интервала, и затем надо заметить число сантиметров, которое с недостатком покрывает измеряемый интервал. Затем следующий сантиметр на измерительном стержне мы должны разделить, скажем, на десять частей. Замечая число десятых долей сантиметра, укладывающихся с недостатком на данном интервале, мы определяем первый десятичный знак его длины. Можно продолжить эту процедуру, деля следующий интервал на измерительном стержне на еще более мелкие части и определяя число частей, укладывающихся на остающемся куске измеряемого интервала, и т. д. А далее нам придется поменять инструмент и перейти от измерительного стержня к микроскопу, затем к интерферометру, пока мы наконец не достигнем действительно предела нашей способности делить следующий интервал длины на части. Окончательным ответом будет десятичная дробь, возможно, с восемью или девятью десятичными знаками.

Когда достигнут предел нашей способности делить остающийся отрезок интервала на части и определять рациональное десятичное число, мы все же предполагаем, что *в принципе* можно изобрести более чувствительный инструмент, чтобы делить оставшийся интервал на еще более мелкие части, потом еще более чувствительный прибор и т. д. до бесконечности. Считается, что длины пространственных интервалов, которые измеряются всегда с помощью *конечного* числа этапов, мы можем измерять с помощью бесконечного числа шагов до тех пор, пока остающийся кусочек интервала не станет «бесконечно малым». Где же мы делаем такое предположение? Оно делается сразу же, когда результаты наших измерений начинают использоваться в качестве числовых значений в формулах дифференциального и интегрального исчисления. *Исчисление бесконечно малых* — это как раз математическая модель, в которой реализуется предположение, которое мы только что сделали.

Таким образом, в физике считают, что пространство-время есть непрерывный континуальный объект. Логически допускается, что можно рассматривать сколь угодно малые интервалы в пространстве-времени (даже бесконечно малые).

Однако мы должны всегда помнить, что нет никакой причины, заставляющей нас рассматривать бесконечно малые интервалы, кроме той, что математически описывать непрерывный континуум проще. Пока что не построено последовательной физической теории, учитывающей дискретность структуры пространства-времени.

1.4. Вещество и пространство-время

Эту главу мы начали с того, что о материальных предметах сказали, что они «погружены» в четырехмерное пространство-время. Это утверждение, если его тщательно продумать, означает, что пространственно-временное многообразие — это просто пассивный фон, в который каким-то образом помещены все материальные объекты. Фактически именно так считали некоторые физики и философы. Пространство рассматривалось как некоторого рода пустое «вместилище», которое служило только местом расположения предметов окружающего мира, в котором они двигались и оказывали взаимные влияния друг на друга.

Однако можно рассматривать все по-другому: считать, что в каком-то фундаментальном смысле существование материальных предметов обязано «геометрии» самого пространства-времени и что вещество — это не более чем одно из свойств всеобъемлющего пространства-времени. Это как раз та точка зрения, которую принял Альберт Эйнштейн в начале XX в. Пытаясь построить общую теорию относительности[1], Эйнштейн постулировал, что наличие физических сил любого вида нужно рассматривать как проявление «кривизны» пространства-времени, которая объясняет ускоренное движение объектов. Все силы в природе, будь то гравитационные, электрические, ядерные и т. д., возможно, просто удобные приемы для описания более сложной ситуации, при которой кривизна пространства-времени обусловливает наличие у тел массы. Идеи общей теории относительности, развитой Эйнштейном, хорошо были резюмированы Эрвином Шредингером (1950): «Основная мысль и конечная цель теории не больше и не меньше, чем следующее: четырехмерный континуум, наделенный определенной геометрической структурой —

---

[1] В общей теории относительности геометрия пространства-времени определяется материей. Поэтому высказанное авторами несколькими строками ранее утверждение о том, что «в каком-то фундаментальном смысле существование материальных предметов обязано «геометрии» самого пространства-времени» и, далее, что «вещество — это не более чем одно из свойств всеобъемлющего пространства-времени», лишено какого-либо основания. В действительности дело обстоит как раз наоборот — само пространство-время и «геометрия» являются проявлениями свойств материи. Уже Аристотель и Платон не допускали внутри Вселенной существования «пустоты» как отличной от материальных тел «сущности». В дальнейшем взгляд на «геометрию» как на проявление свойств материи и ее движения развивался рядом ученых и философов, и в частности Лобачевским и Клиффордом. Свое философское завершение этот взгляд нашел в диалектическом материализме, который рассматривает пространство и время как формы существования материи. Для А. Эйнштейна такой взгляд явился исходной точкой построения общей теории относительности. — *Прим. ред.*

структурой, которая подчиняется определенным чисто геометрическим законам, — является правильной моделью реального окружающего нас мира, развивающегося в пространстве и времени, со всем, что он содержит, и со всеми деталями его поведения, с игрой событий, в нем происходящих».

Это, разумеется, весьма отлично от представления о пространстве-времени просто как о «вместилище» вещей, с которого мы начали эту главу. Выяснить, какая из двух точек зрения на пространство-время и вещество правильная, если, конечно, хотя бы одна из них соответствует действительности, — это одна из самых трудных проблем, с которой столкнулась современная физика. Будущим поколениям физиков еще предстоит эту проблему решить. В этой книге мы хотим помочь будущим ученым начать об этом думать.

1.5. Выводы

Мы показали, что во вполне конкретном физическом смысле вакуум в пространстве-времени нельзя представлять как пустоту, он содержит огромное количество всех известных нам частиц. Эти частицы превращаются в «детектируемые» объекты под действием световых сигналов очень большой энергии или частоты. Кроме того, мы подчеркнули в нашем изложении, что нет никаких причин считать пространство-время бесконечно делимым на все более малые и малые части. Пространство-время может быть непрерывным, а может быть и дискретным, т. е. возможно оно состоит из каких-то индивидуальных «ячеек». В своем взаимодействии с веществом пространство-время ведет себя фактически как идеальное зеркало, дающее полное, но обращенное изображение каждой частицы во Вселенной. Возможно, пространство-время — это пассивное вместилище всего физического мира, а может быть, сущность всех физических явлений, представляющих собой его внутреннюю геометрию.

ВОПРОСЫ

1.1. В каком смысле можно говорить о температуре вакуума?

1.2. В каком смысле можно рассматривать вакуум как абсолютную пустоту и в каком смысле его можно считать плотно заполненным? Используйте понятие о «детектируемости» в вашем ответе.

1.3. В каком смысле можно рассматривать пространство-время как зеркало?

1.4. Нарисуйте какой-нибудь «объект» (если желаете, человечка) и его «изображение» в хорошо отполированном металлическом зеркале. Наделите ваш объект распределенным положительным и отрицательным электрическим зарядом. Изобразите распределение электрического заряда на изображении.

1.5. Как вы считаете, можно ли свойство «быть живым» считать физическим свойством, которое должно каким-то образом «отразиться» в зеркале пространства-времени? Обоснуйте ваше мнение, взвесив все соображения «за» и «против».

1.6. Обсудите процедуру измерения длин отрезков, которая заставляет считать, что пространство-время есть непрерывный континуум, к которому мы применяем дифференциальное и интегральное исчисление. Воспользуйтесь классическим определением дифференциала в вашем ответе.

1.7. Что математически означает термин «непрерывный континуум»?
1.8. Укажите различия между Вселенной, в которой все вещество просто «погружено» в пространство-время, и Вселенной, в которой вещество «порождается» геометрией пространства-времени.

Глава 2

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Исаак Ньютон
(1643—1727)

Родился в Линкольншире (Англия). Получил образование в Тринити колледже в Кембридже. Возглавлял кафедру Лукаса по математике в Кембриджском университете (1669—1701). В 1687 г. опубликовал «Математические начала натуральной философии», одну из величайших работ всех времен. Ньютон создал дифференциальное и интегральное исчисление, сформулировал законы классической механики, развил теорию гравитации. Он выполнил важные исследования также по оптике и астрономии. Являлся президентом Королевского общества с 1703 г. до конца жизни.

2.1. Сохранение импульса

Как хорошо известно, начало XX в. ознаменовалось беспрецедентным прогрессом в развитии физики. Появились специальная теория относительности и квантовая механика. Но тем не менее классическая механика, которая теперь уже имеет возраст около 400 лет, не утратила своего значения. Законы классической механики весьма существенны для ясного понимания основных положений современной физики, в том числе теории относительности и квантовой механики. Поэтому давайте сначала, прежде чем мы перейдем к обсуждению достижений современной физики, поговорим о классической механике.

Кинематика как учение о движении была развита главным образом Галилео Галилеем (1564—1642), блистательным итальянским астрономом и математиком. По сути дела кинематика — это просто геометрия с добавлением еще одного параметра — времени. Учение о причинах движения (динамика) было развито Исааком Ньютоном, великим английским астрономом, физиком и математиком.

Классическая механика в настоящее время успешно используется при решении широкого круга проблем техники, астрономии и физики, хотя развитие современной физики и показало, что классическая механика неуниверсальна в своих приложениях. Исследования микроскопического мира молекул, атомов, электронов, протонов и т. д. помогли создать новые теории современной физики, прежде всего специальную теорию относительности и квантовую механику. Физики постоянно стараются разработать все более совершенную математическую модель для описания пространства-времени и окружающего

нас мира. Подчеркнем, что **законы в физике нельзя рассматривать как истину в последней инстанции; к ним надо относиться просто как к моделям, которые можно применять к решению отдельных задач и к отысканию таких решений, которые находятся в хорошем согласии с опытом, подтвержденным специально поставленными экспериментами.**

Наиболее фундаментальными из этих законов или моделей являются законы сохранения[1]. Они разделяются на две группы: «внешние», или элементарные, законы, к которым относятся законы сохранения импульса, момента импульса и энергии, и «внутренние» законы, к которым относятся, например, законы сохранения полного числа нуклонов в ядерных реакциях, числа лептонов, барионного числа и т. д. Вторую группу законов сохранения мы обсудим позже, когда это потребуется; здесь же остановимся только на элементарных законах сохранения, лежащих в основе всего последующего изложения в нашей книге.

Классическую механику можно излагать и изучать по-разному, начиная либо с законов Ньютона, либо с закона сохранения импульса. Мы используем второй метод, потому что принцип сохранения импульса проще, чем законы Ньютона, а его приложения отличаются общностью.

При рассмотрении относительного движения нескольких тел можно говорить о наборе различных скоростей: скорости каждого тела относительно каждого другого тела. Этот набор скоростей, однако, очень быстро становится очень сложным и необозримым при увеличении числа рассматриваемых тел. Мы существенно упростим задачу, если будем использовать единую трехмерную систему ортогональных координат, жестко связанную с каким-то выбираемым «телом отсчета», в качестве общей «системы отсчета», относительно которой все наши тела каким-то образом движутся (а возможно, некоторые из них и покоятся). Под ортогональными координатами мы понимаем такие координаты, которые не зависят друг от друга. Наиболее известный пример таких координат — совокупность x, y, z взаимно перпендикулярных прямолинейных координат.

В качестве системы отсчета мы должны взять «инерциальную» систему отсчета, под которой понимается такая система, в которой выполняются законы классической механики. Позже мы увидим, что в рамки «классической» механики укладывается также и механика специальной теории относительности. Если удается отыскать одну такую систему отсчета, то сразу можно указать бесконечное множество других инерциальных систем отсчета. Это системы отсчета, которые движутся с постоянной скоростью относительно нашей

---

[1] Авторы приняли не совсем обычный способ изложения материала, при котором закон сохранения импульса кладется в основу всех рассуждений, и поэтому они называют этот закон «самым фундаментальным законом физики». Конечно, не менее фундаментальны законы сохранения энергии, момента импульса, электрического заряда и др. — *Прим. ред.*

выделенной. Существование «фундаментальной системы отсчета», т. е. такой системы, где выполняются законы Ньютона, постулируется в его механике и в его теории гравитации.

С понятием силы — одним из важнейших понятий механики — внутренне связано то, что мы называем *инертной массой.* Инертная масса — это мера противодействия тела ускорению. Мы знаем, что при заданной силе, чем больше масса, на которую такая сила действует, тем меньше ускорение, сообщаемое ею этому телу. В классической механике инертную массу считают постоянной для всех механических движений данного тела независимо от внешних воздействий, температуры и т. д. Масса считается также не зависящей от скорости.

Импульс $\vec{p}$ частицы, обладающей инертной массой m и движущейся со скоростью $\vec{v}$, определяется формулой

$$\vec{p}=m\vec{v}. \qquad (2.1)$$

Используя единичные векторы и компоненты вектора $\vec{p}$, можно переписать эту формулу в виде

$$\vec{p}=\vec{i}mv_x+\vec{j}mv_y+\vec{k}mv_z,$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ — векторы единичной длины, направленные вдоль координатных осей x, y, z, а v_x, v_y, v_z — соответствующие компоненты вектора скорости, отнесенные к этим трем ортогональным осям.

Принцип сохранения импульса утверждает: **для изолированной системы частиц полный импульс остается постоянным при любом механическом движении.**

Под изолированной системой мы понимаем систему, не подверженную влиянию никаких внешних воздействий. Для изолированной системы, изображенной на рисунке 2.1,

$$m_A\vec{v}_A+m_B\vec{v}_B=\text{const}. \qquad (2.2)$$

Для системы, состоящей из многих частиц, имеем:

$$m_A\vec{v}_A+m_B\vec{v}_B+\ldots+m_N\vec{v}_N=\sum_{i=1}^{N}m_i\vec{v}_i=\text{const}. \qquad (2.3)$$

Выведем теперь второй и третий законы Ньютона из принципа сохранения импульса.

Для изолированной системы двух частиц, дифференцируя (2.2) по времени, получаем:

$$m_A\frac{d\vec{v}_A}{dt}=-m_B\frac{d\vec{v}_B}{dt},$$

и поскольку $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$, то

$$m_A\vec{a}_A=-m_B\vec{a}_B. \qquad (2.4)$$

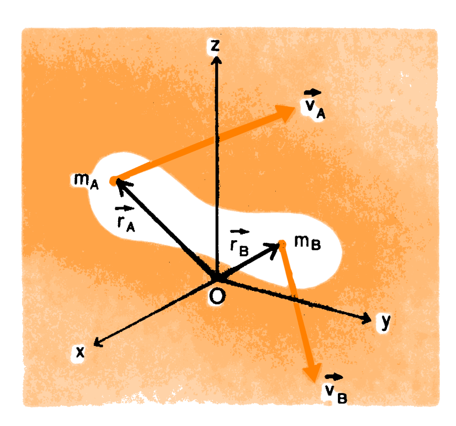


Рис. 2.1

Ускорения обеих частиц, таким образом, обратно пропорциональны их инертным массам, т. е. $a = F/m$, где F — постоянная пропорциональности. Отсюда мы приходим к следующему определению силы:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \tag{2.5}$$

Это второй закон Ньютона.

Рассмотрим теперь изолированную систему двух частиц, взаимодействующих только друг с другом с некоторой силой (электрической или гравитационной природы). Пусть $\vec{F}_A$ — сила, с которой частица B действует на A, а $\vec{F}_B$ — сила, с которой частица A действует на B. Тогда

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B.$$

Мы получили принцип «равенства действия и противодействия», называемый третьим законом Ньютона.

Наконец, для одной изолированной частицы имеем одновременно: $\vec{F} = 0$ и $\vec{a} = 0$; и так как мы знаем, что $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, то

$$\vec{v} = \text{const}.$$

Это закон инерции, или первый закон Ньютона[1].

Второй закон Ньютона можно записать также в виде

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v});$$

отсюда получаем:

$$\vec{F}dt = d(m\vec{v}). \tag{2.6}$$

Если сила действует на частицу в течение конечного промежутка времени (от 0 до t'), то

$$\int_{t=0}^{t'} \vec{F}dt = m\vec{v} - m\vec{v}_0. \tag{2.7}$$

Интеграл в левой части этой формулы называют *импульсом силы* $\vec{F}$. Как видим, он равен изменению импульса частицы, которое происходит в результате действия приложенной силы, продолжающегося в течение времени t'.

В случае кратковременного столкновения частицы с большой энергией с другой частицей действующие между ними силы называют *импульсивными силами*. Хотя импульсивные силы обычно непосредственно измерить трудно, но это неважно, и определяемые ими столкновения частиц можно успешно изучать, привлекая принцип сохранения импульса, т. е. используя формулу (2.7). Поскольку импульсивные силы обычно очень велики по сравнению с внешними

---

[1] С другим подходом к этим вопросам можно ознакомиться в кн.: Матвеев А. Н. Механика и теория относительности. М., 1976, § 20, 21. — *Прим. ред.*

силами, действующими на сталкивающиеся частицы, и действуют они кратковременно, то внешними силами в этом случае можно пренебречь. Тогда с большой точностью можно считать, что в процессе столкновения (упругого или неупругого) импульс сохраняется.

2.2. Сохранение момента импульса

Момент импульса частицы, обладающей импульсом $\vec{p}$ и находящейся в точке с радиус-вектором $\vec{r}$ по отношению к некоторому началу отсчета 0, есть вектор, определяемый формулой

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = \vec{r} \times \vec{p}, \qquad (2.8)$$

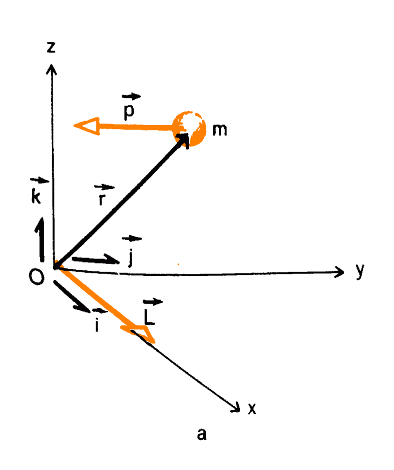
как это проиллюстрировано на рисунке 2.2. Следует подчеркнуть, что модуль момента импульса зависит от выбора начала отсчета 0. Кроме того, вопреки нашим ожиданиям частица по отношению к данной системе координат не обязательно совершает вращательное движение, если она имеет ненулевой момент импульса.

Вектор момента импульса можно выразить через единичные координатные векторы и компоненты импульса:

$$\vec{L} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ p_x & p_y & p_z \end{vmatrix} = \vec{i}(yp_z - zp_y) + \vec{j}(zp_x - xp_z) + \vec{k}(xp_y - yp_x). \qquad (2.8а)$$

Напомним, что обычную силу можно рассматривать как «причину» изменения движения по прямой. Аналогично момент силы, обычно обозначаемый $\vec{M}$, можно рассматривать как «причину» изменения вращательного движения. На рисунке 2.2, *б* показана сила $\vec{F}$, приложенная к частице, положение которой характеризуется по отношению к началу отсчета радиус-вектором $\vec{r}$. Она вызывает момент силы

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}. \qquad (2.9)$$



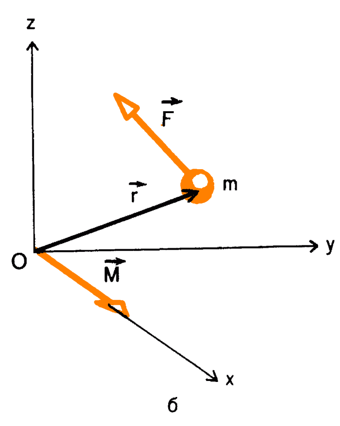


Рис. 2.2

Чтобы получить соотношение между моментом импульса и моментом силы, продифференцируем по времени правую и левую части (2.8). Тогда получим:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v}).$$

Так как $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$, то $\frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} = 0$. Далее $\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$. Поэтому полученное равенство можно упростить и написать

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}. \tag{2.10}$$

При движении, например, планеты вокруг Солнца на нее постоянно действует сила гравитационного притяжения к Солнцу. Последняя всегда направлена по радиус-вектору, началом которого служит центр планеты, а концом — Солнце. Поскольку радиус-вектор $\vec{r}$ и сила $\vec{F}$ направлены одинаково, то $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0$, а тогда из формулы (2.10) мы заключаем, что момент импульса $\vec{L}$ планеты должен быть все время постоянным.

Для системы многих частиц, на которые действует много сил, результирующий момент силы равен:

$$\vec{M}_{\text{рез}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i = \frac{d}{dt}\left(\sum_{i=1}^{N} \vec{L}\right). \tag{2.11}$$

Рассмотрим систему, на которую не действуют внешние моменты сил. Из предыдущих рассуждений следует, что моменты внутренних сил, действующих между парами частиц, взаимно компенсируют друг друга в силу третьего закона Ньютона, следовательно,

$$\frac{d}{dt}(\Sigma \vec{L}) = 0$$

и поэтому

$$\Sigma \vec{L} = \text{const}.$$

Это закон сохранения момента импульса.

2.3. Сохранение энергии

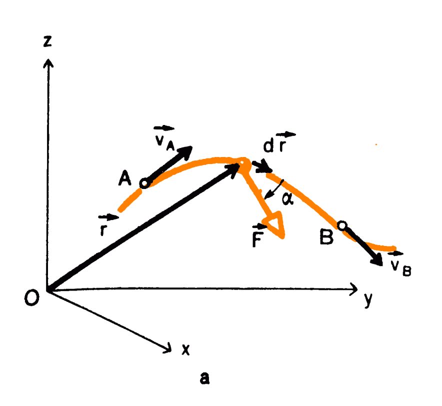
На рисунке 2.3, *а* показана частица, которая движется по искривленному пути *AB* под действием некоторой силы $\vec{F}$; $d\vec{r}$ — перемещение частицы. Бесконечно малой *работой* силы $\vec{F}$ называется величина

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}. \tag{2.13}$$

Если сила $\vec{F}$ действует на всем пути *AB*, то полная работа будет определяться формулой

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B F\cos\alpha dr. \tag{2.14}$$

Здесь $\vec{F}$ — результирующая всех сил, действующих на частицу.



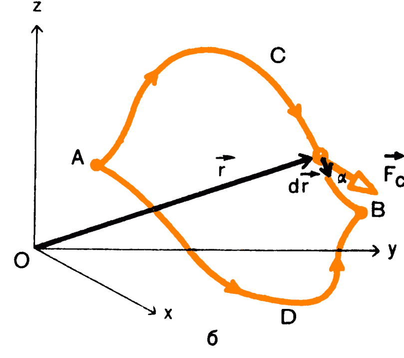


Рис. 2.3

Поэтому

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} d\vec{r} = \int_A^B m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int_{v_A}^{v_B} m\vec{v} \cdot d\vec{v},$$

так как $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$.

Вычислив последний интеграл, получим:

$$W_{AB} = \int_{v_A}^{v_B} m\vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = K_B - K_A. \quad (2.15)$$

Величина $K = 1/2mv^2$ называется *кинетической энергией* частицы. Формула (2.15) выражает соотношение между силой и энергией: **полная работа, производимая всеми силами, действующими на частицу, равна соответствующему изменению кинетической энергии.**

Силы $\vec{F}_c$, представленные на рисунке 2.3, *б*, называют консервативными, если для них

$$W_{AB} = \int_{ACB} \vec{F}_c \cdot d\vec{r} = \int_{ADB} \vec{F}_c \cdot d\vec{r} = \text{const}.$$

Эту формулу можно выразить словами: **если работа, производимая силами $\vec{F}_c$ при перемещении частицы** из **точки** A **в точку** B, **не зависит от формы пути, то силы $\vec{F}_c$ называются консервативными.**

В качестве примера рассмотрим работу, производимую гравитационными силами. На рисунке 2.4 показана частица массой m, перемещающаяся из точки A в точку B, причем на частицу действуют гравитационные силы $\vec{F}_g$. Поскольку $\vec{F}_g = -\vec{j}mg$, то производимая такими силами работа равна:

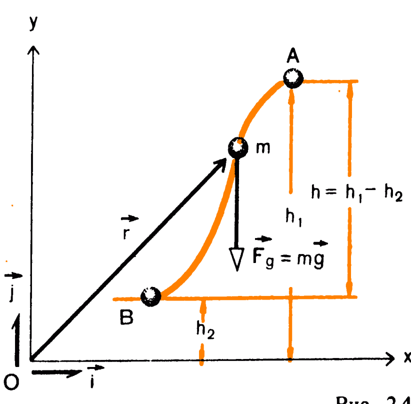


Рис. 2.4

$$W_{AB} = \int_{h_1}^{h_2} (-\vec{j}mg)(\vec{i}dx + \vec{j}dy) = -\int_{h_1}^{h_2} mg\,dy = mg(h_1 - h_2) = mg\,h.$$

Мы получили, что работа, совершаемая гравитационными силами, не зависит от выбора пути между точками A и B, следовательно, эти силы консервативны.

Потенциальная энергия определяется как работа, производимая консервативными силами:

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{F}_c \cdot d\vec{r} = U_A - U_B \text{ (не зависит от формы пути).} \qquad (2.16)$$

Скалярная функция положения $U(x, y, z)$ есть по определению потенциальная энергия, связанная с консервативными силами $\vec{F}_c$. Величины U_A и U_B — это просто значения функции $U(x, y, z)$ в конечных точках пути. Потенциальная энергия в данной точке определяется формулой (2.16), в которой точку B можно взять произвольной. Обычно точку B уводят в бесконечность и полагают $U_B = 0$. Тогда

$$U_A = U_{A\infty} = \int_A^\infty \vec{F}_c \cdot d\vec{r} = -\int_\infty^A \vec{F}_c \cdot d\vec{r}. \qquad (2.17)$$

Потенциальная энергия в точке, таким образом, по определению **есть работа, производимая силой, равной по абсолютному значению** F_c **и противоположно ей направленной, при перенесении частицы из бесконечности в данную точку** A.

Вспомним соотношение, выраженное формулой (2.15):

$$W_{AB} = K_B - K_A.$$

Его теперь можно переписать, включив в рассмотрение как консервативные, так и неконсервативные силы:

$$W_{AB} \text{ (консерв)} + W_{AB} \text{ (неконсерв)} = K_B - K_A. \qquad (2.18)$$

Выше мы уже видели, что

$$W_{AB} \text{ (консерв)} = U_A - U_B.$$

С учетом этого формулу (2.18) запишем в виде

$$W_{AB} \text{ (неконсерв)} = (K_B - K_A) - (U_A - U_B),$$

или

$$W_{AB} \text{ (неконсерв)} = (K_B + U_B) - (K_A + U_A). \qquad (2.19)$$

Если все действующие силы консервативны, то W_{AB} (неконсерв) $= 0$ и мы получим:

$$K_A + U_A = K_B + U_B = \text{const}. \qquad (2.20)$$

Это есть закон сохранения механической энергии. Его словесная формулировка такая: **когда все силы, действующие на частицу, консервативны, полная энергия в любом положении равна постоянной, называемой полной механической энергией.**

Когда мы имеем дело как с консервативными, так и с неконсервативными силами, работа неконсервативных сил согласно формуле (2.19) все равно всегда проявляется в виде некоторой энергии. Например, если неконсервативными силами являются силы трения, то энергия, связанная с ними, проявляется в форме теплоты.

Принцип сохранения энергии (универсальный закон, который подтвержден экспериментом) утверждает, что **энергию изолированной системы можно преобразовывать из одной формы в другую, однако полная энергия в ее различных формах никуда не исчезает и никогда не рождается.**

2.4. Поля

Одно из определений физики как науки состоит в том, что она является учением о различных типах взаимодействий: гравитационном, электромагнитном, слабом и сильном. Эти взаимодействия можно изучать с помощью концепции поля. Здесь мы коротко расскажем о понятии поля.

Имеются два типа полей: векторные и скалярные. Мы определяем поля, вообще, как область в пространстве, в которой можно измерить некоторую физическую величину. Скалярное поле задается функцией положения $\varphi(x, y, z)$, которая привязывает к каждой точке пространства определенное значение скаляра. Рассмотрим, например, металлический брусок, имеющий внутри себя источники тепла. Скалярное поле температуры (в °C) для части пространства, занятой этим бруском, можно задать функцией

$$\varphi(x, y, z) = 2x^2 - 3y^2 + z - 16.$$

Скалярное значение температуры, например, в точке $P(x + 2, y = 1, z = 0)$, таким образом, равно:

$$\varphi(x, y, z) = \varphi(2, 1, 0) = -11\,°C.$$

Имеется много других примеров скалярных полей: распределение в данном теле плотности, давления и т. д.

Иногда добавляют четвертую координату — время. Тогда скалярное поле становится функцией как положения точки в пространстве, так и времени. Простейший пример такой ситуации — температура в точках пространства не остается постоянной, а меняется с течением времени.

Векторное поле задается векторной функцией $\vec{F}(x, y, z)$, которая приписывает каждой точке в некоторой заданной системе отсчета вектор. Хорошим примером векторного поля служит гравитационное поле Земли, в котором вектор $\vec{g}$ приписывается каждой точке пространства. Модуль вектора $\vec{g}$ зависит только от одного параметра — расстояния точки до центра Земли.

Гравитационное поле двух частиц проиллюстрировано на рисунке 2.5. Гравитационное поле на расстояниях PA, PB, PC и PD от частицы массой m_1 характеризуется соответственно векторами

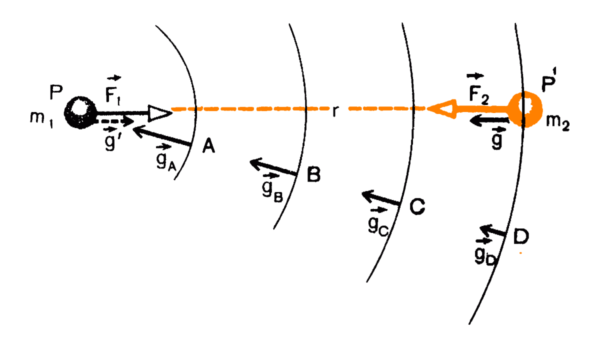


Рис. 2.5

$\vec{g}_A$, $\vec{g}_B$, $\vec{g}_C$ и $\vec{g}_D$. Пробный шарик массой m_2, помещенный в точку P' на расстоянии r от частицы массой m_1, испытывает влияние гравитационного поля, характеризуемого в этой точке вектором $\vec{g}$, создаваемым частицей массой m_1. Это поле действует на шарик массой m_2 с гравитационной силой $\vec{F}_2 = m_2\vec{g}$, которая всегда характеризует притяжение и направлена к m_1. В точности так же мы можем сказать, что частица массой m_2 действует с гравитационной силой притяжения $\vec{F}_1 = -m_1\vec{g}$ на частицу массой m_1. Силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равны по модулю и противоположно направлены в соответствии с принципом действия и противодействия: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Как мы уже сказали, кроме сил гравитационного взаимодействия, есть силы трех других типов: электромагнитного, сильного и слабого взаимодействий. Значения этих взаимодействий по отношению к гравитационному взаимодействию проиллюстрированы в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Взаимодействие	Относительные значения
Гравитационное	1
Слабое (ядерное)	10^{27}
Электромагнитное	10^{38}
Сильное (ядерное)	10^{40}

Хотя гравитационное взаимодействие самое слабое, гравитационные силы возрастают прямо пропорционально увеличению притягивающихся масс. Это объясняет, почему гравитационные силы легче всего обнаруживаются в нашей повседневной жизни. Гравитационное взаимодействие изучается с помощью закона всемирного тяготения, установленного Ньютоном в XVII в. Электромагнитные силы были известны еще в древности как силы притяжения естественными магнитами намагничивающихся веществ, таких, как железо, и как силы притяжения и отталкивания малых кусочков различных материалов стеклом или янтарем, потертыми о шелк. Август Августинус (Св. Августин) был первым, кто обратил внимание на сущест-

венное различие магнитных и электрических сил в этих ситуациях. Много веков спустя Фарадей, Максвелл, Лоренц и др. развили количественную теорию сил электромагнитного поля. Поле ядерных сил было обнаружено Резерфордом в начале XX в. в его исторических экспериментах с золотыми листочками фольги, на которых рассеивались α-частицы, испускаемые различными радиоактивными источниками. Слабые ядерные силы наблюдаются при β-распадах элементарных частиц и атомных ядер; они впервые были описаны количественно Ферми в его теории β-распада, развитой в 30 годах XX в.

Гравитационные и электромагнитные взаимодействия объясняют большую часть явлений макромира. Поэтому эти взаимодействия и были поняты первыми. Сильные и слабые взаимодействия — это хорошие «рабочие» модели для объяснения явлений микромира.

Короче говоря, мы еще раз утверждаем, что предметом физики является изучение различных типов взаимодействий между частицами и исследование законов сохранения. Элементарные законы сохранения, рассмотренные в этой главе, образуют фундамент теоретической физики. Другие законы сохранения, например законы сохранения четности, числа нуклонов и т. д. мы обсудим в последующих главах этой книги там, где они нам будут нужны.

Заметим без доказательства, что каждый закон сохранения вытекает из некоторого свойства симметрии рассматриваемого физического поля или самого пространства-времени.

ЗАДАЧИ

2.1. Первая частица массой $m_1 = 2{,}0$ кг имеет скорость $\vec{v}_1 = 3\vec{i} + 5\vec{j}$, м/с; вторая частица массой $m_2 = 6{,}0$ кг имеет скорость $\vec{v}_2 = 4\vec{i} + 2\vec{j}$, м/с. Чему равен полный импульс системы, составленной из этих двух частиц?

2.2. Нейтрон со скоростью $8{,}0 \cdot 10^6\,\vec{i}$, м/с испытывает лобовое упругое столкновение с ядром гелия, первоначально покоившимся. Найдите импульс и скорость ядра гелия после столкновения.

2.3. Покажите, что для планеты, обращающейся вокруг Солнца под действием одних только центральных, или радиальных, сил момент импульса планеты сохраняется.

2.4. α-Частица со скоростью $6{,}0 \cdot 10^5$ м/с совершает упругое столкновение с ядром углерода, первоначально покоившимся. α-частица отклоняется на угол 60° от своего первоначального направления движения, а атом углерода — на угол 30° по другую сторону от первоначального направления. Масса атома углерода в 3 раза больше массы α-частицы. Найдите скорость атома углерода после столкновения.

2.5. Тело массой 3,0 кг, движущееся со скоростью $\vec{v} = 9{,}6\vec{i} + 12{,}8\vec{j}$, м/с, ударяется о стену, перпендикулярную оси x. Считая, что происходит идеально упругое столкновение, определите импульс, приобретенный этим телом в столкновении.

2.6. Тело массой 5,0 кг, движущееся со скоростью $\vec{v}_1 = 20\,\vec{i}$, м/с, соударяется с телом массой 4,0 кг, движущимся со скоростью $\vec{v}_2 = -65\,\vec{i}$, м/с. Считая, что эти два тела слились в один кусок, найдите его скорость после соударения. Чему равен импульс, переданный первому телу?

2.7. Частица массой $m = 2{,}0$ кг движется с постоянной скоростью $\vec{v} = 20\,\vec{i}$, м/с. Считая, что она проходит точку $P\,(0,\ 10\text{ м})$ в момент $t = 0$, найдите ее момент импульса по отношению к началу координат в момент $t_1 = 1{,}0$ с и в момент $t_2 = 3{,}0$ с.

2.8. Электрон обращается по круговой орбите радиусом $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ м со скоростью $2{,}2 \cdot 10^{6}$ м/с. Чему равен импульс электрона? Каково значение его момента импульса?

2.9. Космонавт использует одноколесный велосипед для физкультурных упражнений. Считая, что при выполнении упражнений космонавт и велосипед свободно парят в пространстве, опишите результирующее движение. Что произойдет, когда космонавт перестанет вращать велосипедное колесо?

2.10. Какую работу необходимо совершить, чтобы увеличить скорость тела массой 0,012 кг от 200 до 380 м/с?

2.11. Двойная звезда состоит из звезд равной массы, вращающихся вокруг общего центра масс. Примените законы сохранения импульса и момента импульса.

Глава 3

РЕЛЯТИВИЗМ И КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Галилео Галилей
(1564—1642)

Он родился в Пизе (Италия). Получил образование в Пизанском университете. Галилей прославился тем, что заложил основы современной теории механических явлений, происходящих на поверхности движущейся Земли. Его наиболее известная работа «Диалоги о двух новых науках» (1638) посвящена подробному изложению теории механического движения тел. Записывая результаты опытов краткими математическими формулами, Галилей первым показал всем, как нужно использовать аппарат математики в научных исследованиях. В 1633 г. Галилей был приговорен к пожизненному домашнему аресту за то, что активно поддерживал учение Коперника, отвергнутое в то время церковниками.

3.1. Пределы нашего «здравого смысла»

В предыдущей главе мы приступили к изучению физического мира явлений и рассмотрели действие на тела окружающего нас мира механических сил. Как эти силы действуют, как они заставляют тела двигаться и изменять их движение — все это изучают в разделе физики, который называется *механикой*. Различные механические явления известны нам с самого раннего детства. Мы постоянно видим вокруг себя игру механических сил, действующих на тела и ускоряющих или замедляющих их движение. Например, мы знаем, что нужно наклоняться при езде по закругленному участку дороги на велосипеде, при совершении поворота на коньках или просто при беге вдоль кривой. Мы реально ощущаем изменение импульса движения, когда скатываемся с горки вниз, а затем поднимаемся по ней вверх на велосипеде. Все мы не раз наблюдали действие сил, вызываемых сопротивлением твердой поверхности: например, когда камень или мяч ударяется об эту поверхность и его импульс мгновенно изменяется, в частности, если такой поверхностью является оконное стекло. Все эти наблюдения стали элементами того, что мы называем «здравым смыслом».

Физики и другие ученые с самой ранней поры зарождения науки пытались извлекать полезные уроки из повседневного опыта и применять добытое к объяснению поведения очень больших (макроскопических), очень малых (микроскопических), очень быстро движущихся и даже очень удаленных объектов. Однако истинного прогресса в своих попытках они добились только в последние два-три столетия, когда научились укладывать результаты повседневного опыта в систему всеобщих физических законов, выражаемых в форме математических равенств. Эти законы оказалось возможным применить к описанию огромного числа явлений окружающего нас мира.

Тщательные измерения одного из первых астрономов Тихо Браге элементов траекторий планет на небосводе дали в руки Иоганну Кеплеру в XVI в. достаточное количество данных, позволивших объяснить наблюдаемые пути планет на небе как проявление движения их в пространстве вокруг общего центра. Это позволило в конце XVII в. Ньютону развить его теорию механики, используя отдельные важные кинематические концепции Галилея, предложенные последним в конце XVI в. Ньютону первому удалось показать, что в основе эмпирически открытых законов движений планет, сформулированных Кеплером, лежит закон всемирного тяготения для гравитационных сил.

Физики XVII столетия были крайне обрадованы, обнаружив, что одни и те же законы механики описывают как движение камня, брошенного в воздухе, так и периодические движения планет вокруг Солнца. Они смогли с полным правом применить представления здравого смысла к области огромных расстояний.

В XX в., однако, было обнаружено, что когда мы переходим к области еще бóльших расстояний или еще бóльших масс или же рассматриваем неимоверно маленькие объекты и объекты, движущиеся с колоссальными скоростями, «здравый смысл» нам изменяет! Оказалось, что законы, управляющие окружающим нас миром обыденных вещей, в действительности есть только приближение к более полным законам, которые описывают более обширную область природы. Оказалось также, что даже и эти полные законы все еще далеки от универсальных законов природы, с помощью которых можно было бы описать всю Вселенную во всех деталях. И вместе с тем наш здравый смысл приложим с изумительной точностью к очень широкому кругу явлений окружающего нас мира. Даже изобретен специальный термин «классическая физика» для обозначения этой области науки.

Классическая теоретическая механика, как и все другие разделы механики, которые разработаны в настоящее время, основывается на законах сохранения, утверждающих, что определенная величина остается неизменной во все моменты движения объекта. Например, масса шара остается после удара той же самой, что и до удара. Здравый смысл вынуждает нас считать, что природа одинакова во всех существенных деталях как для человека, едущего в поезде, так и для человека, стоящего на платформе и ожидающего, когда поезд прой-

дет. Длина, скажем в 1 м, измеренная в поезде, должна быть такой же, что и ей эквивалентная длина, измеренная на платформе, и наручные часы человека, едущего на поезде, должны показывать то же время, что и часы человека, стоящего на платформе. Все это мы заключаем на основании здравого смысла, т. е. пользуясь классическим описанием природы. Давайте остановимся теперь на одном важном положении этого описания.

3.2. Классический принцип относительности

Выяснение смысла термина *относительность* необходимо для понимания одной из главных концепций, лежащих в основе современной физики. И вместе с тем это понятие представляется столь простым, как самое избитое положение. Под относительностью мы понимаем совокупность правил, позволяющих выяснить представления о природе одного наблюдателя, связанные с представлениями другого наблюдателя, который движется по отношению к первому. Мы уверены, просто исходя из нашего здравого смысла, что состояние относительного движения наблюдателя не должно изменять законы природы. Ибо, если бы состояние движения наблюдателя изменяло эти законы, мы могли бы спросить: «Что же, мы имеем бесконечное множество законов в природе или, может быть, их вообще нет ни одного?» Таким образом, мы подтверждаем свою веру в наш здравый смысл и в нерушимость законов природы, формулируя следующий классический принцип относительности: **все законы природы должны быть одинаковыми для всех наблюдателей, движущихся друг относительно друга с постоянной скоростью.** Если же относительное движение не равномерное поступательное, а ускоренное, то ситуация становится более сложной и ею занимается *общая теория относительности.*

Поговорим теперь о классическом принципе относительности более подробно. На рисунке 3.1 изображены две системы отсчета S_1 и S_2, движущиеся друг относительно друга. Для простоты они выбраны так, что их соответствующие оси x, y, z параллельны, а вектор относительной скорости $\vec{v}$ параллелен осям x_1 и x_2. Кроме

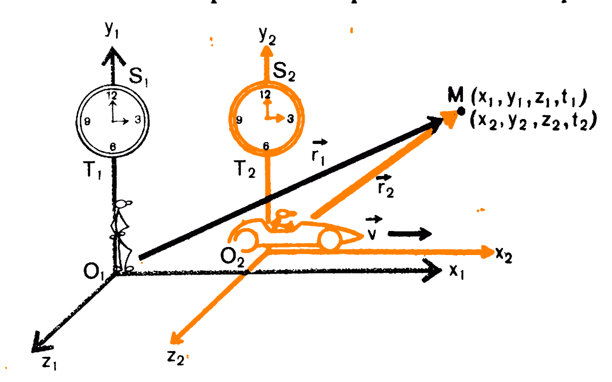


Рис. 3.1

того, предположим, что часы в системах S_1 и S_2 идут одинаково и что они синхронизованы так, что показывают время $t=0$ в тот момент, когда начала обеих систем отсчета совпадают. Таким образом, мы видим, что не нужно писать t_1 и t_2, поскольку время одинаково в обеих системах отсчета и достаточно пользоваться единым обозначением t в обеих системах.

Важно подчеркнуть, что мы считаем совершенно тривиальной процедуру считывания показаний времени на часах. Позже мы обнаружим, что на самом деле она намного сложнее. Согласно классическому принципу относительности наблюдатель O_1 в системе S_1 видит то же время на своих часах T_1, что и на часах, принадлежащих наблюдателю O_2 в системе S_2. И наоборот, наблюдатель O_2 видит то же самое время на часах наблюдателя O_1, что и на своих собственных часах T_2.

«Одинаковость» времени в обеих системах отсчета — наше основное здесь предположение, и это допущение представляется нам вытекающим просто из здравого смысла. Кроме этого основного предположения, мы должны сделать еще несколько дополнительных допущений, основывающихся на здравом смысле, относительно свойств пространства, в котором размещаются системы S_1 и S_2. Будем считать, что векторы единичной длины $\vec{i}_1$ и $\vec{i}_2$ направлены вдоль осей x_1 и x_2 и что вектор $\vec{i}_1$ всегда равен $\vec{i}_2$ независимо от значения времени t и скорости $\vec{v}$. Таким образом, наше допущение состоит в том, что единичный вектор всегда остается единичным независимо от системы отсчета, в которой он рассматривается и измеряется. С первого взгляда это утверждение, казалось бы, целиком основано исключительно на здравом смысле, но это впечатление сразу же исчезает, как только мы начинаем задумываться о том, а как измеряется длина вектора. Пока что не будем вникать в этот вопрос, просто сошлемся на здравый смысл.

Предположим, что вектор $\vec{j}_1$ направлен вдоль оси y_1 и вектор $\vec{j}_2$ — вдоль оси y_2, причем $\vec{j}_1 = \vec{j}_2$ во все моменты времени t для обоих наших наблюдателей, производящих свои измерения. Наконец, пусть векторы $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$ направлены вдоль осей z_1 и z_2 соответственно, и пусть они тоже равны друг другу, как и две первые пары векторов.

При рассмотрении систем отсчета S_1 и S_2 (рис. 3.1) будем писать единичные векторы без индексов, поскольку они одинаковы в обеих системах.

Пусть произошло некоторое событие M в некоторой точке пространства в некоторый момент времени. Это событие можно наблюдать из обеих систем S_1 и S_2. Пусть оно произошло в момент времени t, который показывают те и другие часы в обеих системах отсчета. Тогда, взглянув на рисунок 3.1, мы можем написать векторное равенство

$$\vec{r}_1 = (O_1O_2)\,\vec{i} + \vec{r}_2, \tag{3.1}$$

где O_1O_2 — расстояние от начала системы S_1 до начала системы S_2

в момент времени t, когда произошло событие. Поскольку наши часы показывают время $t = 0$ в момент, когда начала обеих систем совпадают, то можно написать:

$$(O_1 O_2)\,\vec{i} = vt\,\vec{i}. \tag{3.2}$$

Кроме того, радиус-векторы точки M в S_1 и S_2 можно представить через их компоненты:

$$\vec{r}_1 = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k} \tag{3.3}$$

и

$$\vec{r}_2 = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}, \tag{3.4}$$

где x_1, y_1, z_1 — координаты точки M в S_1 в момент времени t и x_2, y_2, z_2 — координаты той же точки M в S_2 в тот же момент времени t. Подставляя (3.2), (3.3) и (3.4) в (3.1), получим:

$$x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k} = (x_2 + vt)\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}. \tag{3.5}$$

Поскольку $\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$ ортогональны друг другу (следовательно, линейно независимы), равенство (3.5) можно представить в виде следующих трех равенств с добавлением тривиального четвертого:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 + vt,\\ y_1 &= y_2,\\ z_1 &= z_2,\\ t_1 &= t_2. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Как видим, только коэффициенты перед векторами в равенстве (3.5) входят в формулы (3.6). Коэффициенты при соответствующих единичных векторах в (3.5) должны равняться друг другу. Формулы (3.6) — это первый пример формул *преобразования координат*, с которым мы встречаемся в нашей книге. В чем же смысл этих формул преобразования? Они позволяют наблюдателю в системе S_1 связать координаты события M в S_1 с координатами события M в S_2, которые он, как наблюдатель в S_1, измеряет в обеих системах отсчета. Если наблюдатель в S_2 будет связывать координаты события M в своей системе с координатами, измеренными им в системе S_1, он получит те же самые формулы преобразования, только в обращенном виде. Обратные к (3.6) формулы имеют вид:

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 - vt,\\ y_2 &= y_1,\\ z_2 &= z_1,\\ t_2 &= t_1. \end{aligned} \tag{3.7}$$

Оба набора одновременно имеющих место формул (3.6) и (3.7) характеризуют преобразования, включаемые в так называемую *группу преобразований Галилея*. Можно вообще рассмотреть все возможные способы движения двух систем отсчета друг относительно друга, в частности, когда одна из них смещается вдоль осей y и z и т. д. Можно также рассмотреть и произвольные повороты вокруг

различных осей на разные углы, а также отражения в начале координат и в любой плоскости, проходящей через это начало. Взятые все вместе, эти преобразования образуют группу, которую обычно и называют *галилеевой группой*. Однако здесь мы не будем заниматься поворотами и отражениями, а рассмотрим только преобразования, соответствующие линейным перемещениям, связанным с движением со скоростью $\vec{v}$, направленной вдоль оси x.

Расширим теперь теорию преобразований Галилея и включим в нее динамические эффекты. Посмотрим, как понимать скорости, наблюдаемые из разных систем отсчета. Давайте вообразим, что наше событие в точке M начало двигаться. Тогда скорость события относительно S_1 будет $\vec{v}_1$, где

$$\vec{v}_1 = \frac{d\vec{r}_1}{dt}, \tag{3.8}$$

и скорость события относительно S_2 будет

$$\vec{v}_2 = \frac{d\vec{r}_2}{dt}. \tag{3.9}$$

Подставляя (3.2) в (3.1) и дифференцируя по t, а затем используя формулы (3.8) и (3.9), получим векторное равенство

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}. \tag{3.10}$$

В качестве упражнения мы рекомендуем читателю расписать формулу (3.10) по компонентам [см. (3.5) и (3.6)]. В любой форме — в виде ли векторного равенства (3.10) или в виде трех равенств для компонент — равенство (3.10) можно назвать *галилеевым* (или *классическим*) *правилом сложения скоростей*. Формулу (3.10) можно, конечно, обратить [см. (3.6) и (3.7)]:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 - \vec{v}. \tag{3.11}$$

Еще раз продифференцируем полученные формулы по времени, учитывая, что система S_2 движется с постоянной скоростью $\vec{v}$ относительно системы S_2. Одна и та же формула получается как из (3.10), так и из (3.11):

$$\frac{d\vec{v}_1}{dt} = \frac{d\vec{v}_2}{dt}, \tag{3.12}$$

или

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2. \tag{3.13}$$

Таким образом, ускорения оказываются одинаковыми относительно обеих систем отсчета. Мы говорим, что ускорение является *инвариантом* преобразований Галилея. Поскольку масса есть тоже инвариант этих преобразований, то произведение массы на ускорение, т. е. сила, тоже будет инвариантом преобразований Галилея.

Мы стали пользоваться новой терминологией, и нужно сразу подчеркнуть, что за этой терминологией скрывается целый ряд но-

вых мыслей и концепций. Законы сохранения, например, утверждают, что определенная величина, например энергия или импульс, есть инвариант до, во время и после данного взаимодействия. Взаимодействия можно считать примерами «перемещений» во времени, а законы сохранения — просто утверждениями об инвариантности некоторой величины относительно этих перемещений. Выше мы рассмотрели инвариантность относительно любых движений пространственной системы отсчета. При рассмотрении инвариантности, связанной с законами сохранения, нас интересуют события, случающиеся в одной и той же системе отсчета. При рассмотрении галилеевской инвариантности мы исследуем взаимосвязи наблюдений в двух или большем числе систем отсчета, движущихся друг относительно друга. В следующих главах этого раздела мы рассмотрим истинные преобразования между двумя системами отсчета. При этом нам придется сильно выйти за рамки здравого смысла.

3.3. Инвариантный характер закона сохранения импульса

На рисунке 3.2 изображены частицы *1* и *1'* массами m и m', составляющие изолированную систему, не подверженную действию внешних сил. Пусть S_1 — инерциальная система отсчета, а S_2 — другая инерциальная система, движущаяся относительно S_1 с постоянной скоростью $\vec{v}$. Тогда для системы S_1 закон сохранения импульса записывается в виде

$$m\vec{v}_1 + m'\vec{v}_1' = \text{const}, \tag{3.14}$$

где $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_1'$ — скорости частиц *1* и *1'* соответственно. Таким образом, вектор, определяемый суммой $m\vec{v}_1 + m'\vec{v}_1'$ в момент времени t, остается таким же во все последующие моменты времени при условии, что нет никаких внешних воздействий.

Теперь пусть $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_2'$ — скорости этих же самых двух частиц относительно системы S_2. Мы знаем, что согласно галилееву правилу сложения скоростей

$$\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{v}_2, \quad \vec{v}_1' = \vec{v} + \vec{v}_2'. \tag{3.15}$$

Подставляя формулы (3.15) в (3.14), получаем, что

$$m(\vec{v} + \vec{v}_2) + m'(\vec{v} + \vec{v}_2') = \text{const},$$

или

$$m\vec{v}_2 + m'\vec{v}_2' = \text{const} - (m + m')\vec{v}.$$

Таким образом,

$$m\vec{v}_2 + m'\vec{v}_2' = \text{const}, \tag{3.16}$$

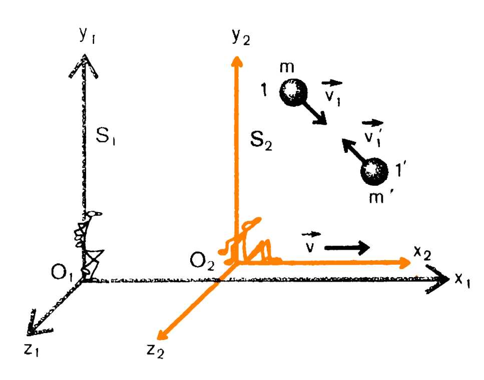


Рис. 3.2

поскольку $(m + m')\vec{v} = \text{const}$. Сравнивая (3.14) и (3.16), видим, что **закон сохранения импульса одновременно выполняется во всех инерциальных системах отсчета, движущихся друг относительно друга с постоянной скоростью.**

3.4. Инвариантность законов Ньютона

Рассмотрим снова частицу массой m. Пусть $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ — скорости этой частицы относительно систем отсчета S_1 и S_2 соответственно, $\vec{v}$ — постоянная скорость, с которой система S_2 движется относительно S_1 (рис. 3.3).

Напомним читателю, что согласно классическому принципу относительности галилеево правило сложения скоростей имеет вид:

$$\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{v}_2. \tag{3.17}$$

Поскольку $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$,

$$\frac{d\vec{v}_1}{dt} = \frac{d\vec{v}_2}{dt}$$

и

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2. \tag{3.18}$$

Откуда следует, что $m\vec{a}_1 = m\vec{a}_2$, и мы видим, что обе силы

$$\vec{F}_1 = m\vec{a}_1 \text{ и } \vec{F}_2 = m\vec{a}_2$$

одинаковы в обеих системах отсчета. Таким образом, мы показали, что **второй закон механики Ньютона одновременно выполняется во всех инерциальных системах отсчета, движущихся относительно друг друга с постоянными скоростями.**

Повторив в точности приведенные рассуждения, можно показать, что и другие фундаментальные законы механики — закон сохранения момента импульса и закон сохранения энергии — тоже одновременно выполняются во всех инерциальных системах отсчета, движущихся относительно друг друга с постоянной скоростью. Для того чтобы сформулировать общий вывод, введем еще понятие «инерциальный наблюдатель»: инерциальным наблюдателем называется наблюдатель, покоящийся относительно инерциальной системы отсчета. Итак, классический принцип относительности утверждает: **все законы механики одинаковы для всех инерциальных наблюдателей, движущихся относительно друг друга с постоянными скоростями.**

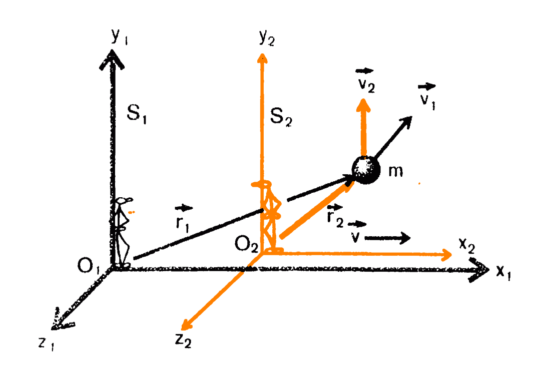
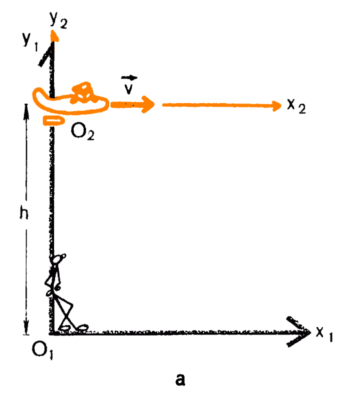


Рис. 3.3



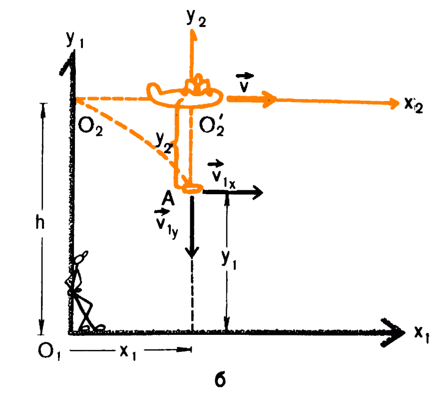


Рис. 3.4

Пример 3.1. Бомба падает с самолета, который летит горизонтально на высоте $h = 2000$ м с постоянной скоростью $v = 150$ м/с (рис. 3.4). Составьте уравнения движения и определите скорость и ускорение бомбы относительно наблюдателя O_1, стоящего на Земле в покоящейся системе отсчета $S_1(x_1, y_1)$, и относительно пилота O_2 в движущейся системе отсчета $S_2(x_2, y_2)$.

Решение. *Уравнения движения.* Ускорение бомбы для наблюдателя, находящегося на Земле, равно $g = 9{,}80$ м/с^2 (гравитационное ускорение). Когда бомба отделяется от самолета, ее горизонтальная скорость, измеряемая наблюдателем на Земле, равна скорости самолета $v = 150$ м/с.

Через промежуток времени, равный t, самолет переместится из точки O_2 в точку O_2' (см. рис. 3.4, *б*), а бомба будет находиться в точке A, расположенной точно под ним. Если x_1 и y_1 — координаты бомбы, измеренные в системе S_1, то ее уравнения движения для наблюдателя на Земле будут иметь вид:

$$x_1 = v_{1x}t = 150t,$$
$$y_1 = h - \frac{1}{2}gt^2 = 2000 - 4{,}9t^2.$$

Для пилота уравнения движения следующие:

$$x_2 = 0,$$
$$y_2 = -\frac{1}{2}gt^2 = -4{,}9t^2.$$

Скорость. Дифференцируя полученные выше уравнения движения, найдем:

для наблюдателя на Земле

$$\frac{dx_1}{dt} = v_{1x} = v = 150 \text{ м/с},$$

$$\frac{dy_1}{dt} = v_{1y} = -gt = -9{,}8t$$

и для пилота

$$\frac{dx_2}{dt} = v_{2x} = 0,$$

$$\frac{dy_2}{dt} = v_{2y} = -gt = -9{,}8t.$$

Это соответствующие компоненты скорости бомбы в прямоугольной системе координат, определенные каждым наблюдателем.

Ускорение. Подобным же образом для компонент ускорения получаем:
для наблюдателя на Земле O_1

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} = a_{1x} = 0,$$

$$\frac{d^2y_1}{dt^2} = a_{1y} = -g = -9{,}8 \text{ м/с}^2$$

и для пилота O_2

$$\frac{d^2x_2}{dt^2} = a_{2x} = 0,$$

$$\frac{d^2y_2}{dt^2} = a_{2y} = -g = -9{,}8 \text{ м/с}^2.$$

Этот результат полностью согласуется с формулами преобразования Галилея.

ЗАДАЧИ

3.1. Радарная станция на Земле регистрирует два очень быстрых ракетных космических корабля, которые приближаются друг к другу со скоростями 0,6 c и 0,8 c соответственно, где c — скорость света. Пользуясь формулами преобразования Галилея, найдите скорость сближения обоих кораблей, регистрируемую космонавтом, находящимся на каком-нибудь из кораблей (см. задачу 4.5).

3.2. Координата частицы в покоящейся системе S_1 задается формулой

$$x_1 = 30t_1 + 10t_1^2,$$

где t_1 — время, с, а x_1 — расстояние, м. Найдите координату, скорость и ускорение этой частицы, измеренные наблюдателем, движущимся в положительном направлении оси x со скоростью 10 м/с. Считайте, что $t_1 = t_2 = 0$ в момент, когда обе системы отсчета S_1 и S_2 совпадают.

3.3. Докажите, что закон сохранения момента импульса остается инвариантным при преобразованиях Галилея.

3.4. Два шарика массами m_a и m_b движутся параллельно оси x в системе отсчета S_1 (x_1, y_1, z_1) со скоростями v_a и v_b соответственно. Считая, что столкновение шариков упругое, покажите, что кинетическая энергия сохраняется также и во второй системе S_2 (x_2, y_2, z_2), движущейся с постоянной скоростью в направлении оси x_1.

3.5. Подъемник движется вертикально вверх с постоянной скоростью 5,0 м/с. Когда подъемник был в 10 м над поверхностью Земли, человек на Земле бросил вертикально вверх шарик со скоростью 20 м/с. Найдите положение, скорость и ускорение шарика относительно человека на Земле и человека, находящегося в подъемнике.

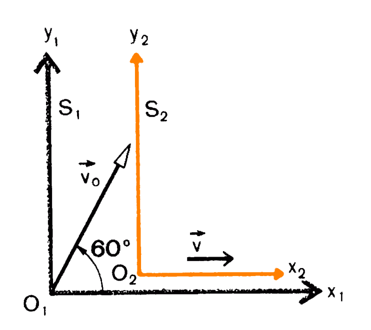


Рис. 3.5

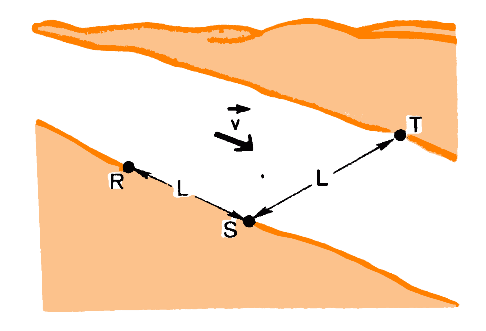


Рис. 3.6

3.6. При $t_1 = 0$ бросили шарик из начала O_1 покоящейся системы отсчета S_1 с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с под углом 60° (рис. 3.5). При $t_1 = 0$ системы S_1 и S_2 совпадают, система S_2 движется в положительном направлении оси x_1 со скоростью $v = 10$ м/с. Найдите координаты положения, а также компоненты скорости и ускорения шарика в системах отсчета S_1 и S_2.

3.7. Два пункта A и B расположены в 2,0 км друг от друга на берегу реки. Два человека совершают прогулку из A в B и обратно. Один плывет в лодке, гребя со скоростью $v = 8{,}0$ км/ч относительно воды в реке, другой идет по берегу со скоростью 8,0 км/ч. а) Считая, что скорость течения реки 4,0 км/ч и что река течет в направлении от A к B, найдите время прогулки каждого человека. б) Какова скорость человека, идущего по берегу, относительно человека в лодке, когда они оба движутся из A в B?

3.8. Человек, гребя веслами, может двигать лодку со скоростью 5,0 км/ч в стоячей воде. Он хочет пересечь реку шириной 1,0 км, текущую со скоростью 3,0 км/ч. а) Под каким углом к берегу он должен направить свою лодку, чтобы достичь берега в месте, точно противоположном начальной точке? б) Вычислите скорость лодки относительно берега. в) Какое время необходимо человеку в лодке для того, чтобы пересечь реку?

3.9. На рисунке 3.6 изображена река шириной L, текущая с постоянной скоростью $\vec{v}$. Первый пловец (A) плывет из S в R и из R в S параллельно берегу, а второй пловец (B) плывет из S в T и из T в S перпендикулярно берегу: $|SR| = |ST|$. Считая, что скорость каждого пловца относительно воды равна c, покажите, что время движения пловца: а) по маршруту SRS равно:

$$t_{\parallel} = \frac{2Lc}{c^2 - v^2},$$

б) по маршруту STS равно:

$$t_{\perp} = \frac{2L}{c^2 - v^2}.$$

3.10. Два мальчика перебрасываются одинаковыми мячами в салоне самолета, летящего со скоростью 150 м/с. Мальчики бросают мячи друг другу со скоростью 20 м/с относительно стенок салона самолета, масса одного мяча 0,080 кг. Для мячей в полете найдите полный импульс и кинетическую энергию, измеренные: а) пассажиром на самолете; б) наблюдателем на Земле. Будут ли импульс и кинетическая энергия инвариантами? Поясните ответ.

3.11. Радиоактивный атом испускает α-частицу со скоростью $5{,}0 \cdot 10^6$ м/с относительно атома. Считая, что атом движется в противоположном направлении со скоростью $3{,}0 \cdot 10^5$ м/с относительно лабораторной системы отсчета, найдите кинетическую энергию и импульс α-частицы, определяемые: а) наблюдателем, движущимся вместе с атомом, и б) наблюдателем, покоящимся в лаборатории.

3.12. Система отсчета $S_2(x_2, y_2)$ движется равномерно поступательно относительно системы отсчета $S_1(x_2, y_2)$ с постоянной скоростью 30 м/с параллельно оси x. Соответствующие оси в обеих системах параллельны друг другу. Два шарика массами $m_1 = 2{,}0$ кг и $m_1' = 3{,}0$ кг движутся относительно системы S_1 со скоростями, соответственно равными $\vec{v}_1 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, м/с и $\vec{v}_1' = 5\vec{i}_1 + 12\vec{j}_1$, м/с. Вычислите: а) скорость каждого шарика относительно S_2; б) полный импульс обоих шариков относительно S_1 и S_2; в) полную кинетическую энергию обоих шариков относительно S_1 и S_2.

Глава 4

ЭКСПЕРИМЕНТ МАЙКЕЛЬСОНА—МОРЛИ

Альберт Абрахам Майкельсон
(1852—1931)

Родился в Стрельно (Германия). В 1854 г. эмигрировал в США. В 1869 г. поступил в Морскую академию США. Там, работая инструктором (1875—1879), поставил свой первый эксперимент по определению скорости света. Работая в школе Кейза прикладных наук (1883—1889), Майкельсон измерил скорость света с очень высокой точностью. В 1920 г. Майкельсон впервые измерил диаметры звезд. За свои прецизионные оптические инструменты и исследования, проделанные с их помощью, Майкельсон в 1907 г. получил Нобелевскую премию по физике.

4.1. Появление парадокса с движением света относительно эфира

Во второй половине XIX в. Максвелл и Герц выдвинули концепцию, что свет есть не что иное, как электромагнитное излучение. К тому времени физики уже исследовали многие свойства света. Так как было известно, что свет имеет волновые свойства, то физики, естественно, считали, что нужно указать среду, в которой могло бы распространяться такое волновое движение, т. е. среду, в которой могли бы двигаться световые волны. Эту среду называли *светоносным эфиром*. Но чтобы эфир действительно мог переносить световые волны, он должен был обладать очень странными свойствами. Необходимо было постулировать, что эфир является средой более легкой, чем все известные газы и пары, и в то же время обладает твердостью стали.

В 1887 г. Альберт А. Майкельсон и Е. Морли задумали и осуществили эксперимент с целью выяснения природы светоносного эфира. В этом эксперименте они пытались определить скорость света относительно эфира. Физики в то время считали, что если эфир существует, то он должен пронизывать все пространство и с ним должна быть связана изначальная, абсолютная система отсчета для всей Вселенной, и в частности для световых волн. Таковой является, например, вода в пруде для волн, распространяющихся по его поверхности. Майкельсон и Морли думали, что Земля должна либо

покоиться в этом эфире, либо двигаться относительно него и, следовательно, эфир должен быть либо покоящейся, либо движущейся относительно Земли инерциальной системой отсчета.

Чтобы осуществить свой эксперимент, Майкельсону и Морли требовался прецизионный оптический прибор. Таким прибором оказался интерферометр, изобретенный для измерения положений максимумов или других фаз волны вдоль когерентного светового пучка, а потому для измерения, в частности, расстояний от одного максимума до другого. С помощью этого прибора можно производить много прецизионных интересных измерений. Схема интерферометра показана на рисунке 4.1. Наполовину посеребренное зеркало M разделяет падающий пучок света на два отдельных пучка, которые идут дальше под углом 90° друг к другу. Эти два пучка называют *когерентными* потому, что они получаются из одного первичного пучка, а потому каждая часть световой волны одного пучка имеет постоянную разность фаз по отношению к части световой волны, образующей второй пучок. Оба эти пучка затем отражаются от полностью посеребренных поверхностей зеркал M_1 и M_2 и затем возвращаются к наблюдателю, проходя через зеркало M. Если два пучка проходят одинаковые оптические пути, то они придут с одинаковой фазой, проинтерферируют, сложатся и дадут свет. Если оптический путь одного какого-то пучка увеличить, скажем, в результате небольшого перемещения зеркала M_1 или зеркала M_2, то пучки будут приходить к наблюдателю не в фазе, в результате чего интенсивность проинтерферированного света будет уменьшаться. Если одно из зеркал сместить на расстояние $\lambda/4$ от своего первоначального поло-

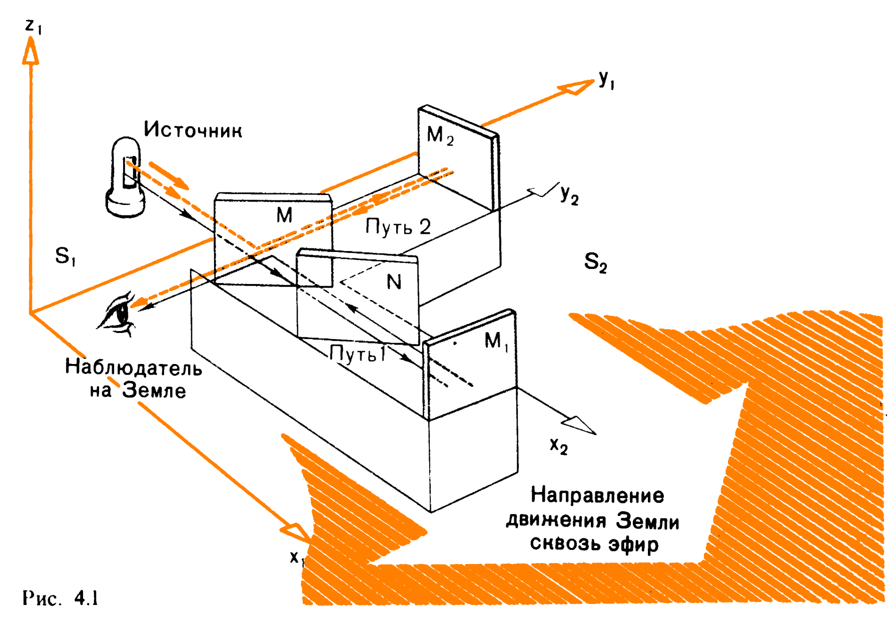


Рис. 4.1

жения, то оба пучка придут в противоположных фазах, проинтерферируют, сложатся и дадут темноту. На рисунке 4.1 поперек пучка, распространяющегося по пути *1*, помещена стеклянная пластинка *N*, называемая компенсационной пластинкой. Оба пучка света, таким образом, проходят через толщу стекла по три раза перед тем, как попадают в глаз наблюдателя.

Когда Майкельсон и Морли решили осуществить свой эксперимент для выяснения свойств эфира, они как раз и обратили внимание на интерферометр, который мог послужить их целям. Они задумали эксперимент, который ответил бы на вопрос, а существует ли эфир и движется ли он относительно Земли. Подобно волнам на поверхности движущейся воды в реке, световые волны должны были бы двигаться с разными скоростями по отношению к наблюдателю в зависимости от того, идут эти волны по направлению движения эфира, против него или поперек него. Если Земля движется в эфире (или, что то же самое, эфир обтекает Землю), то наблюдатель на Земле должен был бы заметить разницу в скоростях распространения света по разным направлениям. Чтобы измерить эту разницу, Майкельсон и Морли построили большой интерферометр, который плавал в бассейне со ртутью. Они пытались определить, не меняется ли скорость света, распространяющегося вдоль путей *1* и *2*, при повороте интерферометра в бассейне на 90°. Разность скоростей распространения света можно было бы определить по смещению интерференционных полос при вращении прибора.

Мысленно проделаем весь этот эксперимент, отвлекшись от многих чисто экспериментальных трудностей, которые необходимо было преодолеть Майкельсону и Морли. Вообразим себе огромный интерферометр с плечами MM_1 (путь *1*) и MM_2 (путь *2*), причем $|MM_1| = |MM_2| = L$, который плавает на поверхности ртути[1]. Ориентируем его ось SM_1 в направлении движения Земли по отношению к удаленным неподвижным звездам. Разумно предположить, что это и есть направление, по которому мы с Землей движемся сквозь эфир (если только последний действительно существует).

Пусть скорость света относительно эфира равна c. Из преобразований Галилея тогда следует, что скорость света относительно Земли вдоль плеча интерферометра, параллельного скорости движения Земли, равна:

$$c - v \text{ (для света, идущего от } M \text{ к } M_1\text{)},$$
$$c + v \text{ (для света, идущего от } M_1 \text{ к } M\text{)}. \qquad (4.1)$$

---

[1] Конечно, соблюсти равенство плеч интерферометра с точностью до долей длины световой волны Майкельсон и Морли не могли. Поэтому в более точной теории следует предполагать их длины различными ($L_1 \neq L_2$). Последующие формулы при этом несколько изменяются, но суть наблюдаемых явлений остается прежней. Рекомендуем проделать эти расчеты в качестве упражнения и результат проверить по одному из имеющихся руководств (например, Матвеев А. Н. Механика и теория относительности. М., 1976, с. 89—92). — *Прим. ред.*

Времена, необходимые для прохождения световой волны по этим путям, соответственно равны:

$$t_{MM_1} = \frac{L}{c-v},$$
$$t_{M_1M} = \frac{L}{c+v}. \tag{4.2}$$

Таким образом, время, необходимое свету для прохождения по замкнутому пути MM_1M, параллельному движению Земли, оказывается равным

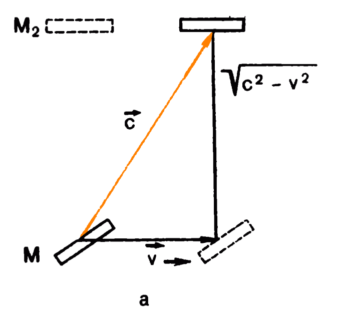
$$t_{\parallel} = \underbrace{\frac{L}{c-v}}_{\substack{\text{время}\\ \text{на пути}\\ MM_1}} + \underbrace{\frac{L}{c+v}}_{\substack{\text{время}\\ \text{на пути}\\ M_1M}} = \frac{2L/c}{1-(\frac{v}{c})^2}. \tag{4.3}$$

Время, необходимое свету для прохождения замкнутого пути, перпендикулярного движению Земли, равно:

$$t_{\perp} = \underbrace{\frac{L}{\sqrt{c^2-v^2}}}_{\substack{\text{время}\\ \text{на пути}\\ MM_2}} + \underbrace{\frac{L}{\sqrt{c^2-v^2}}}_{\substack{\text{время}\\ \text{на пути}\\ M_2M}} = \frac{2L}{\sqrt{c^2-v^2}} = \frac{2L/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \tag{4.4}$$

Этот результат следует из классического правила сложения скоростей, как это проиллюстрировано на рисунке 4.2. Если c — скорость света относительно эфира в системе отсчета S_1, то скорость относительно Земли (система отсчета S_2) света, движущегося по MM_2 (рис. 4.2, *а*) и по M_2M (рис. 4.2, *б*), в обоих случаях равна $\sqrt{c^2-v^2}$.

Формулы (4.3) и (4.4) дают время распространения света по путям MM_1M и MM_2M, измеренное нами (как наблюдателями на Земле). Отметим, что, поскольку мы сейчас анализируем эксперимент Майкельсона — Морли с помощью преобразований Галилея, эти времена не должны зависеть от состояния нашего движения



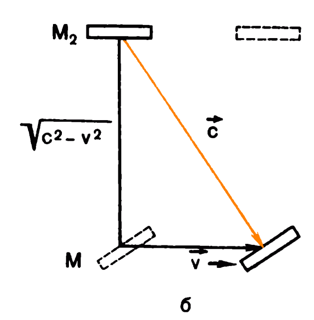


Рис. 4.2

(т. е. движения наблюдателя). Из формул (4.3) и (4.4) тогда получим:

$$\frac{t_{\parallel}}{t_{\perp}} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \quad (4.5)$$

Таким образом, $t_{\parallel} > t_{\perp}$ и обе части когерентного пучка дадут интерференционную картину, когда они встретятся.

Когда Майкельсон и Морли выполняли очень тщательно свой опыт, они ожидали получить сдвиг интерференционной картины по меньшей мере на 0,40 полосы. Однако результаты опыта были таковы, что этот сдвиг оказался не более чем 0,005 полосы. В связи с чем ими и был поставлен вопрос: а существует ли вообще этот сдвиг? С тех пор было проделано много других очень тщательных и тонких экспериментов по измерению указанной разницы скоростей света, но ни в одном из них не было получено доказательства существования этой разности. Экспериментально всегда получалось, что

$$t_{\parallel} = t_{\perp}. \quad (4.6)$$

Этот результат резюмирует ответ природы на вопрос о существовании эфира — вопрос, на который искали ответ Майкельсон и Морли своим экспериментом.

Возникает следующий парадокс, который здесь мы называем парадоксом с движением света относительно эфира. Согласно рассуждениям, основанным на использовании преобразований Галилея, наблюдатель, производящий эксперимент, должен был бы наблюдать, что $t_{\parallel} > t_{\perp}$, а этого не наблюдается. Если, однако, мы отбросим галилеево правило сложения скоростей и примем, что **скорость света одинакова в обеих инерциальных системах отсчета** S_1 и S_2, то получим:

$$t_{\parallel} = \frac{2L}{c}, \; t_{\perp} = \frac{2L}{c}$$

и, таким образом,

$$t_{\parallel} = t_{\perp}.$$

Это именно то заключение, которое действительно согласуется с результатами многих экспериментов. Эксперимент Майкельсона — Морли заставил физиков принять постулат об инвариантности значения скорости света во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, заключаем: **скорость света одинакова и не зависит от того, измеряется ли она наблюдателем в покоящейся системе или наблюдателем в системе, движущейся с постоянной скоростью относительно источника света.**

Эксперимент Майкельсона — Морли в истории физики оказался решающим экспериментом потому, что его «отрицательный» результат означал начало революции во всех наших физических взглядах и представлениях. Возникла настоятельная необходимость разработать более глубокий подход к изучению природы пространства-времени. Пространство-время в конечном счете — это «рамки», в которых природа проявляет самое себя. Возможно, многие, если

не большинство физических явлений, которые мы наблюдаем вокруг нас и которые мы называем естественными, просто проявления различных свойств пространства-времени. Физики систематизируют эти свойства и исследуют их с помощью так называемых формул преобразований. Вопрос, который обычно задает себе физик, состоит в следующем: «А как бы изучаемое конкретное явление природы выглядело, если бы я наблюдал его с точки зрения другой системы отсчета — если бы я мог двигаться с ускорением или вращаться относительно стен лаборатории, в которой я сейчас нахожусь в покое?» Этот вопрос часто оказывается очень трудным, а иногда на него мы, вообще, не можем ответить. Отыскивая, однако, ответы на подобные вопросы о преобразованиях систем отсчета, физики в последние десятилетия достигли значительного прогресса в понимании физических явлений.

Выводы, вытекающие из отрицательного результата эксперимента Майкельсона — Морли, в частности об инвариантности скорости света, составляют экспериментальную основу специальной теории относительности Эйнштейна. Результат эксперимента Майкельсона — Морли и работа Эйнштейна положили начало изучению трансформационных свойств физического мира. Попытки ученых достичь более глубокого понимания природы пространства-времени начались с составления уравнений движения Галилеем и Ньютоном и были продолжены и завершены Лоренцем.

4.2. Преобразования Лоренца

Эксперимент Майкельсона — Морли показал, что мы должны считать преобразования Галилея лишь приближенными и искать другие более общие и более правильные преобразования. Заметим, что если $v/c \to 0$ (когда v мало), то формула (4.5) дает $t_{\parallel} = t_{\perp}$. С другой стороны, при больших скоростях (когда $v/c \to 1$) мы определенно должны считаться с тем, что преобразования Галилея неверны. Таким образом, преобразования Галилея можно рассматривать как хорошее приближение только в области медленных движений. Посмотрим на рисунок 4.3, на котором показаны покоящаяся система отсчета S_1 и инерциальная система отсчета S_2, движущаяся равномерно и поступательно (т. е. $\vec{v} = \text{const}$). В момент времени $t_1 = t_2 = 0$ обе системы совпадали. Часы в них идут идеально и синхронизованы[1].

Пусть в момент времени $t_1 = t_2 = 0$ порция света вышла из общего (совпавшего) начала координат обеих систем S_1 и S_2. Пусть точка M, в которую пришла порция света, имеет в системах S_1 и S_2 координаты соответственно x_1, y_1, z_1, t_1 и x_2, y_2, z_2, t_2. Согласно результатам

---

[1] Для понимания всего последующего весьма важно ясно представить себе физическое содержание утверждения о том, что часы идут идеально и синхронизованы. Если такой ясности у читателя нет, то необходимо обратиться к одной из книг с изложением теории относительности. — *Прим. ред.*

эксперимента Майкельсона — Морли скорость света c должна быть одинаковой в обеих инерциальных системах S_1 и S_2. Расстояния r_1 и r_2 от соответствующих начал систем до точки M будут равны:

$$r_1 = ct_1,\quad r_2 = ct_2. \tag{4.7}$$

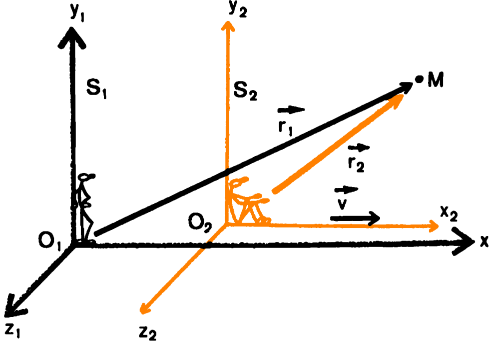


Рис. 4.3

Поэтому мы вынуждены принять, что два промежутка времени t_1 и t_2 прохождения света (измеренные наблюдателями O_1 и O_2) различны, хотя это и противоречит нашему обыденному опыту.

Из формул (4.7) имеем:

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = c^2t_1^2,\quad x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = c^2t_2^2, \tag{4.8}$$

а из соображений симметрии следует, что $y_1 = y_2$ и $z_1 = z_2$. Таким образом, из формул (4.8) получим:

$$x_2^2 - c^2t_2^2 = x_1^2 - c^2t_1^2. \tag{4.9}$$

В этом месте мы немного отвлечемся. Отметим, что здесь делается следующее допущение: существует совокупность формул, позволяющих связывать описание одной группы явлений, наблюдаемой из одной какой-нибудь системы отсчета, с описанием той же самой группы явлений, наблюдаемой из любой другой системы отсчета. Можно представить себе много примеров, для которых такие формулы имеют место. Указанное допущение законно, поскольку все наблюдатели видят одну и ту же природу в одной и той же Вселенной. Совокупность формул, используемых для представления этих связей, называют «формулами преобразования». Мы предполагаем, что с помощью формул преобразования можно «пересчитывать» координаты событий, наблюдаемых в одной системе отсчета, на координаты этих же самых событий, определяемые в другой системе отсчета. Таким образом, мы утверждаем, что выбор системы координат не оказывает никакого влияния на то, что действительно происходит в природе и что мы в самом деле наблюдаем.

Отметим, что в нашем рассуждении мы рассматриваем только системы отсчета, которые движутся с постоянной скоростью друг относительно друга. Исследованием формул преобразования для систем отсчета, движущихся ускоренно друг относительно друга, мы здесь не занимаемся; обсуждение их выходит за рамки нашей книги. Последний вопрос принято относить к общей теории относительности.

Таким образом, мы интересуемся здесь только системами отсчета, которые движутся относительно друг друга равномерно и поступательно. Их называют инерциальными системами отсчета. Будем считать, что формулы перехода для координат от одной инерциальной системы отсчета к другой линейные и имеют следующий вид[1]:

$$
\begin{aligned}
x_2 &= \gamma(x_1 - vt_1),\\
y_2 &= y_1,\\
z_2 &= z_1,\\
t_2 &= a(t_1 - bx_1),
\end{aligned}
\tag{4.10}
$$

где γ, a и b — постоянные, которые мы ниже определим. На вид формул преобразования (4.10) накладываются определенные ограничения. Пока мы потребовали только, чтобы формулы преобразования были линейными, потому что событие, описываемое в одной системе отсчета, должно преобразовываться лишь в одно событие, наблюдаемое во второй системе отсчета. (Если бы формулы преобразования давались квадратичными соотношениями, то, обращая эти формулы, мы получили бы два решения, что означало бы, что одно событие в одной системе отсчета интерпретируется как два события во второй системе — невозможная ситуация[2].) Кроме того, нужно потребовать, чтобы для скоростей, малых по сравнению с c ($v/c \to 0$), формулы нового преобразования принимали вид формул преобразования Галилея. Формулы (4.10) должны годиться также и для совпадающих систем, т. е. когда $t_1 = 0$ и $x_1 = 0$, тогда мы должны получить: $x_2 = 0$, $t_2 = 0$.

Подставим теперь (4.10) в (4.9). Тогда будем иметь:

$$
\begin{aligned}
&x_1^2(\gamma^2 - a^2b^2c^2 - 1) + x_1t_1(-2\gamma^2 v + 2a^2bc^2) +\\
&+ t_1^2(\gamma^2 v^2 - a^2c^2 + c^2) = 0.
\end{aligned}
\tag{4.11}
$$

Поскольку это выражение тождественно равно нулю, то

$$
\begin{aligned}
&\gamma^2 - a^2b^2c^2 - 1 = 0,\\
&-2\gamma^2 v + 2a^2bc^2 = 0,\\
&\gamma^2 v^2 - a^2c^2 + c^2 = 0,
\end{aligned}
\tag{4.12}
$$

Разрешая эти уравнения относительно γ, a и b, получаем:

$$\gamma = a = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}} \tag{4.13}$$

и

$$b = \frac{v}{c^2}. \tag{4.14}$$

---

[1] Линейность преобразований является следствием однородности и изотропности пространства и однородности времени. — *Прим. ред.*

[2] Это рассуждение нестрого: можно, вообще говоря, указать нелинейные преобразования, которые сохраняют однозначное соответствие между событиями различных систем координат. — *Прим. ред.*

Выражение $\frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$ называют *лоренцевым множителем* и обычно обозначают буквой γ. Выражение v/c обозначают буквой β.

Формулы преобразования (4.10) можно теперь записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma(x_1 - vt_1), \\ y_2 &= y_1, \\ z_2 &= z_1, \\ t_2 &= \frac{t_1 - (v/c^2)x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma(t_1 - \frac{\beta}{c}x_1). \end{aligned} \tag{4.15}$$

Формулы обратного преобразования к (4.15) выглядят так:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{x_2 + vt_2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma(x_2 + vt_2), \\ y_1 &= y_2, \\ z_1 &= z_2, \\ t_1 &= \frac{t_2 + (v/c^2)x_2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma(t_2 + \frac{\beta}{c} x_2). \end{aligned} \tag{4.16}$$

Формулы (4.16) можно получить, либо выполняя необходимые алгебраические вычисления, либо проще — заменив в формулах (4.15) v на $-v$ и переставляя индексы *1* и *2*. Полученные формулы преобразования известны как формулы преобразования Лоренца. Голландский физик X. А. Лоренц (1853—1928) вывел их в 1890 г.[1]

В 1923 г. Нильс Бор высказал свой знаменитый принцип соответствия. Согласно этому принципу **всякая новая теория в физике должна сводиться к хорошо установленной соответствующей классической теории, если эта теория прилагается к специальным случаям, которые успешно описываются менее общей теорией.**

Когда $\beta = v/c \to 0$, формулы (4.15) сводятся к формулам:

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 - vt_1, \\ y_2 &= y_1, \\ z_2 &= z_1, \\ t_2 &= t_1, \end{aligned}$$

а это есть формулы преобразования Галилея [см. (3.7)]. Таким образом, резюмируем, что при $\beta = v/c \to 0$ преобразование Лоренца переходит в преобразование Галилея.

4.3. Лоренцево правило сложения скоростей

Дифференцируя формулы (4.15), получим:

$$dx_2 = \frac{dx_1 - v\,dt_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{(v_{1x} - v)dt_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{4.17}$$

---

[1] Полная группа этих преобразований была получена Лоренцем в 1903 г. — *Прим. ред.*

$$dy_2 = dy_1,$$
$$dz_2 = dz_1, \quad (4.17)$$
$$dt_2 = \frac{dt_1 - (v/c^2)dx_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{(1 - vv_{1x}/c^2)dt_1}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где $v_{1x} = \frac{dx_1}{dt_1}$. Таким образом, формулы преобразования Лоренца для компонент скорости частицы имеют следующий вид:

$$v_{2x} = \frac{dx_2}{dt_2} = \frac{v_{1x} - v}{1 - (v/c^2)v_{1x}},$$
$$v_{2y} = \frac{dy_2}{dt_2} = \frac{v_{1y}\sqrt{1-\beta^2}}{1 - (v/c^2)v_{1x}}, \quad (4.18)$$
$$v_{2z} = \frac{dz_2}{dt_2} = \frac{v_{1z}\sqrt{1-\beta^2}}{1 - (v/c^2)v_{1x}}.$$

Отметим, что, хотя для рассматриваемого преобразования Лоренца скорость $\vec{v}$ направлена вдоль оси x, y- и z-компоненты скорости $\vec{v}_2$ тоже зависят от v_{1x}.

Когда $\beta = v/c \to 0$, из этих формул преобразования получаются формулы:

$$v_{2x} = v_{1x} - v,$$
$$v_{2y} = v_{1y},$$
$$v_{2z} = v_{1z},$$

т. е. формулы галилеева правила сложения скоростей. Таким образом, мы воочию убеждаемся в справедливости принципа соответствия Бора.

Переставляя нижние индексы *1* и *2* и заменяя v на $-v$, получим формулы обратного преобразования для компонент скоростей:

$$v_{1x} = \frac{v_{2x} + v}{1 + (v/c^2)v_{2x}},$$
$$v_{1y} = \frac{v_{2y}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + (v/c^2)v_{2x}}, \quad (4.19)$$
$$v_{1z} = \frac{v_{2z}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + (v/c^2)v_{2x}}.$$

Рассмотрим теперь частицу M, движущуюся параллельно оси x_2 со скоростью $v_2 = v_{2x}$ в системе отсчета S_2, которая сама движется со скоростью v относительно инерциальной системы S_1. Тогда согласно формулам преобразования Галилея компоненты скорости частицы M, измеренные в инерциальной системе отсчета S_1, будут такими:

$$v_{1x} = v_{2x} + v = v_2 + v,$$
$$v_{1y} = v_{2y} = 0, \quad (4.20)$$
$$v_{1z} = v_{2z} = 0.$$

Согласно же формулам преобразования Лоренца эти компоненты скорости равны:

$$v_{1x} = \frac{v_{2x} + v}{1 + (v/c^2)v_{2x}} = \frac{v_2 + v}{1 + (v/c^2)v_{2x}},$$

$$v_{1y} = \frac{v_{2y}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + (v/c^2)v_{2x}} = 0, \qquad (4.21)$$

$$v_{1z} = \frac{v_{2z}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + (v/c^2)v_{2x}} = 0.$$

Если положить $v_2 = c$, то по вышеприведенным формулам преобразования Галилея получим:

$$v_{1x} = c + v,$$
$$v_{1y} = 0,$$
$$v_{1z} = 0.$$

Как мы уже отмечали, эти формулы не согласуются с отрицательным результатом эксперимента Майкельсона — Морли. Применив формулы преобразования Лоренца, найдем:

$$v_{1x} = \frac{c + v}{1 + (v/c^2)c} = c,$$
$$v_{1y} = 0,$$
$$v_{1z} = 0,$$

что полностью согласуется с результатом эксперимента Майкельсона — Морли.

Пример 4.1. Покажите, что если x_1, y_1, z_1, t_1 и x_2, y_2, z_2, t_2 — координаты события в системе S_1 и соответствующего ему события в системе S_2, то выражение

$$ds_1^2 = dx_1^2 + dy_1^2 + dz_1^2 - c^2 dt_1^2$$

остается инвариантным при преобразовании Лоренца для координат (т. е. $ds_1^2 = ds_2^2$).

Решение. Дифференцируя формулы (4.16), получаем:

$$dx_1 = \frac{dx_2 + v dt_2}{\sqrt{1-\beta^2}},$$
$$dy_1 = dy_2,$$
$$dz_1 = dz_2,$$
$$dt_1 = \frac{dt_2 + (\beta/c) dx_2}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

причем мы полагаем $v = \mathrm{const}$. Очевидно далее, что

$$ds_1^2 = \left(\frac{dx_2 + v dt_2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^2 + dy_2^2 + dz_2^2 - c^2\left(\frac{dt_2 + (\beta/c) dx_2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^2,$$

или после упрощений

$$ds_1^2 = dx_2^2 + dy_2^2 + dz_2^2 - c^2 dt_2^2 = ds_2^2.$$

Пример 4.2. Покажите, что два события, которые произошли в один и тот же момент (т. е. одновременно) в двух разных точках A (x_{1A}, y_{1A}) и B (x_{1B}, y_{1B}) системы S_1, неодновременны, если их рассматривать в системе отсчета S_2.

Решение. Из формул (4.15) следует, что преобразование Лоренца для переменной t имеет вид:

$$t_2 = \gamma(t_1 - \frac{\beta}{c}x_1).$$

Используя эту формулу для нашего случая, получим:

$$t_{2A} = \gamma(t_1 - \frac{\beta}{c}x_{1A}) \text{ и } t_{2B} = \gamma(t_1 - \frac{\beta}{c}x_{1B}).$$

Следовательно:

$$t_{2A} - t_{2B} = \gamma\frac{\beta}{c}(x_{1B} - x_{1A}).$$

Таким образом, два события действительно неодновременны, если их рассматривать в системе S_2 (при условии, что $x_{1A} \neq x_{1B}$).

ЗАДАЧИ

4.1. Исходя из формул преобразования Лоренца (4.15) и алгебраически разрешая их относительно x_1, y_1, z_1, t_1, покажите, что формулы обратного преобразования Лоренца (4.16) получаются из формул (4.15) перестановкой индексов 1 и 2 и заменой v на $-v$.

4.2. Проделайте то же самое, что и в задаче 4.1, для формул (4.19) преобразования Лоренца для скоростей и убедитесь, что формулы обратного преобразования получаются перестановкой индексов 1 и 2 и заменой v на $-v$.

4.3. Используйте формулы преобразования Лоренца для скоростей и покажите, что если $v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_{1z}^2 = c^2$ в инерциальной системе отсчета S_1, то $v_{2x}^2 + v_{2y}^2 + v_{2z}^2 = c^2$ в инерциальной системе S_2 (другими словами, убедитесь при помощи преобразований Лоренца, что скорость света одна и та же во всех инерциальных системах отсчета).

4.4. Пусть инерциальная система S_2 движется со скоростью $v = c$ относительно инерциальной системы S_1. Наблюдатель в системе S_2 следит за частицей, движущейся со скоростью, прямоугольные компоненты которой равны: $v_{2x} = c$, $v_{2y} = c/2$. Найдите модуль и направление скорости частицы:
а) по формулам преобразования Лоренца для скоростей;
б) по галилеевому правилу сложения скоростей. Сравните результаты.

4.5. Две ракеты, снабженные ионными двигателями, приближаются одна к другой с параллельными и противоположно направленными скоростями, равными 0,80 c и 0,70 c, относительно наблюдателя, покоящегося в некоторой точке на линии их сближения. Вычислите относительную скорость обеих ракет: а) по классической механике; б) по релятивистской механике. Сравните результаты.

4.6. Часы, движущиеся мимо нас со скоростью $v = c/2$, показывают время $t_2 = 0$, когда наши собственные часы показывают время $t_1 = 0$. Используя формулы преобразования Лоренца, определите, что покажут наши часы, если движущиеся часы покажут $t_2 = 10$ с.

4.7. Человек из окна автомашины, движущейся со скоростью 60 км/ч, бросает шарик в направлении движения автомобиля. Считая, что скорость шарика относительно автомобиля 50 км/ч, вычислите скорость шарика относительно Земли, используя: а) механику специальной теории относительности; б) галилееву механику. Сравните результаты.

4.8. Командир космического корабля, движущегося со скоростью 0,80 c, зарегистрированной покоящейся радарной станцией, использует электронную пушку и

выстреливает электроны в направлении движения со скоростью 0,90 c относительно корабля. Найдите скорость электронов относительно радарной станции: а) по формулам специальной теории относительности; б) по формулам классической механики.

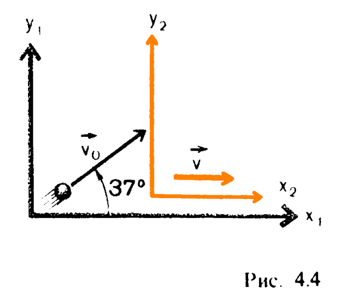


Рис. 4.4

4.9. Покажите, что из релятивистской формулы

$$v_{1x} = \frac{v_{2x} + v}{1 + \frac{v}{c^2} v_{2x}}$$ следует, что:

а) $v_{1x} < c$, когда $v < c$ и $v_{2x} < c$; б) $v_{1x} = c$, когда либо $v_{2x} = c$, либо $v = c$.

4.10. Событие, происшедшее в системе S_1, имеет координаты $x_1 = 1{,}0 \cdot 10^5$ м, $y_1 = 0$, $z_1 = 1{,}0 \cdot 10^5$ м, $t_1 = 1{,}0 \cdot 10^5$ с. Каковы координаты этого события, измеренные инерциальным наблюдателем, связанным с системой отсчета S_2, движущейся с относительной скоростью $^1/_2 c$ вдоль направления x_1?

4.11. Электрон испускается под углом 37° к оси x_1 со скоростью $v_0 = 1/2\ c$. Найдите абсолютное значение и направление скорости этого электрона относительно инерциальной системы, движущейся со скоростью $v = 1/2\ c$ (рис. 4.4).

4.12. Эксперимент начинается с того, что с Земли (предполагаемой покоящейся) в момент времени $t_1 = 1{,}000$ с выстреливается лазерный импульс по направлению к Луне. В момент времени $t_1' = 2{,}210$ с детектор на лунной поверхности регистрирует прибытие импульса. Каким будет время прохождения импульса для наблюдателя, движущегося в том же направлении, что и импульс, со скоростью 0,800 c?

Глава 5

СЛЕДСТВИЯ ИЗ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛОРЕНЦА

Хендрик Антон Лоренц
(1853—1928)

Родился в Арнхеме (Голландия). Получил степень доктора наук в Лейденском университете в 1875 г. Являлся научным директором Тейлоровской лаборатории в Гарлеме и почетным профессором в Лейдене. В 1903 г. вывел формулы (знаменитые преобразования Лоренца), которые помогли Эйнштейну сформулировать его специальную теорию относительности. Лоренц занимался исследованиями во многих разделах теоретической физики: в электродинамике, в теории гравитации, в термодинамике, в теории излучения и кинетической теории газов. За объяснение эффекта Зеемана в 1902 г. получил Нобелевскую премию вместе с Питером Зееманом.

5.1. Сокращение длины

Выясним теперь такой вопрос: что нужно понимать под длиной метрового стержня? На первый взгляд это довольно-таки нелепый вопрос, потому что в силу самого уже названия стержня его длина равна 1 м. И тем не менее все же следует обязательно говорить, что 1 м — это длина метрового стержня в *системе отсчета, в кото-*

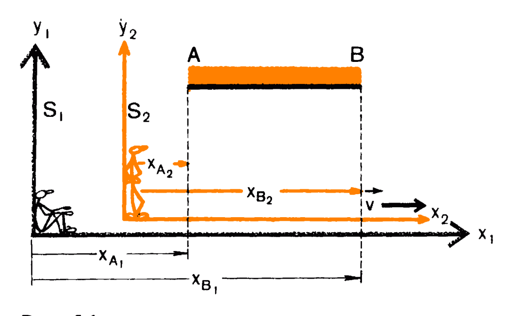


Рис. 5.1

рой этот стержень покоится, например в системе S_2 (рис. 5.1) Если метровый стержень расположен параллельно оси x в этой системе, то действительно расстояние от конца A, имеющего координату x_{A_2}, до конца B, имеющего координату x_{B_2}, равно 1 м. Длина стержня в системе S_2 определяется, таким образом, как разность двух указанных координат:

$$L_2 = x_{B_2} - x_{A_2}. \tag{5.1}$$

Отметим, что числа x_{B_2} и x_{A_2} не меняются с течением времени, поскольку S_2 — это система отсчета, в которой стержень покоится. Разность L_2 тоже поэтому не будет зависеть от времени.

Теперь посмотрим на тот же самый стержень с точки зрения наблюдателя, находящегося в системе отсчета S_1. Пусть система S_2 движется со скоростью $\vec{v}$ в направлении, параллельном оси x_1, относительно системы отсчета S_1. Конец A стержня в системе S_1 будет иметь координату x_{A_1}, причем число x_{A_1} будет постоянно изменяться, так как система S_2 все время движется. Число x_{B_1}, которое отмечает положение другого конца метрового стержня, тоже изменяется с течением времени. Рассматривая стержень с точки зрения наблюдателя, помещенного в систему S_1, мы определим теперь длину стержня как разность двух последних чисел, являющихся координатами его концов в системе отсчета S_1:

$$L_1 = x_{B_1} - x_{A_1}. \tag{5.2}$$

Разумно ожидать, что величина L_1 не изменяется со временем. Однако теперь мы в этом должны специально убедиться, поскольку оба числа, разностью которых является L_1, изменяются со временем. Нам хотелось бы, конечно, получить следующее. Если длина стержня постоянна в одной системе отсчета (в нашем случае в системе S_2), то она должна быть постоянной также и в любой другой системе отсчета (в нашем случае в системе S_1). Если бы это было не так, то один и тот же предмет мог бы казаться абсолютно твердым для одного наблюдателя и нетвердым (деформируемым) для другого, движущегося относительно первого.

Формулы преобразования Лоренца для пространственных координат дают возможность разобраться в поставленном вопросе и действительно воочию убедиться в независимости длины стержня от времени при определении ее в любой системе отсчета. Применим формулы преобразования Лоренца к обеим координатам, входящим в правую часть формулы (5.2). Мы получим тогда следующие координаты в системе отсчета S_2:

$$x_{A_2} = \gamma(x_{A_1} - vt_1), \quad (5.3)$$
$$x_{B_2} = \gamma(x_{B_1} - vt_1), \quad (5.4)$$

где γ — лоренцев множитель [см. (4.13)] и t_1 — момент времени, измеренный в системе S_1, в которой мы измеряем длину стержня. Замечаем значения координат его концов A и B. Вычтя (5.3) из (5.4), мы получаем, что

$$x_{B_2} - x_{A_2} = \gamma(x_{B_1} - x_{A_1}), \quad (5.5)$$

или равенство

$$L_2 = \gamma L_1. \quad (5.6)$$

Поскольку v всегда должно быть меньше c, множитель γ всегда должен быть больше 1. Мы приходим поистине к удивительному результату: **стержень, наблюдаемый с точки зрения любой системы отсчета, движущейся равномерно и поступательно относительно инерциальной системы, в которой стержень покоится, кажется короче.** Таким образом, для любого размера любого объекта имеет место неравенство

$$L_1 < L_2, \quad (5.7)$$

или равенство

$$L_1 = L_2\sqrt{1-\beta^2},$$

где L_1 — длина объекта, движущегося относительно наблюдателя, а L_2 — длина объекта, покоящегося относительно наблюдателя. Это правило универсально, так как приложимо к любому объекту. Оно никак не зависит от физической природы рассматриваемого объекта и характеризует свойства *пространства-времени*, т. е. на самом деле даже неважно, имеется ли в действительности или нет объект, расположенный на интервале между измеряемыми координатами.

Альберт Эйнштейн предложил считать преобразование Лоренца *фундаментальным* законом природы.

Утверждение, что размеры объекта зависят от состояния движения наблюдателя, настолько шокировало физиков, что многие из них даже сомневались в справедливости бесспорного результата эксперимента Майкельсона — Морли. Этот результат выдержал, однако, с тех пор проверку временем, был тщательно проверен и перепроверен многими другими исследователями.

Читателю интересно будет узнать, что Лоренц и ирландский физик Д. Ф. Фитцжеральд (1851—1901) думали, что укорочение движущегося объекта связано с проявлением каких-то новых сил, которые начинают действовать на объект, когда он приходит в движение относительно эфира. В то время некоторые физики много размышляли о физической природе этих сил. Эйнштейн, однако, сразу встал на совершенно противоположную точку зрения, заявив, что сокращение длины — это *свойство самого пространства* и что абсолютной, привилегированной системы отсчета по отношению ко всем другим инерциаль-

ным системам отсчета в природе не существует. Эйнштейн, таким образом, отбросил идею *абсолютного* движения для всего, кроме света, как физически бессмысленную. Но в то же время он утверждал, что скорость света в вакууме абсолютна, т. е. имеет одно и то же значение, обозначаемое c (для одного и того же света), если ее определить в любой системе отсчета (неважно, с какой скоростью движущейся). Подчеркнем этот существенный момент. **Скорость света в вакууме одинакова для всех наблюдателей.** Утверждение это относится в равной степени как к наблюдателю, который держит в руках источник света, так и к наблюдателю, который движется с очень большой скоростью относительно наблюдателя с этим источником.

Особо отметим, что мы не можем со световым пучком, движущимся со скоростью света, связать какую-либо определенную систему отсчета. Если это четко понимать, а также отчетливо осознавать тот факт, что каждый наблюдатель видит окружающий мир из его собственной, для него единственной инерциальной системы (движущейся относительно инерциальной системы любого другого наблюдателя), то легко прийти к заключению, что для любого наблюдателя существует единственная система отсчета, которая делает окружающий мир понятным ему, причем для его описания применяются те же физические величины, которые используют другие наблюдатели. Таким образом, можно высказать три следующих положения:

1. При малых относительных скоростях (в частности, когда $\vec{v} \to 0$) L_1 становится равным L_2, что согласуется с результатами классической механики (имеем еще один пример проявления боровского принципа соответствия).

2. Сокращение длины наблюдается только для отрезков, расположенных вдоль направления относительного движения.

3. Так как лоренцев множитель γ должен принимать действительные, а не чисто мнимые значения, то v всегда меньше c.

Пример 5.1. Жесткий стержень AB длиной $L_2 = 1{,}5$ м покоится в системе S_2 (рис. 5.2). Считая, что стержень ориентирован под углом $\theta_2 = 45°$ к оси x_2, найдите длину стержня и угол его ориентации θ_1 в системе отсчета S_1, движущейся со скоростью $v = 0{,}98\ c$ относительно системы S_2.

Решение. Если длину стержня разложить на две компоненты, параллельные осям x_2 и y_2 соответственно, то длины компонент, измеренные в системе S_2, будут равны:

$$L_{2x} = L_2 \cos\theta_2,$$
$$L_{2y} = L_2 \sin\theta_2.$$

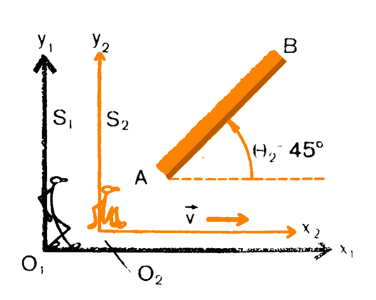


Рис. 5.2

Вертикальная компонента, перпендикулярная $\vec{v}$, не испытывает никакого сокращения, если ее рассматривать с точки зрения системы S_1. Следовательно,

$$L_{1y} = L_{2y} = L_2 \cos\theta_2.$$

Горизонтальная компонента, параллельная $\vec{v}$, будет сокращаться согласно формуле (5.5), и мы получим:

$$L_{1x} = L_{2x}\sqrt{1-\beta^2} = L_2\sqrt{1-\beta^2}\cos\theta_2.$$

Длина стержня, измеренная наблюдателем из S_1, таким образом, будет равна:

$$L_1 = \sqrt{L_{1x}^2 + L_{1y}^2} = \sqrt{L_2^2(1-\beta^2)\cos^2\theta_2 + L_2^2\sin^2\theta_2} =$$
$$= L_2\sqrt{1-\beta^2\cos^2\theta_2}.$$

Его ориентация в системе S_1 будет следующей:

$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{L_{1y}}{L_{1x}} = \frac{L_2\sin\theta_2}{L_2\sqrt{1-\beta^2}\cos\theta_2} = \frac{\operatorname{tg}\theta_2}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Подставляя численные значения, находим:

$$L_1 = 1{,}08 \text{ м}, \ \theta_1 = 78{,}7°.$$

5.2. Замедление времени

Представим себе простейшее событие как нечто, происходящее в пространственной точке A в момент времени t_A. Пространственные координаты точки A в данной системе отсчета S_2 пусть будут x_A, y_A, z_A. Рассмотрим теперь еще одно событие, происшедшее в той же самой точке A, но в другой момент времени t_B. Пусть оба эти события регистрируются наблюдателем в системе S_2, в которой точка A покоится. Назовем систему S_2 системой покоя. Временной интервал в системе S_2 между двумя указанными событиями равен:

$$T_2 = t_{B_2} - t_{A_2} \tag{5.8}$$

(здесь мы использовали индекс 2 для обозначения показаний часов t_A и t_B, чтобы не забыть, что мы пользуемся часами, покоящимися в системе S_2).

Посмотрим теперь, как эта пара событий, происшедших в одной и той же точке A, представляется наблюдателю из системы S_1, которая движется параллельно оси x_2 системы S_2 с относительной скоростью $-\vec{v}$ (рис. 5.3).

Заметим, что в специальной теории относительности обе следующие ситуации эквивалентны: система S_2 движется относительно системы S_1 со скоростью $\vec{v}$, или же система S_1 движется относительно системы S_2 со скоростью $-\vec{v}$. Очевидно, временной интервал, наблюденный в системе S_1, равен:

$$T_1 = t_{B_1} - t_{A_1}, \tag{5.9}$$

причем пространственные координаты первого и второго событий теперь не будут одинаковыми, как это было в системе покоя S_2.

Значения временных интервалов в указанных двух систе-

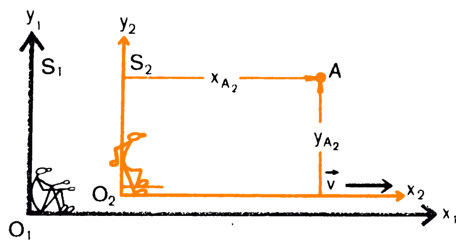


Рис. 5.3

мах отсчета не должны зависеть от значений пространственных координат x, y, z в любой системе отсчета (S_1 и S_2), иначе мы могли бы изменять скорость хода часов, просто перемещая их в различные точки одной и той же системы отсчета. Поэтому пространственные координаты, которые появляются в формулах преобразования Лоренца (4.15), должны выпасть, если только мы будем рассматривать действительно временные интервалы. Напомним, что формула преобразования (переменной t) имеет вид:

для события A

$$t_{A_1} = \gamma\left(t_{A_2} + \frac{vx_{A_2}}{c^2}\right), \tag{5.10}$$

для события B

$$t_{B_1} = \gamma\left(t_{B_2} + \frac{vx_{B_2}}{c^2}\right). \tag{5.11}$$

Здесь γ — снова лоренцев множитель (4.13). При рассмотрении этих формул сразу выясняется роль координаты x; она нужна для учета факта синхронизации часов в системе S_1 с часами, покоящимися в системе S_2. На *скорость хода* часов она никак не влияет.

Вычитая (5.10) из (5.11), получим:

$$t_{B_1} - t_{A_1} = \gamma\,(t_{B_2} - t_{A_2}). \tag{5.12}$$

Используя формулы (5.8) и (5.9), будем иметь:

$$T_1 = \gamma T_2. \tag{5.13}$$

Поскольку $\gamma > 1$, мы приходим еще к одному удивительному заключению:

$$T_1 > T_2. \tag{5.14}$$

Таким образом, формула релятивистского замедления времени имеет следующий вид:

$$T_1 = \frac{T_2}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где T_1 — интервал времени между двумя событиями, случившимися в точке, движущейся относительно наблюдателя, а T_2 — интервал времени между двумя событиями, случившимися в точке, покоящейся относительно наблюдателя.

Следовательно, временной интервал, который разделяет два последовательных события, оказывается больше в любой системе отсчета, движущейся относительно покоящейся системы, чем в самой покоящейся системе. Так как единственный способ сделать временной интервал длиннее — это замедлить ход часов, используемых для измерения этого интервала, мы заключаем, что *движущиеся часы идут медленнее, чем покоящиеся*!

Тем самым мы констатируем, что для любого наблюдателя его собственные часы в его собственной лаборатории идут быстрее, чем любые другие часы, движущиеся относительно него. Заметим,

что каждый наблюдатель может считать себя покоящимся и рассматривать все движущееся как движущееся относительно него. Эта привилегия дарована каждому наблюдателю специальным принципом относительности: *каждый наблюдатель эквивалентен любому другому наблюдателю.* Поэтому каждый наблюдатель вправе заявить, что именно он находится в центре Вселенной, именно его система отсчета покоящаяся для всего сущего! Он может так сказать, но в то же время он должен сознавать и уважать право любого другого наблюдателя высказать абсолютно то же самое. Только при этом условии различные наблюдатели смогут понять друг друга, когда начнут каждый в своей собственной системе отсчета описывать явления природы.

Для пересчета добытых ими чисел они должны воспользоваться формулами преобразований Лоренца.

Мы не будем здесь из приведенных выше формул для прямого преобразования Лоренца выводить формулы для обратного преобразования. Предлагаем читателю самостоятельно получить их и убедиться в следующем. Если взять обратные формулы к формулам (5.10) и (5.11), то окажется, что часы действительно эквивалентны в различных системах отсчета, а не просто неправильно идут.

Пример 5.2. Пучок π-мезонов, которые производятся на современных гигантских ускорителях, может служить прекрасным примером для иллюстрации явлений сокращения длины и замедления времени. Протоны, ускоренные на таком ускорителе практически от состояния покоя до очень высоких энергий, направляют на металлическую мишень. Одним из продуктов столкновений протонов с мишенью является пучок очень быстрых π-мезонов. Это как раз те самые частицы, которые ответственны за ядерные силы, удерживающие нуклоны в атомных ядрах.

В некоторых экспериментах π-мезоны (или пионы) замедляются путем пропускания их через толстую стену из бетона или стали. После этого они останавливаются еще одной мишенью. В ней положительные пионы распадаются на другие частицы, так как пионы нестабильны. Дочерними частицами при этом являются мюоны и нейтрино. В подобных экспериментах момент времени, когда пион остановился, можно определить с помощью счетчика, помещенного непосредственно перед второй мишенью. Другой счетчик может регистрировать появившиеся мюоны распада, и таким образом мы можем измерить время жизни покоящегося пиона. Из многочисленных измерений было найдено, что среднее время жизни покоящегося пиона равно $2{,}6 \cdot 10^{-8}$ с.

В других подобных экспериментах быстрые пионы направляют в длинный туннель, наполненный воздухом, или же в огромную вакуумную камеру. Многие из них здесь распадаются на лету. В этих экспериментах можно измерить число пионов, которые начали свой полет в туннеле, и число пионов, долетевших до его конца. Разность этих чисел определяет, сколько пионов распалось при полете внутри туннеля во время их очень быстрого движения.

Пионы обычно могут иметь энергию, в 20 раз большую их энергии покоя, т. е. лоренцев множитель для них равен $\gamma = 20$. Скорость пионов можно вычислить непосредственно из приведенного значения лоренцева множителя. Оказывается, их скорость очень близка к скорости света c. Пусть N_0 — число пионов, которые начинают свое движение в 100-метровом туннеле с указанной скоростью. Для пролета туннеля им потребуется время, равное $3{,}33 \cdot 10^{-7}$ с (100 м $: 3{,}00 \cdot 10^8$ м/с), если, конечно, они не распадутся во время пролета.

Для числа выживших пионов N имеем формулу

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t}{T}},$$

где λ — постоянная распада, а T — среднее время жизни.

Подставляя в формулу вышеприведенные данные по скорости распада, получим:

$$N = N_0 \exp[-(3{,}33 \cdot 10^{-7}/2{,}60 \cdot 10^{-8})] = N_0 \exp(-12{,}8) = 2{,}76 \cdot 10^{-6}\ N_0,$$

т. е. конца туннеля должно достичь менее чем 0,00028% пионов. Однако это неверное заключение. Надо учитывать, что лоренцев множитель $\gamma = 20$ входит также в формулу замедления «пионных» часов и их среднее время жизни в полете будет $20 \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-6}$ с $=$ $= 5{,}2 \cdot 10^{-7}$ с. Так что на самом деле число пионов, достигающих конца туннеля, равно:

$$N = N_0 \exp[-(3{,}33 \cdot 10^{-7}/5{,}20 \cdot 10^{-7})] = N_0 \exp(-0{,}642) = 0{,}52 N_0,$$

т. е. выживает 52% пионов. «Внутренние» часы пионов, оказывается, идут намного медленнее, если на них смотреть из лаборатории, размещенной в конце туннеля.

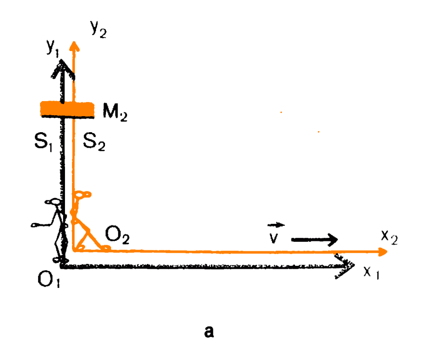
Наблюдатель, движущийся вместе с пионом, имеет полное право сказать, что «пионные» часы идут нормально и что среднее время жизни пиона равно $2{,}6 \cdot 10^{-8}$ с. Но сам туннель этому наблюдателю покажется короче из-за наличия лоренцева сокращения и будет представляться ему длиной всего около 5,00 м. Поэтому пролет пиона потребует, по мнению этого наблюдателя, только время 5 м $: 3 \cdot 10^{-8}$ м/с $= 1{,}66 \cdot 10^{-8}$ с. Число пионов, достигающих конца туннеля, по мнению наблюдателя, летящего с пионным пучком, оказывается, таким образом, равным

$$N = N_0 \exp[-(1{,}66 \cdot 10^{-8}/2{,}6 \cdot 10^{-8})] = N_0 \exp(-0{,}642) = 0{,}52 N_0,$$

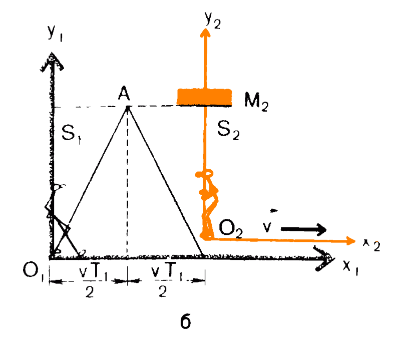
т. е. опять получаются те же 52% выживших пионов. Так что и наблюдатель, движущийся с пионным пучком, и наблюдатель в лаборатории регистрируют одно и то же число пионов в конце туннеля.

5.3. Объяснение эксперимента Майкельсона — Морли

При помощи преобразования Лоренца можно показать, что замедление времени и сокращение длины есть следствия постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета, движущихся друг относительно друга поступательно и равномерно. Утверждение



а



б

Рис. 5.4

об инвариантности скорости света вытекает непосредственно из эксперимента Майкельсона — Морли и лежит в основе *специального принципа относительности.*

Рассмотрим явление *замедления времени* на следующем примере. Возьмем снова интерферометр Майкельсона (см. рис. 4.1), с которым, как прежде, жестко связана система отсчета S_2, которая в свою очередь жестко связана с Землей. На рисунке 5.4, *а*, *б* показано зеркало M_2, покоящееся в системе S_2, движущейся со скоростью v (скорость движения Земли) относительно системы S_1. Система отсчета S_1, в свою очередь, жестко связана с неподвижными звездами или «эфиром». В момент времени $t_1 = t_2 = 0$ (рис. 5.4, *а*), когда системы S_2 и S_1 совпадают, из точки O_1 посылается порция света по направлению к зеркалу M_2, затем она отражается от зеркала и по истечении некоторого промежутка времени достигает точки O_2. Обозначим через T_1 и T_2 время движения данной порции света, измеренное наблюдателями O_1 и O_2 соответственно.

Очевидно (поскольку скорость света инвариантна), что

$$T_2 = \frac{2L}{c} \tag{5.15}$$

и

$$T_1 = \frac{O_1A + AO_2}{c} = \frac{2\sqrt{L^2 + (v^2/4)T_1^2}}{c}. \tag{5.16}$$

Из формулы (5.16) получаем:

$$L = \frac{c}{2}T_1\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \tag{5.17}$$

Комбинируя (5.15) и (5.17), имеем:

$$\frac{c}{2}T_1\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{c}{2}T_2,$$

или в более простом виде:

$$T_1 = \frac{T_2}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}. \tag{5.18}$$

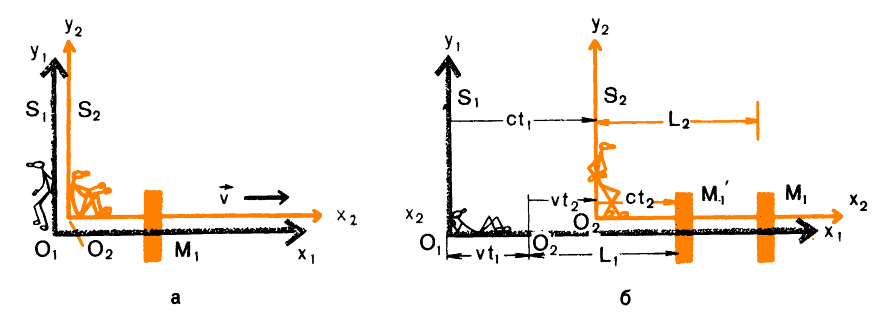


Рис. 5.5

Мы получили тот же результат, что и непосредственно следующий из формул преобразования Лоренца.

Рассмотрим теперь вопрос о сокращении длины. В момент, когда системы S_2 и S_1 совпадают, пошлем порцию света из общего начала систем отсчета по направлению к зеркалу M_1, которое находится на расстоянии L_2 от этой точки (начала), измеренном наблюдателем O_2 (рис. 5.5, *а*). Порция света отразится от зеркала M_1 и вернется опять в точку O_2. Как прежде, пусть T_1 и T_2 обозначают время движения данной порции света, измеренное наблюдателями O_1 и O_2 соответственно. Для движения по замкнутому пути $O_2M_1O_2$ имеем:

$$T_2 = 2\frac{L_2}{c}. \tag{5.19}$$

Обозначим через t_1 время движения из O_2 в M_1, измеренное наблюдателем O_1. Из рисунка 5.5, *б* видно, что

$$ct_1 = vt_1 + L_1, \tag{5.20}$$

где L_1 — расстояние от M_1 до O_2, измеренное в системе отсчета S_1. Если время движения порции света от M_1 до O_2, измеренное наблюдателем O_1, равно t_2, то

$$ct_2 = L_1 - vt_2. \tag{5.21}$$

Следовательно, из формул (5.20) и (5.21) получаем, что

$$T_1 = t_1 + t_2 = \frac{L_1}{c-v} + \frac{L_1}{c+v} = \frac{2L_1}{c[1-(v^2/c^2)]}, \tag{5.22}$$

а формулы (5.19) и (5.22) тогда дают:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{L_1}{L_2} \quad \frac{1}{1-(v^2/c^2)} . \tag{5.23}$$

Согласно эффекту замедления времени

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},$$

так что формулу (5.23) можно представить в виде

$$\frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} = \frac{L_1}{L_2}\,\frac{1}{1-(v^2/c^2)},$$

откуда

$$L_1 = L_2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \tag{5.24}$$

Мы получили формулу *сокращения длины.*

5.4. Решение Эйнштейном парадокса с экспериментом Майкельсона — Морли

В экспериментальной установке, подобной установке Майкельсона — Морли (см. рис. 4.1), время движения порции света по замкнутым путям MM_1M и MM_2M соответственно равно:

$$t_\parallel = \frac{2L}{c[1-(v^2/c^2)]}, \tag{5.25}$$

$$t_\perp = \frac{2L}{c\sqrt{1-(v^2/c^2)}}, \tag{5.26}$$

где $L = MM_1 = MM_2$ — расстояние от M до зеркала M_1 или M_2, измеренное наблюдателем на Земле. Очевидно, что

$$\frac{t_\parallel}{t_\perp} = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Следовательно, согласно формулам преобразования Галилея

$$t_\parallel > t_\perp.$$

С другой стороны, эксперимент Майкельсона — Морли доказывает, что имеет место равенство

$$t_\parallel = t_\perp.$$

Этот экспериментальный результат можно объяснить следующим образом: скорость света не зависит от скорости движения наблюдателя; следовательно, нужно отбросить классическое галилеево правило сложения скоростей.

Как мы говорили об этом выше, многим физикам было трудно в начале XX в. согласиться с этим заключением, поскольку речь шла о ниспровержении принципа, который в то время принимался в физике как догма.

Пытаясь спасти идеи классической физики, Д. Ф. Фитцжеральд предложил следующее остроумное решение. Он предположил, что все предметы, движущиеся сквозь «эфир», действительно реально сокращаются вдоль направления своего движения и что укороченная их длина $L_{дв}$ равна:

$$L_{дв} = L\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

где $L = L_{пок}$ — длина предмета, когда он покоится относительно эфира (система отсчета S_1 в эксперименте Майкельсона — Морли).

Следовательно, если L в формуле (5.25) выразить через $L_{дв}$, то

$$t_{\parallel} = \frac{2L\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{c[1-(v^2/c^2)]} = \frac{2L}{c\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$$

и, таким образом, $t_{\parallel} = t_{\perp}$, что находится в полном согласии с результатом эксперимента Майкельсона — Морли.

Сокращение размеров предмета не может обнаружить наблюдатель O_2, который движется вместе с предметом, так как его измерительный стержень тоже сокращается в том же отношении.

Эйнштейн по-другому решил всю эту проблему. Он отбросил классическое правило сложения скоростей и принял в качестве основного постулата следующий: **скорость света одинакова для всех движущихся наблюдателей.** Это предположение ведет, как мы показали выше, к формулам преобразования Лоренца и к их непосредственным следствиям — явлениям сокращения длины и замедления времени.

Важно здесь подчеркнуть, что, по Эйнштейну, сокращение длины не есть истинное сокращение «измеренной» длины, которую мы только и рассматриваем. Мы не должны безотчетно пользоваться словами «наблюдаем», «видим». Акт «видения» предмета требует конечного времени, необходимого для распространения света, с помощью которого мы видим этот предмет. Как показал американский физик-теоретик Виктор Вайскопф в 1960 г., достаточно удаленный объект, движущийся с релятивистской скоростью, не будет нам казаться изменившим свою форму, а будет представляться только несколько повернутым относительно того положения, которое он занимал в покое.

Решение парадокса с экспериментом Майкельсона — Морли, данное Эйнштейном, оказалось правильным. Оно было подтверждено огромным количеством последующих экспериментов. Таким образом, согласно специальной теории относительности Эйнштейна:

1) формулы преобразования Галилея надо отбросить, так как они совершенно неверны при $v/c \to 1$;

2) вместо них надо взять формулы преобразования Лоренца, позволяющие объяснить отрицательный результат эксперимента Майкельсона — Морли;

3) постулат о существовании «эфира» надо отбросить как ненужный;

4) концепции абсолютного пространства и абсолютного времени тоже оказались несостоятельными. Пространство и время надо считать своими для каждой системы отсчета; другими словами, они относительны.

В 1905 г. Эйнштейн сделал еще один важный шаг и сформулировал свой специальный принцип относительности: **все законы физики должны быть одинаковы во всех инерциальных системах отсчета, движущихся друг относительно друга поступательно и равномерно (с постоянной скоростью).**

В частности, законы динамики движущихся тел должны быть инвариантными, т. е. иметь один и тот же вид, даже если они рас-

сматриваются в разных инерциальных системах отсчета. Сформулированный Эйнштейном принцип относительности можно взять за исходный при построении специальной теории относительности. (Из него, как мы видели, непосредственно следует, что стержни оказываются самыми длинными, а часы идут наиболее быстро в системе отсчета, в которой они покоятся.)

Сразу же отметим, что специальный принцип относительности, с одной стороны, надо понимать несколько шире, чем мы его только что сформулировали, а с другой стороны, надо видеть его ограниченный характер.

Более широкий смысл специального принципа относительности состоит в следующем. Наблюдатели, которых мы рассматривали в различных системах отсчета, не обязательно должны быть людьми, или животными, или вообще живыми существами. Рассматриваемые здесь эффекты проявляются для каждого предмета в природе, как бы велик или мал он ни был. Поэтому следует считать, что каждая элементарная частица как бы имеет внутри себя свой «измерительный стержень» и свои «часы», о которых мы здесь все время говорим. То, что величины, называемые *длиной* и *временем*, становятся короче или длиннее, как только мы начинаем двигаться, — это реальные свойства не предметов, а пространства (или пространства-времени), в которое погружен весь наблюдаемый мир.

Теперь скажем несколько слов об ограниченном характере специального принципа относительности. Мы рассматривали любые системы S_2, движущиеся равномерно и поступательно относительно системы S_1. Вектор относительной скорости $\vec{v}$ мы всегда считали постоянным во времени и по направлению. Такие системы, однако, являются чрезмерной идеализацией, так как скорость $\vec{v}$ на самом деле непостоянна — обязательно ведь есть *ускорения*! А мы считали движение равномерным и прямолинейным! Такое движение крайне редко, если вообще когда-либо встречается в реальном мире. О нем, однако, почти всегда можно говорить для малых областей пространства и для коротких промежутков времени, так что рассматриваемая в этой главе специальная теория относительности является лишь приближенной. Поэтому она и носит название *ограниченной* или *специальной* теории относительности. В реальном мире системы отсчета движутся, конечно, ускоренно и по искривленным траекториям друг относительно друга, а силы почти всегда изменяются.

Проблема единого описания реального мира с его различными типами сил, их проявлениями, множеством элементарных частиц и т. д. остается нерешенной по сей день.

ЗАДАЧИ

5.1. Жесткий стержень длиной 1 м измеряется двумя наблюдателями: первый покоится относительно стержня, второй движется вдоль него. С какой скоростью должен двигаться второй наблюдатель, чтобы у него получилась длина стержня 0,999 м; 0,500 м?

5.2. Найдите размеры и форму квадратной пластинки с длиной стороны 1 м, которая

удаляется от наблюдателя по прямой, параллельной одной из ее сторон, с относительной скоростью 0,80 c. Сравните площади покоящейся и движущейся пластинки.

5.3. Измеряется длина метрового стержня, движущегося вдоль своей длины со скоростью 0,98 c. Как изменится его длина?

5.4. Радарная станция на Земле регистрирует космический корабль A, движущийся со скоростью 0,80 c. Его догоняет другой корабль — B, находящийся от него на расстоянии 10 000 м и движущийся со скоростью 0,98 c. Сколько времени потребуется кораблю B, чтобы догнать корабль A, если этот промежуток времени наблюдать из корабля B? Если измерять его на радарной станции?

5.5. «Секундный» маятник раскачивается с периодом одного полного цикла 2 с. Чему равен период колебаний этого маятника, измеренный наблюдателем, движущимся со скоростью 0,80 c?

5.6. Как быстро должен двигаться космический корабль, чтобы временной интервал в 1 год, измеренный наблюдателем на корабле, был измерен как интервал в 2 года покоящимся наблюдателем на Земле?

5.7. Машинист управляет поездом, движущимся со скоростью 0,75 с. Когда поезд проходит мимо платформы, служащий на станции вынимает карманные часы и кладет их обратно. Считайте, что машинист видел, что служащий держал в руках свои часы 8,0 с. Сколько времени, по мнению служащего, находились часы в его руках?

5.8. Среднее время жизни покоящегося заряженного π-мезона равно $2{,}6 \cdot 10^{-8}$ с. Считайте, что π-мезон движется со скоростью 0,98 c относительно Земли. Каково будет его среднее время жизни, измеренное наблюдателем на Земле?

5.9. Расстояние от данной звезды до Земли равно 10^5 св лет. Считайте, что время жизни человека 70 лет. С какой скоростью он должен лететь в космосе, чтобы добраться до звезды, пока еще жив?

5.10. Астроном на Земле наблюдает светящийся объект, находящийся в северной части неба на расстоянии 20 св. лет от Земли; объект приближается к Земле со скоростью 0,80 c. Считая Землю покоящейся инерциальной системой, вычислите: а) время, требуемое объекту для достижения Земли, определенное астрономом на Земле; б) время, измеренное астрономом, находящимся на светящемся объекте; в) расстояние до Земли, измеренное астрономом на светящемся объекте.

5.11. Жесткий стержень составляет угол $\Theta_2 = 37°$ с осью x_2. С какой скоростью должен двигаться этот стержень параллельно оси x_1, чтобы он был наклонен к ней под углом $\Theta_1 = 45°$?

5.12. Покажите, что объем куба, движущегося со скоростью v в направлении, параллельном одному из его ребер, равен:

$$V = V_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2},$$

где V_0 — объем покоящегося куба.

5.13. Астроном на Земле выпускает лазерный импульс в направлении к Луне; спустя 1,3 с этот импульс достигает Луны. Расстояние между Луной и Землей $3{,}9 \cdot 10^8$ м. Наблюдатель, движущийся в том же направлении, что и импульс, видит два события (т. е. момент начала движения импульса на Земле и момент его прибытия на Луну) как одно событие. Чему равна скорость наблюдателя?

Глава 6

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ МЕХАНИКА, ИЛИ МЕХАНИКА СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Альберт Эйнштейн
(1879—1955)

Родился в Ульме (Германия). Обучался в Цюрихском университете. С 1914 по 1933 г. профессор Берлинского университета и директор Института физики кайзера Виль-

гельма. Эмигрировал из нацистской Германии в 1933 г. и продолжил свои исследования в Институте перспективных исследований в Принстоне (штат Нью Джерси, США). Опубликовал более 300 научных работ и книг. Эйнштейн — выдающийся физик XX в. За работы по фотоэффекту и другие фундаментальные исследования в теоретической физике был удостоен Нобелевской премии в 1921 г.

6.1. Масса и импульс

Сформулированные Эйнштейном в его теории относительности постулаты заставили физиков пересмотреть свои взгляды на классическую механику. Классические выражения для импульса и энергии нужно было теперь изменить, чтобы правильно записать законы сохранения импульса и энергии. Легкость, с которой релятивистские выражения удалось включить в законы сохранения, позволила придать этим законам физики исключительную общность. В классической механике импульс тела с инертной массой m и скоростью $\vec{v}$ дается формулой

$$\vec{p} = m\vec{v}. \tag{6.1}$$

Мы уже говорили (см. гл. 2), что закон сохранения импульса для изолированной системы частиц нами считается самым фундаментальным законом сохранения. Изолированная система частиц m_1, m_2, ..., m_n, на которую не действуют никакие внешние силы, движется в пространстве и времени так, что

$$\sum_i m_i\vec{v}_i = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n = \text{const}. \tag{6.2}$$

Этот закон сохранения, выраженный формулой (6.2), является следствием однородности пространства, в которое погружена вся природа. Когда в пространстве происходит, например, столкновение частиц, которое мы наблюдаем из различных движущихся систем отсчета, у нас нет никаких оснований думать, что в результате этого столкновения пространство внезапно перестало быть однородным!

Покажем, как формула (6.2) согласуется с формулами преобразования Лоренца для перехода от одной движущейся системы координат к другой. Предвидя усложнения, которые могут возникнуть из-за множителей с массой, при применении этих формул преобразования Лоренца введем сразу специальное обозначение m_0 для массы. Масса m_0 измеряется для данного тела в его собственной системе отсчета, где тело покоится, и она называется *массой покоя* данного тела.

Рассмотрим в движущейся системе отсчета S_2 два одинаковых идеально упругих шарика A и B, каждый из которых обладает массой покоя m_0 (рис. 6.1, *а*). В этой движущейся системе S_2 шарики A и B движутся с относительными скоростями

$$\vec{v}_{A_2} = \vec{v}, \quad \vec{v}_{B_2} = -\vec{v} \tag{6.3}$$

и совершают лобовое столкновение (рис. 6.1, *б*). Вспомним формулы преобразования Лоренца для скоростей и свяжем друг с другом две

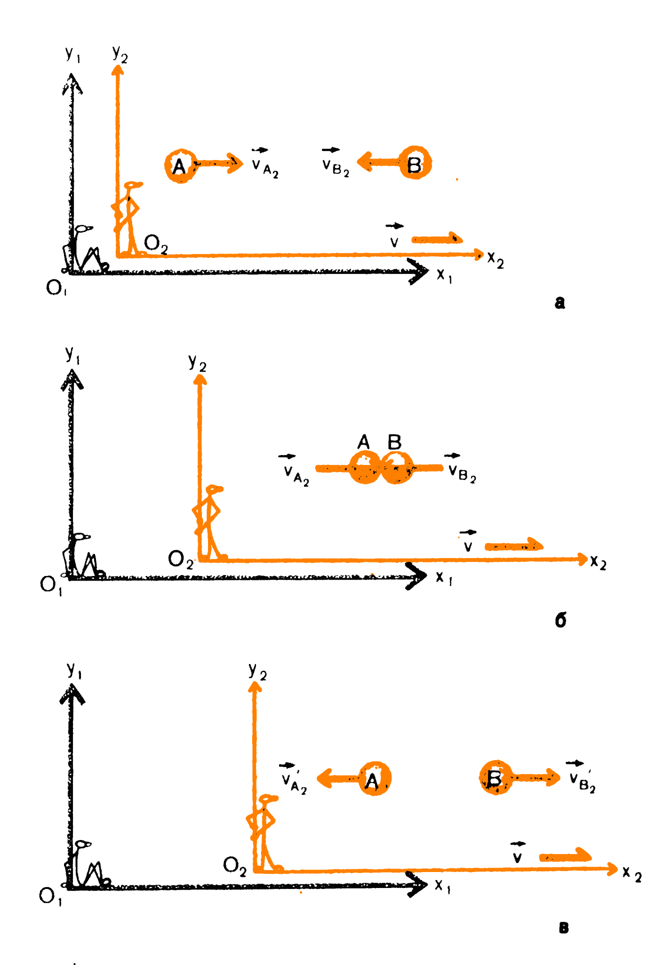


Рис. 6.1

разные точки зрения на это событие. Из формул преобразования Лоренца для скоростей следует, что скорости обоих шариков, регистрируемые наблюдателем O_1, равны соответственно:

$$v_{A_1} = \frac{v_{A_2} + v}{1 + \beta(v_{A_2}/c)} = \frac{v + v}{1 + \beta(v/c)} \tag{6.4}$$

и

$$v_{B_1} = \frac{v_{B_2} + v}{1 + \beta(v_{B_2}/c)} = \frac{-v + v}{1 - \beta(v/c)}, \tag{6.5}$$

где $\beta = v/c$.

Согласно закону сохранения полного импульса в момент столкновения этих шариков имеем:

$$m_{A_1} v_{A_1} + m_{B_1} v_{B_1} = Mv, \tag{6.6}$$

где

$$M = m_{A_1} + m_{B_1} \tag{6.7}$$

— сумма масс обоих шариков в системе отсчета S_1.

Таким образом, в то время как наблюдатель O_2 видит шарики, находящиеся в покое, наблюдатель O_1 видит их движущимися вместе со скоростью v. Из (6.6) и (6.7) получаем:

$$\begin{aligned} m_{A_1}(v_{A_1} - v_{B_1}) &= M(v - v_{B_1}), \\ m_{B_1}(v_{B_1} - v_{A_1}) &= M(v - v_{A_1}). \end{aligned} \tag{6.8}$$

Используя формулы преобразования (6.4) и (6.5) и деля обе формулы (6.8) друг на друга, после соответствующих преобразований найдем:

$$\frac{m_{A_1}}{m_{B_1}} = \frac{1 + \beta(v/c)}{1 - \beta(v/c)}. \tag{6.9}$$

Теперь согласно формуле (6.4)

$$1 - \frac{v_{A_1}^2}{c^2} = 1 - \frac{(v + v)^2}{c^2[1 + \beta(v/c)]^2},$$

что можно привести к виду:

$$\sqrt{1 - \frac{v_{A_1}^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}{1 + \beta(v/c)}.$$

Подобным же образом из формулы (6.5) получим:

$$\sqrt{1 - \frac{v_{B_1}^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}{1 - \beta(v/c)}.$$

Теперь из этих формул можно найти множители $(1 + \beta\frac{v}{c})$ и $(1 - \beta\frac{v}{c})$ и подставить их в формулу (6.9); тогда для отношения масс шариков, измеряемых в системе S_1, получим:

$$\frac{m_{A_1}}{m_{B_1}} = \frac{\sqrt{1 - (v_{B_1}^2/c^2)}}{\sqrt{1 - (v_{A_1}^2/c^2)}}. \tag{6.10}$$

Из формулы (6.10) следует, что

$$m_{A_1}\sqrt{1 - \frac{v_{A_1}^2}{c^2}} = m_{B_1}\sqrt{1 - \frac{v_{B_1}^2}{c^2}} = m_0,$$

или просто

$$m = \gamma m_0, \tag{6.11}$$

где $\gamma = 1/\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Масса тела непостоянна и неодинакова для разных наблюдателей. Напротив, это величина, которая:

1) зависит от выбора системы отсчета, относительно которой наблюдается движение данного тела;

2) больше массы покоя m_0 данного тела или равна ей.

Вследствие зависимости лоренцева множителя γ от скорости тела масса тела становится очень большой и даже в пределе стремится к бесконечности, когда скорость относительного движения стремится к скорости света c.

Согласно приведенной формуле для массы релятивистское выражение для импульса имеет следующий вид:

$$p = mv = \gamma m_0 v, \tag{6.12}$$

и поэтому закон сохранения импульса системы частиц, на которую не действуют внешние силы, можно представить в виде

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i m_0 \vec{v}_i = \text{const}. \tag{6.13}$$

6.2. Определение силы

Хотя законы классической механики оказались не настолько универсальными, чтобы автоматически включить в себя релятивистские эффекты, второй закон Ньютона

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(\vec{p}) = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \tag{6.14}$$

настолько общ, что сохраняется в неизменном виде и в теории относительности.

Проведя дифференцирование в формуле (6.14), получим:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} \tag{6.15}$$

(вместо m здесь надо подставить γm_0). Для компоненты силы вдоль оси x мы можем написать:

$$F_x = \frac{d}{dt}(mv_x) = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_0 v_x}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right].$$

Выполнив дифференцирование, будем иметь:

$$F_x = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v_x^2/c^2)}}\frac{dv_x}{dt} + \frac{m_0(v_x^2/c^2)}{[1-(v_x^2/c^2)]^{3/2}}\frac{dv_x}{dt},$$

что преобразуется к простому виду:

$$F_x = \frac{m_0}{[1-(v_x^2/c^2)]^{3/2}}\frac{dv_x}{dt}, \tag{6.15a}$$

или

$$F_x = \gamma^3 m_0 a_x,$$

где a_x — компонента ускорения вдоль оси x в лабораторной системе отсчета.

Пример 6.1. Найдите выражение в релятивистской механике для силы, действующей на точку, движущуюся равномерно по окружности.

Решение. В данном случае модуль скорости остается постоянным и поэтому

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_0}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\vec{v}\right] = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Воспользуемся формулами $m = m_0/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ и $d\vec{v}/dt = \vec{a}_R$, где $\vec{a}_R$ — центростремительное ускорение. Тогда для модуля силы получим:

$$F = ma_R = m\frac{v^2}{R},$$

где R — радиус окружности. Таким образом, второй закон Ньютона позволяет описывать релятивистское движение по окружности.

6.3. Релятивистская кинетическая энергия

Когда скорость частицы становится релятивистской, классическую формулу для кинетической энергии надо заменять на релятивистскую. Чтобы вывести эту формулу, рассчитаем работу, необходимую для увеличения скорости частицы от 0 до окончательного значения v. Для простоты предположим, что сила и смещение направлены одинаково.

Кинетическая энергия равна работе, произведенной над частицей, т. е.

$$K = \int_0^r \vec{F}\cdot d\vec{r}. \tag{6.16}$$

Применив формулу (6.15a), получим:

$$K = \int_0^r \frac{m_0}{[1-(v^2/c^2)]^{3/2}}\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{r}.$$

Поскольку $d\vec{r} = \vec{v}\,dt$, $m = m_0/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ и $\vec{v}\cdot d\vec{v} = v\,dv$,

$$K = \int_0^v \frac{m_0}{[1-(v^2/c^2)]^{3/2}}v\,dv.$$

Выполнив интегрирование, получим:

$$K = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} - m_0c^2,$$

или окончательно

$$K = (m - m_0)c^2. \tag{6.17}$$

Хотя это выражение мы нашли для частного случая, когда сила действует в направлении смещения, оно справедливо и в самом общем случае.

Из формулы (6.17) можно получить классическую формулу для кинетической энергии: $K = \frac{1}{2}m_0v^2$, если считать, что $v \ll c$. Для этого разложим правую часть формулы (6.17), используя известную формулу бинома Ньютона:

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{n!}x^n + \ldots .$$

Тогда

$$K = m_0c^2[(1-\frac{v^2}{c^2})^{-1/2} - 1],$$

или

$$K = m_0c^2\left\{\left[1 + (-\frac{1}{2})(-\frac{v^2}{c^2}) + \frac{-\frac{1}{2}(-\frac{3}{2})}{2!}(-\frac{v^2}{c^2})^2 + \ldots + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{n!}(-\frac{v^2}{c^2})^n + \ldots\right] - 1\right\},$$

или

$$K = m_0c^2(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \ldots - 1) = m_0c^2(\frac{v^2}{2c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4}).$$

При $v/c \to 0$ высшими степенями v/c можно пренебречь и получить:

$$K = m_0c^2(\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}) = \frac{1}{2}m_0v^2.$$

Как видим, снова работает боровский принцип соответствия.

6.4. Полная энергия

Если тело, движущееся со скоростью v_1, увеличивает свою скорость до v_2, то кинетическая энергия этого тела увеличивается. В соответствии с формулой (6.17) это изменение кинетической энергии равно:

$$\Delta K = (m_2 - m_0)c^2 - (m_1 - m_0)c^2,$$

или

$$\Delta K = (m_2 - m_1)c^2 = (\Delta m)c^2. \quad (6.18)$$

Таким образом, изменение скорости (или кинетической энергии) приводит к изменению массы $\Delta m = m_2 - m_1$.

Для тела, движущегося в поле консервативных сил, согласно закону сохранения энергии (справедливому как в классической, так и в релятивистской механике)

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 = \text{const}, \quad (6.19)$$

где K — кинетическая энергия в данный момент времени и U — потенциальная энергия в тот же самый момент. Из формул (6.18) и (6.19) заключаем, что

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2 = (\Delta m)c^2, \quad (6.20)$$

следовательно,

$$\Delta m = \frac{K_2 - K_1}{c^2} = \frac{U_1 - U_2}{c^2}. \qquad (6.21)$$

Полная энергия тела равна сумме его энергии покоя и кинетической энергии:

$$E = E_0 + K. \qquad (6.22)$$

Так как $E_0 = m_0c^2$ (по определению) и $K = (m - m_0)c^2$, то

$$E = mc^2. \qquad (6.23)$$

Обратите внимание, что полная энергия в специальной теории относительности не включает в себя потенциальную энергию.

Соотношение между массой и энергией, выражаемое формулой (6.22), — *одно из наиболее важных следствий специальной теории относительности.* Это соотношение позволяет глубже понять закон сохранения энергии. Теперь этот закон превращается в закон сохранения энергии и массы, и для любой системы, не подверженной внешним воздействиям, мы получаем, что **сумма энергии покоя, кинетической и потенциальной энергии сохраняется.** Это непосредственно следует из закона сохранения импульса (6.2) и из определения силы (6.14).

Полезную формулу, в которую входит полная энергия, можно получить из выражения $m\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m_0$. Умножая обе части этого равенства на c^2, возводя в квадрат и производя простые преобразования, получаем:

$$m^2c^4 = m_0^2c^4 + m^2v^2c^2. \qquad (6.24)$$

Поскольку $p = mv$, последнюю формулу можно представить в виде

$$E^2 = E_0^2 + p^2c^2. \qquad (6.25)$$

Если тело движется с очень большой скоростью, слагаемым E_0^2 можно пренебречь по сравнению с p^2c^2, тогда

$$E = pc. \qquad (6.26)$$

При больших скоростях E_0 мало по сравнению с K, и потому из формулы (6.21) получаем:

$$E \approx K,$$

а тогда из формулы (6.26) следует, что

$$K \approx pc. \qquad (6.27)$$

Частицы, движущиеся с очень большими скоростями, для которых справедливы формулы (6.27) и (6.26), называют *ультрарелятивистскими.*

Еще одну полезную формулу, в которую входит полная энергия, можно найти, дифференцируя формулу (6.26):

$$\frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{E}.$$

Отсюда имеем:

$$\frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{mc^2} = v. \tag{6.28}$$

Если частица движется точно со скоростью света, т. е. $v = c$, то $dE = cdp$, а потому

$$E = pc + \text{const}.$$

При $p = 0$ получаем: $E = E_0$, и в силу этого

$$E - E_0 = pc. \tag{6.29}$$

Из формулы (6.25), кроме того, находим, что

$$E^2 - E_0^2 = p^2c^2.$$

Последние две формулы приводят к выражению

$$E + E_0 = pc. \tag{6.30}$$

Сравнивая друг с другом формулы (6.30) и (6.29), видим, что $E_0 = 0$ и $m_0 = 0$. Другими словами, если частица движется со скоростью света, ее масса покоя и ее энергия покоя должны равняться нулю. Справедливо также и обратное: если частица не имеет массы покоя и энергии покоя, то она должна всегда двигаться со скоростью света. Хотя в классической механике и бессмысленно говорить о частицах с нулевой массой покоя, но именно таковыми являются фотон и нейтрино.

Р. В. Паунд и Дж. Ребка провели в 1960 г. важный эксперимент с эффектом Мессбауэра и нашли, что масса фотона, движущегося со скоростью света (единственной скоростью, с которой он может двигаться), равна $m = \frac{h\nu}{c^2}$ — в полном согласии с теоретической формулой $E = h\nu = mc^2$.

Пример 6.2. Вычислите массы протона, нейтрона и электрона в атомных единицах массы (а. е. м.) и найдите соответствующие энергии покоя этих частиц.

Решение. Энергию удобно измерять в электронвольтах (эВ). Кинетическую энергию в 1 эВ приобретает частица, несущая электрический заряд, равный заряду электрона, ускоряемая разностью потенциалов 1 В. Поскольку электрический заряд электрона по абсолютному значению равен $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, получаем:

$$qV = 1 \text{ эВ} = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В} = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Кроме 1 эВ, применяются следующие единицы энергии:

1 МэВ $= 10^6$ эВ,
1 ГэВ $= 10^9$ эВ.

Если специально не оговаривают, то, очевидно, под энергией элементарной частицы понимают ее кинетическую энергию. Таким образом, когда говорят, что электрон имеет энергию 1 МэВ, то имеют в виду, что его кинетическая, а не полная энергия равна 1 МэВ.

Атомная единица массы (а. е. м.) определяется как $^1/_{12}$ массы нейтрального атома ^{12}C (самого распространенного изотопа углерода). Таким образом,

$$1 \text{ а. е. м.} = 1{,}660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Энергия покоя, соответствующая массе в 1 а. е. м., равна:

$$E_0 = m_0 c^2 = 1{,}66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot (3{,}00 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 = 1{,}49 \cdot 10^{-14} \text{ Дж},$$
$$E_0 = 1{,}49 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} = 931 \text{ МэВ}.$$

Масса покоя электрона равна $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг, а его энергия покоя имеет следующее значение:

$$E = m_e c^2 = 9{,}11 \cdot 10^{-31} (3{,}00 \cdot 10^8)^2 \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-13}} \text{ МэВ} = 0{,}511 \text{ МэВ}.$$

Массы покоя нейтрона и протона соответственно равны:

$$m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, \quad m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Поэтому энергия покоя нейтрона равна 939,6 МэВ, а энергия покоя протона равна 938,3 МэВ.

Для удобства читателя эти данные сведены в таблицу (см. табл. 6.1).

Таблица 6.1

	Масса покоя		Энергия покоя, МэВ
	а. е. м.	кг	
Электрон	0,00055	$9{,}109 \cdot 10^{-31}$	0,511
Нейтрон	1,00867	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$	939,6
Протон	1,00729	$1{,}673 \cdot 10^{-27}$	938,3

Пример 6.3. Скорость электрона в однородном электрическом поле изменилась от $v_1 = 0{,}98\ c$ до $v_2 = 0{,}99\ c$. а) Найдите, насколько изменилась масса электрона. б) Вычислите работу, которую совершило поле по ускорению электрона. в) Вычислите ускоряющую разность потенциалов.

Решение. а) Очевидно, два соответствующих значения массы электрона будут:

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1-(0{,}98)^2}} = 5{,}0\ m_0,$$
$$m_2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-(0{,}99)^2}} = 7{,}1\ m_0,$$

где $m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг — масса покоя электрона. Изменение массы, таким образом, равно:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = (7{,}1 - 5{,}0)\ m_0 = 19{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}.$$

б) Производимая над электроном работа равна изменению его кинетической энергии:

$$W = \Delta K = K_2 - K_1 = (\Delta m)c^2 = 2{,}1 m_0 c^2 = 2{,}1 \cdot 0{,}511 \text{ МэВ} = 1{,}07 \text{ МэВ}.$$

в) Так как $W = qV$, то

$$V = \frac{W}{q} = \frac{1{,}07 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 1{,}07 \cdot 10^6 \text{ В}.$$

6.5. Выводы

Как только физики осознали следствия, вытекающие из двух основных постулатов специальной теории относительности Эйнштейна:

1) физические законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета;

2) скорость света одинакова во всех инерциальных системах отсчета, они поняли, что механика Ньютона, хотя она и была до этого общепринята и успешно использовалась, должна уступить место релятивистской механике.

В таблице 6.2 представлена логическая структура специальной теории относительности. Так как это схема логических связей, в ней не отражена историческая последовательность возникновения в науке соответствующих понятий. Например, закон сохранения импульса — самый основной закон физики — исторически был сформулирован позже законов Ньютона, основывающихся на понятии силы.

ЗАДАЧИ

6.1. Найдите полную энергию протона, летящего со скоростью 0,800 c.

6.2. При какой скорости электрон будет иметь массу, равную удвоенной массе покоя? Чему равна полная энергия электрона, летящего с этой скоростью?

6.3. Чему равен импульс электрона, летящего со скоростью 0,980 c?

6.4. Покажите, что полная энергия частицы E и ее энергия покоя E_0 связаны формулой

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

6.5. Пользуясь формулой задачи 6.4, выразите v через E_0 и E.

6.6. Найдите массу и импульс протона с энергией 1,00 Мэв.

6.7. а) Ускоритель СЛАК (в Стэнфорде) создает пучок ультрарелятивистских электронов с энергией 20,0 ГэВ. Найдите скорость, импульс и длину волны этих электронов. (Указание. Возьмите формулу из задачи 6.4 и воспользуйтесь разложением бинома.)

б) Электроны ускоряются, проходя расстояние 3200 м. Какой оказалась бы эта длина, если бы ее измерял наблюдатель, движущийся вместе с электроном?

6.8. Найдите скорость и импульс частицы с массой покоя m_0, когда ее кинетическая энергия равняется удвоенной энергии покоя.

6.9. Рассчитайте работу, требуемую для ускорения электрона: а) из состояния покоя до скорости 4000 м/с; б) из состояния покоя до скорости 0,800 c; в) от скорости 0,980 c до 0,999 c.

6.10. Наблюдатель, покоящийся в лаборатории, видит протон, движущийся со скоростью 0,500 c, который совершает лобовое столкновение со вторым протоном, движущимся навстречу ему со скоростью 0,600 c. а) Найдите кинетическую энергию и импульс системы двух протонов, измеренные наблюдателем в лаборатории. б) Найдите кинетическую энергию и импульс этой системы, измеренные наблюдателем, который движется вместе с протоном, летящим со скоростью 0,500 c.

6.11. В качестве единицы импульса часто используют 1,00 МэВ/с. Найдите значение этой единицы в СИ.

6.12. Определите полную энергию протона, имеющего импульс: а) 2,00 МэВ/с; б) 1,00 МэВ/с.

6.13. Покажите, что отношение релятивистской кинетической энергии $K = (m - m_0) c^2$ к классической кинетической энергии $K' = \frac{1}{2} m_0 v^2$ дается формулой $K : K' = 1 + \frac{3}{4} \beta^2$.

6.14. Протон A вылетает из линейного ускорителя со скоростью 0,800 c в лабораторной системе отсчета и соударяется с покоящимся протоном B. а) Рассчитайте импульс и кинетическую энергию системы этих двух протонов в лабораторной системе отсчета. б) Рассчитайте скорость центра масс (ц. м.) этой системы протонов в лабораторной системе отсчета. в) Рассчитайте импульс и кинетическую энергию системы протонов в системе отсчета центра масс.

6.15. Движущийся протон и движущийся электрон имеют одинаковую энергию 10,0 МэВ. Рассчитайте их импульсы и скорости: а) по классической механике; б) по релятивистской механике. Что вы можете сказать после сравнения результатов ваших вычислений?

6.16. а) Какую минимальную скорость должна иметь частица, чтобы ее полную энергию можно было представить формулой $E = pc$ с ошибкой в ее кинетической энергии не более 1%? б) Чему равны импульс и кинетическая энергия протона, движущегося с такой скоростью?

6.17. а) Рассчитайте максимальную скорость частицы, для которой ее кинетическую энергию можно еще представить формулой $K = 1/2\, m_0 v^2$ с ошибкой не более 1%. б) Вычислите импульс и кинетическую энергию электрона, движущегося с такой скоростью.

6.18. Происходит реакция β-распада:

$^1_0n \rightarrow {}^1_1p + {}^{\;0}_{-1}\beta + \nu$, где n — символ покоящегося нейтрона, p — протона, ν — антинейтрино (его масса покоя равна нулю).

Рассчитайте полную кинетическую энергию продуктов распада (протон + + электрон + антинейтрино). Указание. Воспользуйтесь законом сохранения массы и энергии.

6.19. Из формулы $E = \sqrt{E_0^2 + p^2c^2} = E_0 + K$ покажите, что импульс частицы можно записать в виде $p = c^{-1}\sqrt{2E_0K + K^2}$. Докажите, пользуясь этой формулой, что: а) $p = m_0 v$ при $\beta = v/c \rightarrow 0$; б) $p = E/c = K/c$ при $\beta \rightarrow 1$.

6.20. Докажите, что когда частица движется перпендикулярно вектору магнитной индукции $\vec{B}$, она описывает окружность радиусом $R = qcB\sqrt{2E_0K + K^2}$, где q — электрический заряд частицы.

6.21. Импульс протона, движущегося по окружности перпендикулярно линиям магнитной индукции, равен $2{,}4 \cdot 10^{-22}$ кг·м·с$^{-1}$; B = 1,00 Тл. Вычислите: а) радиус окружности; б) кинетическую энергию протона.

6.22. Электрон движется по окружности радиусом 0,600 м с постоянной скоростью перпендикулярно линиям магнитной индукции, B = 0,0300 Тл. Выразите через массу покоя электрона: а) релятивистскую массу; б) кинетическую энергию; в) полную энергию; г) импульс; д) момент импульса.

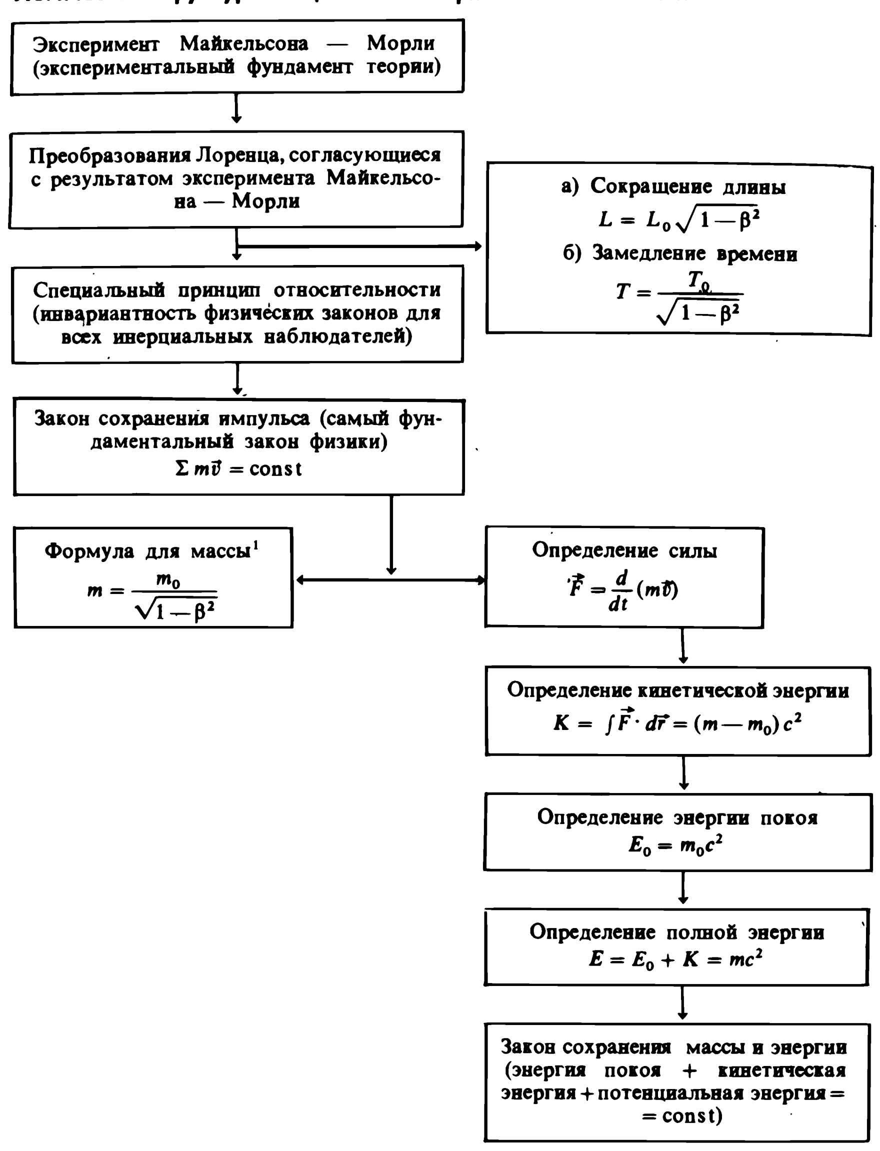
6.23. Покажите, что плотность материала куба, движущегося со скоростью v в направлении, параллельном одному из его ребер, равна:

$$\rho = \frac{m_0}{V_0}\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}},$$

где V_0 — объем покоящегося куба, m_0 — его масса покоя.

Таблица 6.2

Логическая структура специальной теории относительности



[1] Эту формулу можно считать основной, а закон сохранения импульса — следствием из нее, т. е. можно пройти назад по схеме. Необходимым и достаточным условием сохранения импульса (при наличии формул преобразования Лоренца) служит соотношение $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Часть II

ЧАСТИЦЫ И ВОЛНЫ

Эффект Комптона — игра в бильярд фотонами и электронами.

Макс Борн

В этих словах известного физика Макса Борна кратко передана суть эффекта Комптона. Эксперимент Комптона показал, что фотоны не только обладают волновыми свойствами, но и могут вести себя практически как частицы, когда они взаимодействуют с электронами. Де Бройль высказал идею, что если свет, известный как волновое явление, может проявлять свойства частицы, то может быть верным и обратное. Он предположил, что частицы, и в частности электроны, должны обладать волновыми свойствами. Опыты Девиссона — Джермера со всей очевидностью показали, что при рассеянии электронов на кристаллах наблюдается дифракция электронов — явление, имеющее волновой характер.

Глава 7

ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

Роберт Эндрус Милликен
(1868—1953)

Родился в Моррисоне (штат Иллинойс, США). Окончил Оберлинский колледж. В 1895 г. в Колумбийском университете защитил докторскую диссертацию. С 1921 по 1945 г. руководил физической лабораторией в Калифорнийском технологическом институте. Его первые исследования были посвящены рентгеновскому излучению и свободному расширению газов. В 1910 г. Милликен определил значение заряда электрона. Ему принадлежит также работа, подтверждающая уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. За исследования элементарных электрических зарядов и фотоэлектрического эффекта в 1923 г. Милликену была присуждена Нобелевская премия.

7.1. Элементарный электрический заряд

«Наука движется вперед, опираясь на обе ноги — теорию и эксперимент»[1]. Работы Милликена по определению фундаментальной электрической величины и фотоэффекту служат иллюстрацией прогресса в экспериментальных исследованиях. Вебер в 1871 г. и Стоней

[1] Из лекции Милликена при вручении ему Нобелевской премии (май, 1924 г.).

в 1881 г. дали теоретическое обоснование и рассчитали значение элементарного электрического заряда — заряда электрона. В 1897 г. Томсон и Зееман определили отношение заряда к массе электрона. Но эксперимент с капельками масла, осуществленный Милликеном, явился первым прямым методом измерения заряда электрона.

Вводя заряженные капельки масла в электрическое поле между двумя пластинами конденсатора, Милликен наблюдал движение капель под действием электрических и гравитационных сил. Очень тщательные и точные измерения позволили ему обнаружить, что, хотя скорости различных капель в электрическом поле были неодинаковы, капли каждый раз несли заряд, который был целым кратным одной и той же величине. Этот экспериментальный факт Милликен объяснил дискретностью заряда, находящегося на каждой капельке масла. Значение заряда электрона ($e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл) может быть найдено из уравнений движения капли с учетом физических постоянных.

7.2. Испускание электронов

Экспериментально было установлено, что электроны могут быть удалены из металлов следующими способами:

1. Термоэлектронная эмиссия — электроны испускаются нагретой поверхностью металла.

2. Вторичная эмиссия — частицы высокой энергии, бомбардирующие какое-либо вещество, выбивают электроны из его поверхности.

3. Автоэлектронная эмиссия — электроны вырываются из поверхности металла сильным электрическим полем.

4. Фотоэлектрический эффект — свет, падающий на какой-либо металл, выбивает электроны из его поверхности.

Фотоэлектрический эффект был открыт случайно Герцем в 1887 г., когда он исследовал электромагнитные волны, предсказанные теорией электромагнитного поля Максвелла. После опубликования сообщения об открытии Герца этот эффект заинтересовал многих исследователей. На рисунке 7.1, *а* схематически показана установка для экспериментального получения фотоэффекта. Среди первых экспериментаторов, исследовавших фотоэффект, можно выделить Филиппа Ленарда[1, 2], который установил следующее:

1. Когда свет с частотой $\nu \geq 10^{15}$ Гц падает на чистую металлическую пластинку K, изготовленную, например, из вольфрама или

---

[1] Филипп Ленард (Германия), ученик Герца, получил в 1905 г. Нобелевскую премию за исследования катодных лучей.

[2] Среди первых экспериментаторов, исследовавших фотоэффект, безусловно, необходимо выделить выдающегося русского ученого, профессора Московского университета Александра Григорьевича Столетова (1839—1896), который сразу же после открытия Герца в 1888—1890 гг. исследовал фотоэффект и сформулировал его основные закономерности, известные в литературе как «законы Столетова для фотоэффекта». — *Прим. ред.*

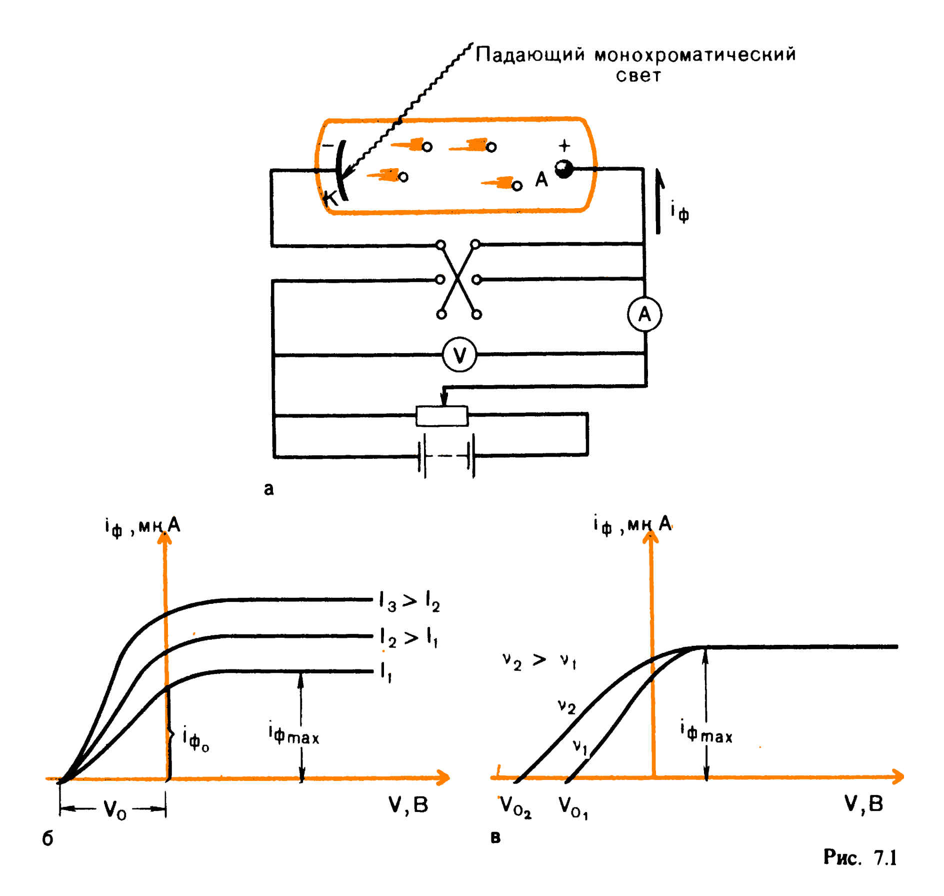


Рис. 7.1

цинка, металл испускает отрицательно заряженные частицы, которые двигаются в направлении положительного электрода *A*.

2. Эмиссия происходит и в том случае, когда в трубке поддерживается высокий вакуум, и, таким образом, носителями зарядов не являются газовые ионы.

3. Магнитное поле, приложенное в области между *K* и *A*, отклоняет носители зарядов, как если бы они были отрицательны.

4. Полученное экспериментальным путем отношение заряда к массе e/m для носителей зарядов оказалось равным:

$$\frac{e}{m} = \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}}{9{,}10 \cdot 10^{-31}\ \text{кг}} = 1{,}76 \cdot 10^{11}\ \text{Кл/кг},$$

что соответствовало значению, найденному для электрона Милликеном и Томсоном.

Полученные таким образом экспериментальные данные позволили сделать вывод, что носителями зарядов были *фотоэлектроны*.

Ленард, воздействуя на металлическую пластинку монохроматическим излучением постоянной интенсивности, построил кривую

зависимости числа электронов, которые испускаются металлом (фототок $i_ф$) и достигают электрода A, от значения ускоряющей разности потенциалов между металлической пластинкой K и электродом A, получив в результате семейство кривых (рис. 7.1, *б*). При данной интенсивности падающего излучения I достигается *фототок насыщения* ($i_{ф\,max}$), когда все электроны, испускаемые поверхностью металла, достигают электрода A.

Заметим, что даже когда $V = 0$, существует некоторый фототок $i_{ф_0}$. Это означает, что имеется определенное число электронов, испускаемых с конечной начальной скоростью. Тормозящий потенциал служит показателем кинетической энергии испускаемых электронов. Между K и A можно приложить отрицательную разность потенциалов ($V = -V_0$), и электроны только самых высоких энергий будут достигать электрода A. В этом случае

$$K_{max} = eV_0, \tag{7.1}$$

где V_0 — *тормозящий потенциал* и K_{max} — максимальная кинетическая энергия испускаемых электронов.

При увеличении интенсивности падающего излучения ток насыщения $i_{ф\,max}$ растет (растет число испускаемых электронов), однако *кинетическая энергия электронов остается неизменной*, так как тормозящий потенциал остается прежним. Тормозящий потенциал не зависит от интенсивности падающего света.

Если при постоянной интенсивности изменять частоту падающего света, число испускаемых электронов не будет меняться. Но энергия электронов будет тем выше, чем больше частота падающего излучения. Этот случай показан на рисунке 7.1, *в*. Из графика видно, что ток насыщения зависит от интенсивности света и не зависит от частоты, а тормозящий потенциал растет (по абсолютному значению) с ростом частоты падающего излучения.

7.3. Фотоэлектрический эффект

Эксперимент, таким образом, подтвердил, что, чем больше интенсивность падающего света, тем больше электронов должно испускаться поверхностью металла. Но классическая теория оказалась не в состоянии объяснить другие явления, характеризующие фотоэффект. Классическая теория утверждает, что, чем больше интенсивность падающего излучения, тем большей энергией должны обладать электроны, испускаемые металлом. Кроме того, когда интенсивность падающего излучения очень мала, из классических представлений следует, что требуется определенное время для накопления в металле энергии, достаточной, чтобы произошло испускание электронов. Однако, как показали эксперименты, кинетическая энергия фотоэлектронов не зависит от интенсивности — она растет с увеличением частоты падающего излучения. Не наблюдалось также какого-либо заметного запаздывания в испускании электронов даже при малой интенсивности падающего света.

В 1905 г. Эйнштейн, используя новые идеи квантовой механики, предположил, что падающее излучение представляет собой локализованные порции энергии ($E = h\nu$), которые распространяются со скоростью света. Это позволило ему развить строгую теорию фотоэффекта. Когда фотоны падают на металлическую поверхность, могут наблюдаться следующие эффекты:

1. Отражение фотонов в соответствии с законами оптики.
2. Исчезновение фотонов, когда вся их энергия идет на выбивание электронов.

На рисунке 7.1, *в* показана зависимость фототока насыщения от потенциала, причем частота излучения источников различна. Отметим, что с ростом частоты излучения требуется больший тормозящий потенциал, для того чтобы уменьшить фототок до нуля.

Используя кривые, аналогичные представленным на рисунке 7.1, *в*, можно получить данные, необходимые для построения графика зависимости K_{max} ($K_{max} = eV_0$) от частоты падающего излучения ν. Соответствующие графики для трех различных металлов изображены на рисунке 7.2. Они отличаются двумя интересными характерными особенностями. Во-первых, зависимость K_{max} от ν линейна, и, во-вторых, графики для трех различных металлов не совпадают, хотя они и параллельны друг другу.

Линейное уравнение, описывающее линейную зависимость K_{max} от ν (см. рис. 7.2), известно как уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$K_{max} = eV_0 = h\nu - W. \qquad (7.2)$$

Тангенс угла наклона прямой, равный h, есть *постоянная Планка*, а отрезок W, отсекаемый от координатной оси, — *работа выхода*.

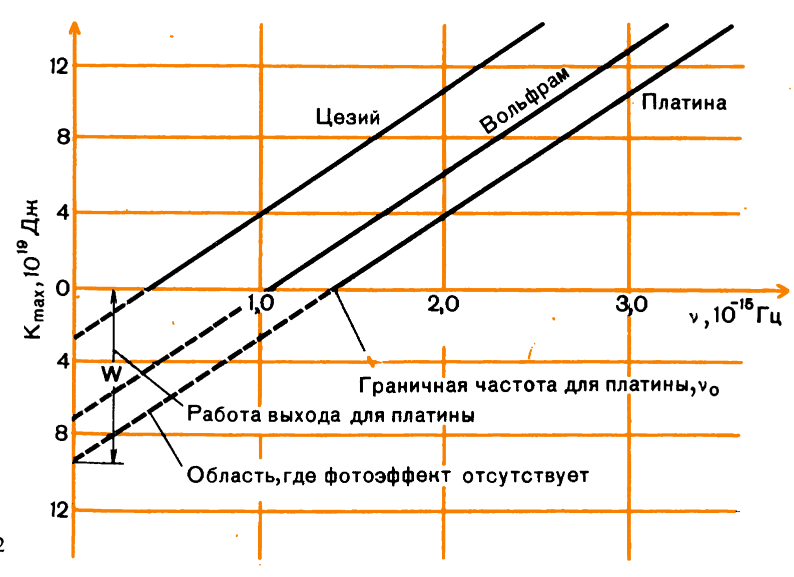


Рис. 7.2

Работой выхода W называют ту минимальную энергию, которая необходима для выбивания электрона за пределы поверхности металла. Она зависит от рода металла и состояния его поверхности. Из уравнения (7.2) становится понятным, почему все прямые на рисунке 7.2 параллельны друг другу (каждая имеет одинаковый наклон h) и почему они не сливаются в одну линию (каждая характеризуется своим определенным значением работы выхода W). Когда $K_{max} = 0$, то $\nu = \nu_0$. Здесь ν_0 — *граничная частота*, т. е. минимальная частота падающего света, при которой еще возможно выбивание электронов из поверхности металла. Эту частоту также называют красной границей фотоэффекта. При $K_{max} = 0$ из уравнения (7.2) получаем соотношение

$$h\nu_0 = W, \tag{7.3}$$

которое может быть использовано для определения работы выхода. Уравнение (7.2) можно теперь переписать в следующем виде:

$$K_{max} = h\nu - h\nu_0. \tag{7.4}$$

При частоте $\nu < \nu_0$ или длине волны $\lambda > \lambda_0$ ($\lambda_0 = c/\nu_0$ — пороговая длина волны) энергия падающего излучения недостаточна, чтобы удалить электрон с поверхности металла, и фотоэффект не будет наблюдаться. Экстраполируя прямые, изображающие линейную зависимость K_{max} от ν, до пересечения с осью энергии, можно получить значение работы выхода W непосредственно из графика.

В 1914 г. Милликен впервые осуществил прямую экспериментальную проверку уравнения Эйнштейна (7.2) и несколько позже непосредственно из фотоэффекта определил значение постоянной Планка h. Последние измерения дают:

$$h = 6{,}626176 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}.$$

Просуммируем кратко все, что было сказано о фотоэффекте:

1. Число высвобождаемых электронов прямо пропорционально интенсивности падающего излучения.

2. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов зависит от частоты и не зависит от интенсивности падающего света.

3. K_{max} — линейная функция от ν, и эта зависимость выражается уравнением (7.2).

4. Тормозящий потенциал V_0 зависит от работы выхода W.

5. Существует граничная частота ν_0, ниже которой фотоэффект невозможен[1].

6. Испускание электронов начинается без какого-либо запаздывания по времени при $\nu \geqslant \nu_0$, даже если интенсивность падающего света очень мала.

---

[1] Следует подчеркнуть, что речь здесь идет только об однофотонном фотоэффекте. — *Прим. ред.*

ЗАДАЧИ

7.1. Если работа выхода для цинка равна 4,3 эВ, то какова будет кинетическая энергия электронов, выбиваемых из чистой поверхности цинка излучением с длиной волны 2537 Å (ультрафиолетовая линия в спектре ртути)?

7.2. а) Какова максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов, выбиваемых с поверхности никеля излучением с длиной волны 2000 Å от ультрафиолетового источника, мощность которого 1 мВт? б) Какова максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов, выбиваемых излучением с длиной волны $\lambda = 4658$ Å от лазера на аргоне, мощность которого 15 Вт?

7.3. Максимальная длина волны, необходимая для выбивания фотоэлектронов с поверхности металлического натрия, равна 5450 Å. а) Определите максимальную скорость испускаемых электронов, если длина волны падающего излучения равна 2000 Å. б) Каково значение тормозящего потенциала для фотоэлектронов, испускаемых натрием, если падающее излучение имеет длину волны 2000 Å?

7.4. Тормозящий потенциал для электронов, испускаемых поверхностью цинка, равен 2,42 В при $\lambda_1 = 1849$ Å (ультрафиолетовая линия в спектре ртути). Чему равен тормозящий потенциал при $\lambda_2 = 2537$ Å (линия в том же спектре)?

7.5. Излучение ($\lambda = 3250$ Å), получаемое от гелиево-кадмиевого лазера мощностью 5,0 мВт, выбивает электроны из поверхности цезия, тормозящий потенциал которого равен 1,91 В. а) Чему равна работа выхода для цезия (в электронвольтах)? б) Определите значение тормозящего потенциала, если энергия падающего излучения будет равна 10,0 мВт.

7.6. В таблице представлены полученные экспериментально значения тормозящих потенциалов для электронов, испускаемых под действием излучения с длинами волн, равными главным линиям в спектре ртути:

Длина волны, Å	5460	4920	4360	4050	3690	3130
Тормозящий потенциал, В	0,40	0,60	0,90	1,20	1,50	2,10

На основании этих данных постройте график, из которого определите значение постоянной Планка и работы выхода для металла, использованного в этом эксперименте.

Глава 8
РЕНТГЕНОВСКИЕ ЛУЧИ

Артур Холли Комптон
(1892—1962)

Родился в Вустере (штат Огайо, США). Защитил докторскую диссертацию в Принстонском университете в 1916 г. С 1942 по 1945 г. Комптон — директор Металлургического атомного проекта в Чикагском университете, в 1945—1953 гг. ректор Веллингтонского университета в Сант-Луисе. В 1923 г., предположив, что фотон обладает определенным импульсом, Комптон дал правильное объяснение изменению длины волны рентгеновских лучей при рассеянии их веществом. За открытие комптон-эффекта ему совместно с Ч. Т. Р. Вильсоном в 1927 г. была присуждена Нобелевская премия по физике.

8.1. Вильгельм К. Рентген

В одном из своих экспериментов (ноябрь 1895 г.), исследуя катодные лучи, профессор Вильгельм Рентген тщательно заэкранировал разрядную трубку черным картоном. Каково же было его удивление, когда, после того как комната погрузилась в темноту и в трубке произошел разряд, в противоположной стороне комнаты вблизи от установки он заметил какое-то свечение. Так как Рентгену было известно, что катодные лучи могут распространяться в воздухе только на расстояние в несколько сантиметров, он повторил опыт и опять увидел вспышку. Тогда он зажег спичку и обнаружил, что источником таинственного света служил флуоресцирующий экран, который располагался рядом с установкой.

Рентгену стало ясно, что он оказался свидетелем нового вида излучения. Продолжив исследования, он назвал это новое излучение *X*-лучами и дал характеристику их свойств:

1. Многие материалы совершенно прозрачны для *X*-лучей.
2. *X*-лучи не отражаются и не преломляются; не наблюдаются также и интерференционные эффекты. (Эти явления имеют место, но они требуют тонких экспериментов, которые невозможно было осуществить в то время.)
3. *X*-лучи вызывают почернение фотографических пластинок.
4. *X*-лучи не отклоняются в электрическом и магнитном полях.
5. Тела, наэлектризованные положительно или отрицательно, разряжаются под действием *X*-лучей.
6. Многие вещества под действием *X*-лучей флуоресцируют.

В дальнейшем *X*-лучи стали называться рентгеновскими лучами. Именно с их открытия (рентгеновских лучей), а затем естественной радиоактивности — излучений, обладающих высокой проникающей способностью, — началась новая эра в физике, начался период быстрого прогресса в физических исследованиях. Открытия делаются тогда, когда приходит их время. До Рентгена физики были просто не готовы к тому, чтобы обнаружить *X*-лучи. С другой стороны, кажется маловероятным, что в те годы великих научных открытий кто-либо другой не пришел бы к тому же результату.

8.2. Рентгеновские лучи

Рентгеновские лучи представляют собой *электромагнитное излучение с очень короткой длиной волны*, которое возникает при столкновении быстрых электронов со стеклянной стенкой разрядной трубки. Из табл. 8.1 видно, какое место занимают рентгеновские лучи в шкале электромагнитных волн.

На рисунке 8.1, *а* схематически изображена рентгеновская трубка, в которой термоэлектроны. вылетающие из катода, разгоняются до высоких скоростей приложенной разностью потенциалов и тормозятся затем при ударе об антикатод. Торможение электронов происходит в результате взаимодействия электронов с кулоновским полем

Таблица 8.1

Виды излучений	Длина волны, м	Энергия, Дж
Гамма-излучение	$5 \cdot 10^{-13}$ $1 \cdot 10^{-11}$	$4 \cdot 10^{-13}$ $2 \cdot 10^{-14}$
Рентгеновские лучи	$5 \cdot 10^{-9}$	$4 \cdot 10^{-17}$
Ультрафиолетовое излучение	$4 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-19}$
Видимое излучение	$7 \cdot 10^{-7}$	$2{,}8 \cdot 10^{-19}$
Инфракрасное излучение	$3{,}5 \cdot 10^{-4}$	$5{,}7 \cdot 10^{-22}$
Короткие волны Герца, волны телевизионного и радиолокационного диапазонов	$4 \cdot 10^{1}$	$5 \cdot 10^{-27}$
Радиоволны	$2 \cdot 10^{4}$ $1 \cdot 10^{8}$	$1 \cdot 10^{-29}$ $2 \cdot 10^{-33}$
Микропульсации	$5 \cdot 10^{10}$	$4 \cdot 10^{-36}$

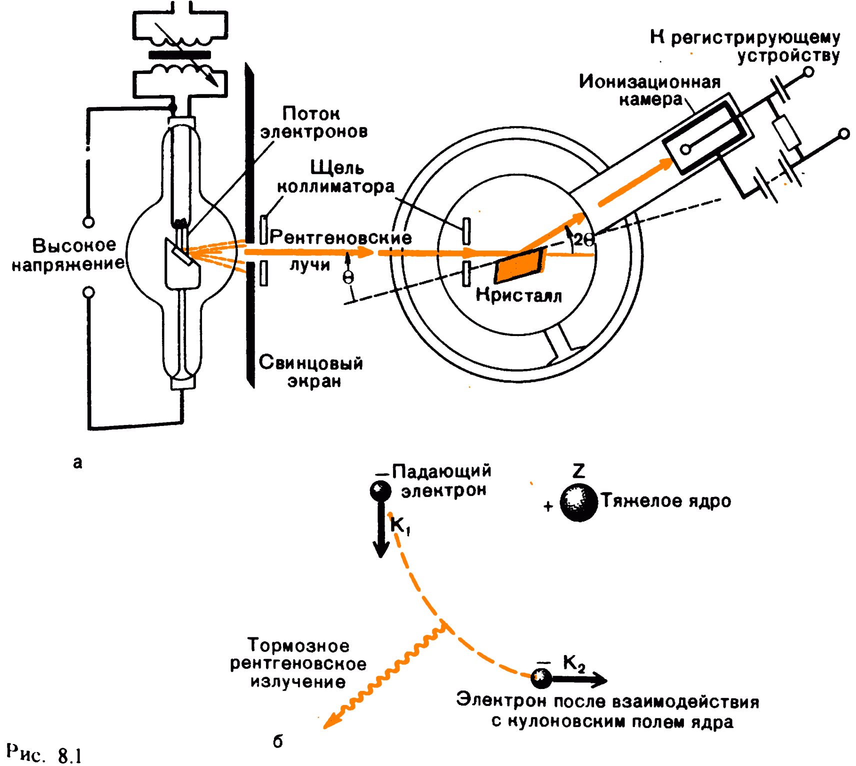


Рис. 8.1

ядра, как показано на рисунке 8.1, *б*. Возникающее при этом излучение может быть описано в рамках классической электромагнитной теории для заряженных частиц, движущихся с большой скоростью. Когда электрон при торможении теряет кинетическую энергию, то эта энергия преобразуется в энергию фотона:

$$h\nu = K_1 - K_2. \tag{8.1}$$

Здесь кинетическая энергия тяжелого ядра отдачи не учитывается.

Излучение, возникающее при торможении быстрых электронов, называют *тормозным*. Тормозное излучение возникает также в больших ускорителях, где заряженные частицы разгоняются до очень больших скоростей. Различие в подходе к решению проблемы тормозного излучения на основе электромагнитной теории и квантовой механики заключается в том, что электромагнитная теория предсказывает возникновение непрерывного излучения при каждом столкновении, пока происходит торможение электрона; квантовая же теория утверждает, что возникает только один фотон с энергией $h\nu$, который, вообще говоря, различен для каждого акта столкновения. Непрерывный рентгеновский спектр серебра, приведенный на рисунке 8.2, *а*, дает представление о характеристическом рентгеновском спектре серебра с резкими линиями, который характеризует вещество антикатода и накладывается на непрерывный спектр. Хотя интенсивность

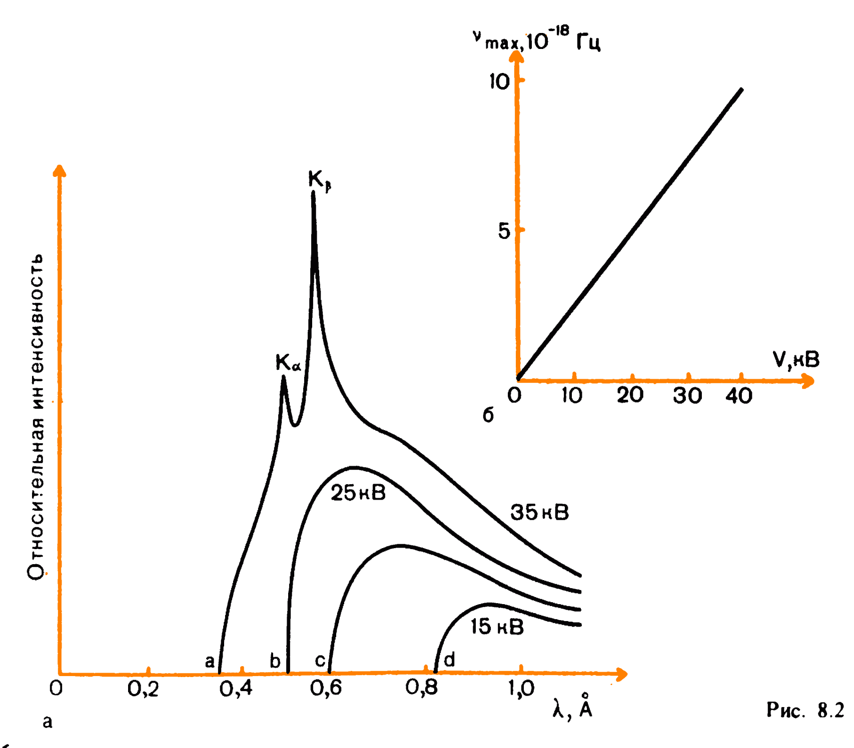


Рис. 8.2

непрерывного спектра торможения для данного потенциала зависит от физических характеристик антикатода, резкая коротковолновая граница в точках *a*, *b*, *c* и *d* (рис. 8.2, *а*) не зависит от вещества антикатода. На рисунке 8.2, *б* показано, что зависимость максимальных граничных частот ν_{max} от ускоряющего потенциала V выражается простым линейным уравнением

$$\frac{\nu_{max}}{V} = \left(\frac{c}{\lambda_{min}}\right)\frac{1}{V} = \text{const}. \tag{8.2}$$

Классическая теория не может объяснить существование граничных частот, о наличии которых свидетельствуют экспериментальные данные. Изменение траектории электрона, движущегося с большой скоростью, происходит, когда он рассеивается под действием кулоновского поля атомов вещества антикатода. Согласно гипотезе Планка о квантах излучение, вызываемое быстрыми электронами, должно испускаться в виде квантов с энергией $h\nu$. Однако максимальная энергия каждого такого кванта не может быть больше, чем энергия быстрых электронов, ударяющихся об антикатод, т. е.

$$h\nu_{max} = K_{max} = eV, \tag{8.3}$$

где K_{max} — максимальная кинетическая энергия, которой может обладать электрон, V — ускоряющая разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке, или

$$\frac{hc}{\lambda_{min}} = eV. \tag{8.4}$$

Ускоряющая разность потенциалов имеет значение порядка нескольких тысяч вольт, причем 98% энергии, отдаваемой электронами при столкновении с антикатодом, превращается во внутреннюю энергию, что ведет к повышению температуры антикатода. Так как граничные частоты резко выражены и соответствующие длины волн могут быть точно вычислены, нахождение h из рентгеновского спектра представляет собой один из лучших методов экспериментального определения постоянной Планка.

Характеристический линейчатый спектр зависит от вещества антикатода, хотя его интенсивность для данного антикатода определяется ускоряющим потенциалом. Электроны в атоме образуют вокруг ядра совокупность последовательных оболочек. Наиболее прочно связанные электроны, ближе всех расположенные к ядру, находятся в оболочке K. Следующая группа также прочно связанных электронов образует оболочку L, затем следуют оболочки M, N и т. д. Когда быстрые электроны выбивают электрон из оболочки K, электрон из оболочки L заполняет освобождающуюся вакансию в оболочке K, отдавая при этом энергию в виде рентгеновского излучения. Это излучение, характеризующее вещество антикатода, дает в спектре линию K_α. Если вакансию в оболочке K заполняет электрон из оболочки M, то он также отдает энергию в виде рентгеновского излучения и в спектре возникает линия K_β. Таким образом, при переходах с оболочек L, M, N и т. д. на оболочку K испускается серия линий K_α,

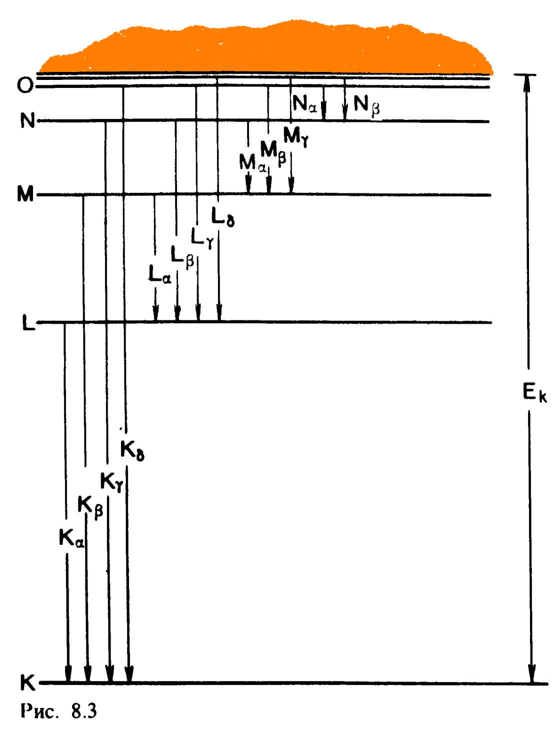


Рис. 8.3

K_β, K_γ и т.д., называемая K-серией. Когда падающие электроны выбивают электроны из оболочки L и вакансии заполняются электронами из M-, N-, O- и других оболочек, при таких переходах излучается серия L; первая линия в этой серии — L_α. Схематически эти переходы показаны на рисунке 8.3.

Если постепенно увеличивать ускоряющую разность потенциалов, приложенную к рентгеновской трубке, то возникающий под действием возбуждающих электронов непрерывный спектр горможения будет наблюдаться до тех пор, пока разность потенциалов не превысит некоторого «критического» значения, при котором энергия возбуждающих электронов оказывается достаточной, чтобы выбить электроны из внутренних оболочек K, L, M. Таким образом, соответствующие K-серии переходы становятся возможными только, когда разность потенциалов достигает критического значения $V_{кр}$ и возбуждающие электроны приобретают достаточную энергию, т. е.

$$eV_{кр} \geqslant E_к, \qquad (8.5)$$

где $E_к$ — энергия, необходимая для удаления K-электрона из атома. Рентгеновские лучи, относящиеся к энергетически более высокой K-серии, называют «жесткими», а к сериям L, M, N — «мягкими». «Жесткие» рентгеновские лучи обладают большей проникающей способностью.

8.3. Дифракция рентгеновских лучей

Первые попытки Рентгена доказать экспериментально волновую природу рентгеновских лучей окончились безрезультатно. Ввиду небольшой длины волны рентгеновских лучей их интерференция и дифракция оказались трудноосуществимыми. Ранние эксперименты показали, что длина волны рентгеновских лучей имеет значения порядка 10^{-8} см. При подсчете числа молекул в единице объема крис-

талла Макс Лауэ вычислил среднее расстояние между атомами в твердом теле. Оказалось, что эта величина лежит в пределах 10^{-7} — 10^{-8} см. Это дало возможность Лауэ высказать гипотезу, что правильное расположение атомов в кристаллической решетке можно использовать для обнаружения явления интерференции рентгеновских лучей, применив кристалл в качестве дифракционной решетки. В 1914 г. за доказательство волновой природы рентгеновских лучей методом дифракции в кристаллах Максу Лауэ была присуждена Нобелевская премия. В следующем году за дальнейшее развитие метода Лауэ Нобелевской премии были удостоены Уильям Брэгг и его сын Лоуренс Брэгг, предложившие другой способ расчета дифракции рентгеновских лучей в кристаллах[1].

В качестве примера такого кристалла рассмотрим простой кубический кристалл, например, поваренной соли (NaCl), молярная масса которой равна $5{,}845 \cdot 10^{-2}$ кг/моль, а плотность — $2{,}165 \cdot 10^{3}$ кг/м^3.

Таким образом, молекула каменной соли будет иметь массу

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{5{,}845 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}}{6{,}023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 9{,}704 \cdot 10^{-26} \text{ кг}, \qquad (8.6)$$

где N_A — число Авогадро. Количество молекул в единице объема равно:

$$N = \frac{\rho}{m} = \frac{2{,}165 \cdot 10^{3} \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}}{9{,}704 \cdot 10^{-26} \text{ кг}} = 2{,}22 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}. \qquad (8.7)$$

Так как каждая молекула поваренной соли состоит из двух атомов (одного атома Na и одного атома Cl), число атомов в 1 м^3 равно:

$$2N = 4{,}44 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Если в 1 м^3 вдоль его ребра располагается n атомов, то

$$n^3 = 4{,}44 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$$

и

$$n = 3{,}54 \cdot 10^{9} \text{ м}^{-1},$$

В результате расстояние между атомами будет равно:

$$d = \frac{1}{n} = 2{,}82 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 2{,}82 \text{ Å}.$$

Таким образом, формула для расчета среднего расстояния между атомами в *простой кубической структуре* поваренной соли имеет вид:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M}{2\rho N_A}}. \qquad (8.8)$$

Лауэ пришла в голову мысль, что симметрия кристаллов связана с наличием атомных или молекулярных элементарных ячеек, правильно чередующихся в кристалле. Слои таких ячеек отстоят друг от друга на определенных одинаковых расстояниях, порядок которых одинаков с порядком длины волны рентгеновских лучей. Эти правильно чередующиеся неоднородности и образуют дифракционную

---

[1] Независимо от Брэггов тот же метод расчета был предложен русским физиком-кристаллографом Ю. В. Вульфом. — *Прим. ред.*

решетку, аналогичную той, которая используется в экспериментах с видимым светом, с той лишь разницей, что кристалл представляет собой трехмерную решетку. Кроме того, в отличие от двумерной решетки при прохождении монохроматического излучения через трехмерную решетку под каким-либо произвольным углом дифракция не наблюдается. Дифрагированный рентгеновский пучок будет усиливаться, давая интерференционный максимум, только в том случае, если излучение с длиной волны λ падает на атомные плоскости, отстоящие друг от друга на межатомном расстоянии d, под определенным углом, равным θ.

Брэгг использовал эту идею, рассматривая пятна рентгенограммы как результат отражения рентгеновских лучей от плоскостей в кристалле. На рисунке 8.4 изображен пучок лучей, падающих под углом θ на кристаллографическую плоскость, которая плотно заполнена атомами. Когда лучи *1* и *2* отражаются соответственно от точек P и Q, то разность хода этих лучей равна:

$$\delta = |RQ| + |QS| = 2|RQ|.$$

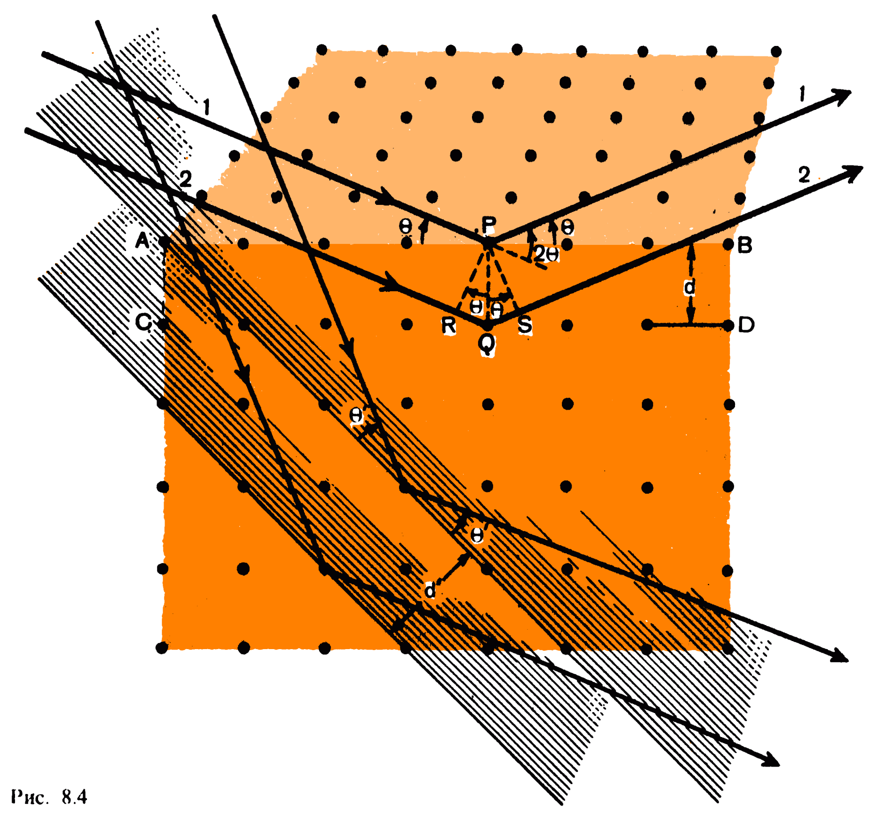


Рис. 8.4

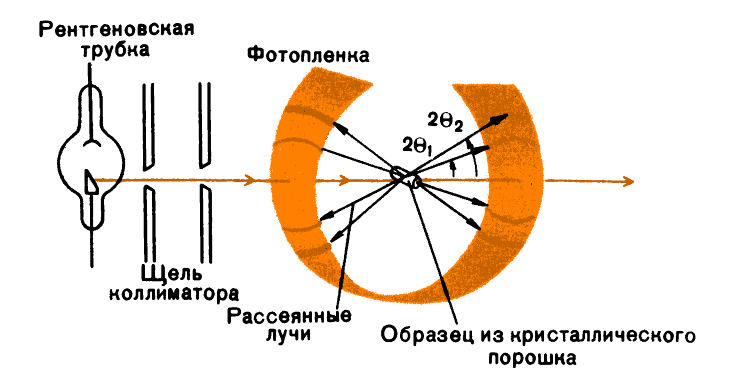


Рис 8.5

Так как $|RQ| = |PQ|\sin\theta = d\sin\theta$, то

$$\delta = 2d\sin\theta.$$

Отметим, что при отражении по методу Брэгга углы падения и отражения θ есть углы между плоскостями в кристалле и соответственно падающим и отраженным лучами, в отличие от того, как это принято в оптике, когда берется угол по отношению к нормали. Угол θ называют также *углом скольжения*. Таким образом, для максимума должны выполняться следующие условия, известные как законы отражения Брэггов[1]:

1. Угол падения равен углу отражения.
2. $\delta = 2d\sin\theta = n\lambda$, где $n = 1, 2, \ldots$ — порядок отражения. (8.9)

Из рисунка 8.4 видно, что имеется множество плоскостей в кристалле, от которых происходит отражение падающих лучей при различных углах падения, и возникает сложная интерференционная картина. Следует заметить, что в зависимости от выбора одни плоскости будут содержать больше атомов, выступающих в роли центров отражения, чем другие. Лучи, отраженные от первых плоскостей, будут давать максимумы, имеющие большую интенсивность.

Дифракционную картину можно получить также путем дифракции рентгеновских лучей на поликристаллических структурах (рис. 8.5). Каждый монокристаллик в образце имеет атомные плоскости, от которых падающие рентгеновские лучи будут отражаться под определенным углом. Так как монокристаллики могут быть ориентированы под любым углом по отношению к падающим рентгеновским лучам, то всегда найдутся такие, которые будут отражать лучи данной длины волны под одним и тем же углом, причем дифракционная картина будет представлять собой кольцо, расположенное концентрически вокруг направления падающего луча. Кристаллики, ориентированные под различными углами, будут создавать систему таких колец. Полу-

[1] В нашей литературе принято называть эти условия для дифракционного максимума условиями Вульфа — Брэггов. — *Прим. ред.*

чающуюся в результате дифракционную картину называют лауэграммой[1]. Из рисунка 8.5 можно получить условие для максимумов:

$$n\lambda = 2d\sin\theta,$$

где θ, если применить рисунок 8.4 к данному случаю, фактически представляет собой угол падения на определенные монокристаллики. В наше время применение рентгеновской техники позволяет с высокой точностью исследовать многие физические свойства кристаллов.

8.4. Дифракция рентгеновских лучей на штриховой решетке

Ввиду малости длины волны и большой проникающей способности рентгеновских лучей первоначальные попытки осуществить дифракцию рентгеновских лучей на штриховой дифракционной решетке не принесли большого успеха. Невозможно было механическим способом изготовить штриховые решетки с расстоянием между штрихами порядка 1 Å, т. е. порядка длины волны рентгеновских лучей. Кроме того, большинство зеркальных поверхностей плохо отражает рентгеновские лучи, что связано с их большой проникающей способностью. Тем не менее в 1925 г. Комптон и Дьюэн смогли измерить длину волны рентгеновских лучей, используя обычную штриховую дифракционную решетку и очень малые углы скольжения (порядка 0,001 рад).

Когда лучи *1* и *2* (рис. 8.6) отражаются от поверхности, на которую нанесена штриховая решетка, разность хода лучей будет равна:

$$\delta = |CB| - |AD| = d\cos\theta - d\cos(\theta + \varphi). \tag{8.10}$$

Условие интерференционного максимума для этих лучей имеет вид:

$$d\cos\theta - d\cos(\theta + \varphi) = n\lambda, \tag{8.11}$$

где n — порядок дифракции.

При малых углах $\cos x = 1 - x^2/2 + ...$, поэтому уравнение (8.11) можно переписать в следующей приближенной форме:

$$n\lambda = d\varphi(\theta + \frac{\varphi}{2}). \tag{8.12}$$

Интересно отметить, что, когда длины волн рентгеновских лучей были впервые измерены методом дифракции на штриховой решетке, все найденные значения оказались несколько больше, чем значения, которые были определены методом дифракции в кристаллах. Тща-

---

[1] Лауэграммой принято называть рентгенограмму, получаемую при облучении монокристалла пучком рентгеновских лучей с непрерывным спектром. Она представляет собой систему пятен. Поликристаллические структуры облучаются монохроматическими рентгеновскими лучами. Рентгенограмма при этом имеет вид концентрических окружностей и называется дебаеграммой. Метод ее получения был разработан Дебаем и Шерером. Метод Брэгга для исследования кристаллов состоит в облучении монокристалла монохроматическими рентгеновскими лучами и наблюдении отражения от определенной системы параллельных атомных плоскостей. — *Прим. ред.*

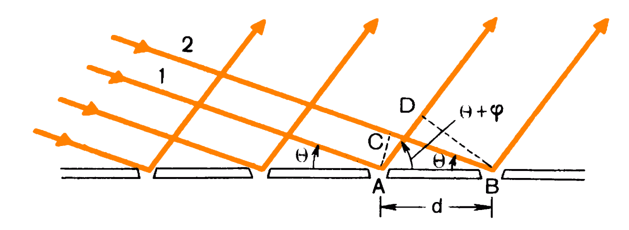


Рис. 8.6

тельная проверка показала, что число Авогадро в соотношении (8.8) было неверным из-за ошибки в принятом значении заряда электрона, которое использовалось при определении N_A .

8.5. Эффект Комптона

Уже в ранних экспериментах было выяснено, что при рассеянии рентгеновских лучей в составе вторичного излучения имеются рентгеновские лучи, обладающие меньшей проникающей способностью. Как предполагали вначале, эти вторичные лучи представляют собой флуоресцентное излучение, которое характерно для рассеивающего элемента и является свойством более тяжелых элементов. Последующие эксперименты показали, что различие в проникающей способности вторичных рентгеновских лучей имеется и в случае более легких элементов, таких, как углерод, когда флуоресценция невозможна. Это привело некоторых физиков к предположению, что обнаружено новое излучение, которое получило название «*J*-излучение». Однако спектроскопический анализ идею о существовании «*J*-лучей» не подтвердил.

Экспериментальным путем было установлено, что вторичные рентгеновские лучи, получаемые в процессе рассеяния, обладают следующими свойствами:

1. В рассеянном излучении присутствуют две длины волны: первоначальная λ_0 и дополнительная λ_s, которые близки по значению.

2. Длина волны λ_s всегда больше, чем λ_0.

3. Значение λ_s зависит от угла рассеяния θ и не зависит от природы рассеивающего вещества.

Основываясь на математических расчетах, выполненных Дж. Дженси, А.Х.Комптон в 1923 г. высказал смелую идею, что *рентгеновские лучи представляют собой поток фотонов, обладающих определенным импуль-*



Рис. 8.7

сом, как и любые частицы, и что акт рассеяния представляет собой упругое столкновение между фотоном и электроном. Смещение длины волны рентгеновских лучей, обусловленное упругим рассеянием фотонов электронами, носит название *эффект Комптона.*

Из уравнения (6.30) легко получить выражение для энергии фотона (частицы, масса покоя которой равна нулю): $E = pc$. С другой стороны, энергия фотона равна: $E = h\nu$, где ν — частота. Таким образом, импульс фотона равен:

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \tag{8.13}$$

Пусть фотон (рис. 8.7) упруго рассеивается покоящимся свободным электроном. Из закона сохранения импульса в этом случае следует, что

$$p_0 = p_s \cos\theta + p_e \cos\gamma \text{ (вдоль оси } x) \tag{8.14}$$

и

$$p_s \sin\theta = p_e \sin\gamma \text{ (вдоль оси } y), \tag{8.15}$$

где p_s — импульс рассеянного фотона и p_e — импульс рассеянного электрона.

Из закона сохранения энергии имеем:

$$E_0 + m_0c^2 = E_s + m_0c^2 + K \tag{8.16}$$

(здесь E_0 — энергия падающего фотона, $h\nu_0$; m_0c^2 — «энергия покоя» электрона; E_s — энергия рассеянного фотона, $h\nu_s$; K — кинетическая энергия рассеянного электрона),

или

$$K = E_0 - E_s = h(\nu_0 - \nu_s). \tag{8.17}$$

Представим теперь уравнение (8.14) в виде

$$p_0 - p_s \cos\theta = p_e \cos\gamma.$$

Возведя обе части уравнения в квадрат и сложив его с уравнением (8.15), имеем:

$$p_0^2 - 2p_0p_s\cos\theta + p_s^2 = p_e^2. \tag{8.18}$$

Так как $E_0 = h\nu_0 = p_0c$ и $E_s = h\nu_s = p_sc$, то уравнение (8.17) принимает вид:

$$K = (p_0 - p_s)c. \tag{8.19}$$

Для электрона имеем:

$$\begin{gathered} E^2 = (m_0c^2)^2 + p_e^2c^2, \\ E = K + m_0c^2. \end{gathered} \tag{8.20}$$

Исключая из уравнения (8.20) величину E, получаем:

$$\frac{K^2}{c^2} + 2Km_0 = p_e^2. \tag{8.21}$$

После подстановки K из (8.19) и p_e из (8.18) и умножения каждого члена на h уравнение (8.21) приобретает вид:

$$\frac{h}{p_s}-\frac{h}{p_0}=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta). \qquad (8.22)$$

Заменив h/p_s на длину волны после рассеяния λ_s и h/p_0 на λ_0, уравнение (8.22) представим в более удобной форме:

$$\lambda_s-\lambda_0=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta),$$

или

$$\Delta\lambda=\lambda_c(1-\cos\theta), \qquad (8.23)$$

где $\lambda_c=\frac{h}{m_0c}=0{,}024$Å называют *комптоновской длиной волны.*

Ниже приводится краткая сводка результатов экспериментов, которые показали, что уравнение (8.23) удовлетворительно объясняет наличие комптоновского смещения при рассеянии рентгеновских лучей:

1. В 1923 г. Комптон подтвердил правильность уравнения (8.23) экспериментально.

2. Позже, также в 1923 г., Боте и Вильсон наблюдали электроны отдачи.

3. В 1925 г. Боте и Гейгер показали, что рассеянный фотон ($E_s=h\nu_s$) и электрон отдачи появляются одновременно.

4. В 1927 г. Блес экспериментально проверил значение энергии электрона отдачи.

Отметим, что в рассеянном на угол θ излучении (см. рис. 8.7) обнаруживаются обе длины волны: как смещенная, так и несмещенная. Отдельные фотоны рассеиваются не свободными электронами, а внутренними электронами в атомах. В этом случае массу m_0 в уравнении (8.23) следует заменить массой всего атома, который испытывает соударение. Так как масса последнего велика по сравнению с массой электрона, величина $\Delta\lambda$ будет очень мала и длина волны рассеянных фотонов будет практически совпадать с длиной волны падающего излучения. Это можно показать, рассчитав смещение при рассеянии фотона протоном.

ЗАДАЧИ

8.1. Чтобы понять трудности, возникшие перед Рентгеном, когда он попытался осуществить интерференцию рентгеновских лучей, постройте систему с двумя щелями Юнга, с помощью которой на удаленном экране можно было бы получить интерференционные полосы с угловой шириной 1°. Пусть падающее рентгеновское излучение имеет длину волны $\lambda=5{,}0$ Å. Рассмотрите, какие трудности возникают при постановке такого эксперимента с физической точки зрения.

8.2. Сравните энергию для линии K_α ($\lambda=0{,}0210$ Å) в спектре вольфрама ($Z=74$) с энергией для линии, получаемой с помощью инфракрасного лазера на CO_2 ($\lambda=10{,}6$ мкм).

8.3. Линия K_α в спектре тулия ($Z=69$) имеет длину волны $\lambda=0{,}246$ Å. Сравните энергию фотона, соответствующего этой линии, с «энергией покоя» электрона.

8.4. Используя рисунок 8.2, *а*, определите ускоряющий потенциал для кривой, пересекающей ось абсцисс в точке *с*.

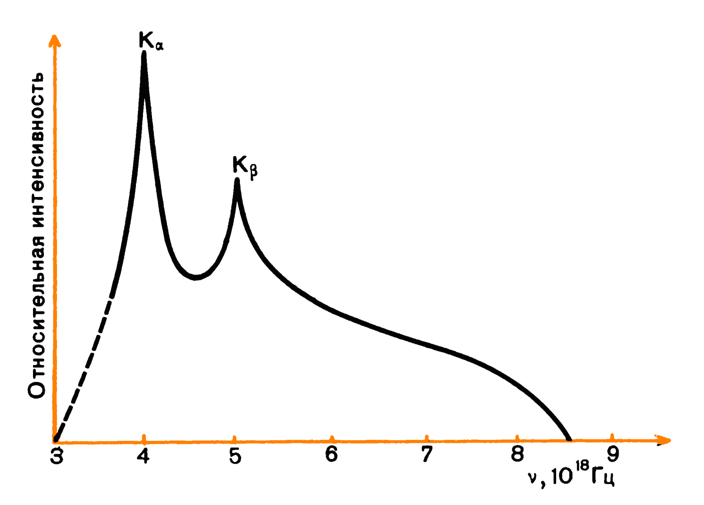


Рис. 8.8

8.5. Определите напряжение, приложенное к рентгеновской трубке, с помощью которой получают короткие волны с длиной волны $\lambda \approx 1$ Å.

8.6. а) Какова максимальная энергия рентгеновского излучения, испускаемого при бомбардировке металлического антикатода электронами, энергия которых равна 40 кэВ? б) Какова максимальная частота рентгеновского излучения, если возбуждающие электроны ускоряются разностью потенциалов, равной 20 000 В?

8.7. Используя рисунок 8.2, *а*, определите для всех четырех рентгеновских спектров (*a*, *b*, *c*, *d*) максимальную кинетическую энергию возбуждающих электронов.

8.8. На рисунке 8.8. изображена кривая рентгеновского спектра для гипотетического металла. При условии, что энергия, необходимая для удалеиия электрона из *K*-оболочки, равна 20 кэВ, определите: а) энергию, необходимую для удаления электрона из *L*-оболочки; б) максимальную кинетическую энергию электрона, налетающего на антикатод, который изготовлен из этого металла.

8.9. Брэгговское отражение первого порядка монохроматического рентгеновского излучения от кристалла поваренной соли ($NaCl$) происходит при угле скольжения 30°. Определите длину волны падающего рентгеновского излучения.

8.10. Для рентгеновского излучения ($\lambda = 0{,}58$ Å), падающего на грань кристалла KCl ($d = 2{,}82$ Å), найдите углы скольжения, которые соответствуют максимумам брэгговского отражения первого и второго порядка.

8.11. Кристалл NiO (молярная масса $M = 7{,}469 \cdot 10^{-2}$ кг/моль, плотность $\rho = 7{,}45 \times \times 10^3$ кг/м^3) имеет простую кубическую структуру, аналогичную $NaCl$. Найдите угол, под которым кристалл NiO должен быть ориентирован относительно падающего рентгеновского излучения, длина волны которого $\lambda = 2$ Å, чтобы получить брэгговское отражение первого порядка.

8.12. Электроны, ускоренные разностью потенциалов 35 кВ, вызывают рентгеновское излучение, которое анализируется с помощью кристаллического спектрометра Брэгга, в котором используется кристалл кальцита ($CaCO_3$). Если расстояние между кристаллографическими плоскостями кальцита равно 3,03 Å, каков будет минимальный угол между падающим лучом и плоскостью в кристалле, при котором можно наблюдать интенсивный отраженный пучок?

8.13. Рентгеновское излучение с длиной волны 1,0 Å падает на штриховую дифракционную решетку под углом $\theta = 0{,}0010$ рад (см. рис. 8.6), при этом максимум наблюдается при $\theta' = 0{,}0020$ рад. Сколько штрихов на 1 мм должна иметь такая дифракционная решетка? Почему штриховую дифракционную решетку можно использовать только при очень малых углах скольжения падающего рентгеновского излучения?

8.14. Излучение с длиной волны $\lambda = 3{,}44$ Å (линия K_β в спектре калия) падает на штриховую дифракционную решетку (200 штрихов на 1 мм) под углом 20′ к его поверхности. Найдите угол между лучами первого и второго порядка?

8.15. Выполните алгебраические преобразования, необходимые для получения уравнения (8.22).

8.16. Рентгеновские лучи с длиной волны 0,040 Å рассеиваются графитом. Определите импульс фотона, рассеянного под углом 30°, и кинетическую энергию электрона отдачи.

8.17. Когда фотоны с длиной волны 0,024 Å бомбардируют антикатод, рассеянные фотоны наблюдаются под углом 60°. Рассчитайте: а) длину волны рассеянного фотона; б) угол рассеяния электрона отдачи.

8.18. В эксперименте по рассеянию при бомбардировке фотонами с энергией 0,200 МэВ рассеянные фотоны наблюдаются под углом 90° по отношению к падающему пучку. Какова энергия (в мегаэлектронвольтах) рассеянных фотонов и электронов отдачи? Установите, соблюдается ли в этом случае закон сохранения энергии.

8.19. Чем отличается рассеяние фотонов электронами от рассеяния фотонов протонами? Каким было бы смещение длины волны γ-излучения ($\lambda = 0{,}00200$ Å) при рассеянии протоном и электроном под углом 90°? Какие экспериментальные трудности при этом возникают?

Глава 9

РОЖДЕНИЕ ПАР

Карл Дейвид Андерсон
(р. 3.IX 1905 г.)

Родился в Нью-Йорке (США). Защитил докторскую диссертацию в 1930 г. в Калифорнийском технологическом институте, профессором которого является в настоящее время. В 1933 г. Андерсон экспериментально обнаружил частицу с промежуточной массой, которая по его предположению была частицей, предсказанной Юкавой. В действительности это была дочерняя частица (мю-мезон, мюон, лептон) по отношению к частице Юкавы (пи-мезон). За большой вклад в исследования рентгеновского излучения, гамма-излучения и космических лучей Андерсон награжден медалями Крессона и Эрикссона. В 1936 г. ему совместно с В. Ф. Гессом была присуждена Нобелевская премия по физике.

9.1. Взаимодействие излучения с веществом

В предыдущих главах взаимодействие излучения с веществом было проиллюстрировано на примерах тормозного излучения, эффекта Комптона и фотоэлектрического эффекта. Напомним, что тормозное излучение — это такое излучение, которое возникает, когда электрон высокой энергии тормозится в результате взаимодействия с веществом, рождая при этом фотоны, энергия которых равна:

$$h\nu = K_1 - K_2, \tag{9.1}$$

где $K_1 - K_2$ — убыль кинетической энергии электрона при каждом столкновении.

Другой пример взаимодействия излучения с веществом — эффект Комптона, когда фотон с энергией $h\nu_0$ взаимодействует со свободным электроном. Налетающий фотон исчезает, при этом рождается вто-

ричный фотон, энергия которого $h\nu_s < h\nu_0$. Кинетическая энергия электрона отдачи равна:

$$K = h\nu_0 - h\nu_s. \qquad (9.2)$$

Наконец, при фотоэффекте фотон с энергией $h\nu$ взаимодействует со связанным электроном. При выбивании электрона из атома фотон исчезает. Максимальная кинетическая энергия высвобождаемого при этом электрона равна:

$$K = h\nu - W, \qquad (9.3)$$

где W — энергия связи электрона в атоме.

Эти эффекты подводят нас к интересному вопросу: может ли полная энергия фотона превращаться в массу покоя?

9.2. Рождение пар

В работе, опубликованной в 1928 г., П. Дирак отметил, что релятивистское волновое уравнение для электрона имеет в два раза больше решений по сравнению с тем, что ожидалось. Он установил, что половина этих решений должна относиться к электронным состояниям с отрицательными значениями энергии. Так как квантовая теория признает наличие дискретных переходов, то состояния с отрицательной энергией нельзя отвергнуть, считая эти решения просто бессмысленными. Дирак связал такое «нежелательное» решение с существованием электрона с положительным зарядом $+e$, который получил название *позитрон*. Загадочный позитрон оставался лишь теоретической гипотезой вплоть до 1932 г., когда Карл Андерсон получил следы этой частицы. Андерсон не ставил перед собой задачу обнаружить позитрон Дирака. Он и Милликен с целью изучения космических лучей поместили камеру Вильсона в сильное магнитное поле, и следы неизвестной частицы, отмеченные камерой, как оказалось, при-

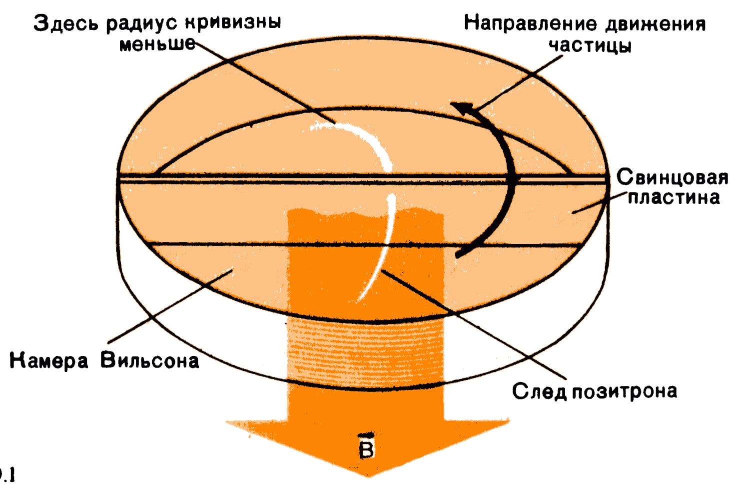


Рис 9.1

надлежали именно позитрону (схема опыта Андерсона и Милликена показана на рисунке 9.1). Фактически позитроны наблюдались другими исследователями и ранее, но именно Андерсону первому удалось точно установить их природу.

Анализируя множество снимков, полученных с помощью камеры Вильсона, Андерсон обнаружил следы заряженных частиц, аналогичных электрону, за исключением лишь того, что траектории этих частиц были искривлены магнитным полем «не в ту сторону». Эти частицы можно было причислить к «электроноподобным частицам» по типу следов конденсации, которые они оставляли в камере Вильсона. Альфа-частицы обладают зарядом, равным $+2e$, и большой массой по сравнению с массой электронов, поэтому и следы в камере Вильсона — короткие и широкие, — оставляемые α-частицами, отличаются от длинных и тонких треков, характерных для электронов. Чтобы определить направление движения частиц, в камере устанавливалась свинцовая пластина. На рисунке 9.1 изображен путь частицы в камере Вильсона, помещенной в однородное магнитное поле. Отметим, что радиус кривизны траектории меньше в верхней части камеры Вильсона. Так как частица, проходя через свинцовую пластину, уменьшает свою энергию, то радиус кривизны ее траектории при движении в магнитном поле уменьшается. Это дает возможность определить направление, в котором движется частица, а зная направление индукции магнитного поля, можно найти и знак ее заряда. Электрон и позитрон имеют равные по абсолютному значению заряды, причем заряд позитрона положителен, а электрона отрицателен. Позитрон, таким образом, представляет собой *античастицу* (антиэлектрон).

Позитрон образуется в момент рождения электронных пар под действием γ-излучения. В этом случае энергия фотона превращается в энергию покоя и кинетическую энергию электрона и позитрона. Рождение пары не наблюдается в свободном пространстве, так как при рождении двух электронов законы сохранения энергии и момента импульса для единичного фотона будут выполняться одновременно лишь при условии, если фотон проходит вблизи тяжелого ядра. При взаимодействии ядро приобретает некоторый момент импульса и некоторую энергию. При таком взаимодействии (показано на рисунке 9.2, *а*) должны выполняться законы сохранения энергии, момента импульса и электрического заряда. Когда фотон с энергией $E = h\nu$ взаимодействует с ядром, образуется электрон-позитронная пара. Из условия сохранения энергии минимальная энергия падающего фотона равна:

$$h\nu_{\min} = m_0^- c^2 + m_0^+ c^2 = 2m_0 c^2, \qquad (9.4)$$

или

$$h\nu_{\min} = 1{,}02 \text{ МэВ}.$$

Длину волны можно найти из соотношения

$$h\nu_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}} = 1{,}02 \text{ Мэв},$$

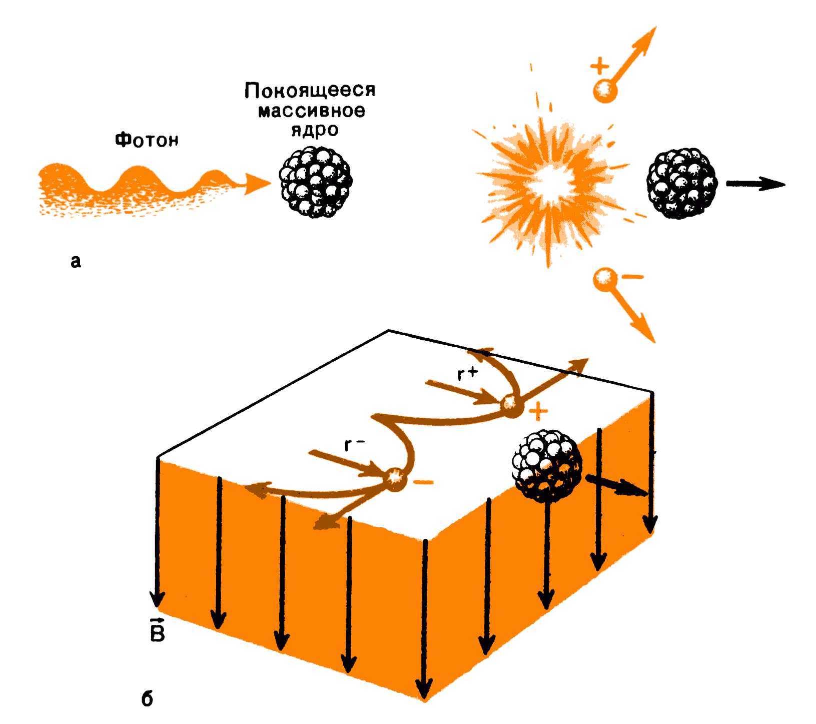


Рис. 9.2

откуда

$$\lambda_{max} = 0{,}0122 \text{Å}.$$

Таким образом, в этом случае мы имеем гамма-квант высокой энергии.

На рисунке 9.2, *б* показано образование электрон-позитронной пары при наличии однородного магнитного поля. При таком условии частицы движутся в противоположных направлениях по круговым траекториям в соответствии со знаком заряда. В общем случае падающие гамма-кванты имеют энергию больше 1,02 МэВ и

$$h\nu + M_0c^2 = (m_0^-c^2 + K^-) + (m_0^+c^2 + K^+) + (M_0c^2 + K_я), \qquad (9.5)$$

где $h\nu$ — энергия падающего фотона, M_0c^2 — энергия покоя ядра, $(m_0^-c^2 + K^-)$ — общая энергия электрона, $(m_0^+c^2 + K^+)$ — общая энергия позитрона, $(M_0c^2 + K_я)$ — общая энергия ядра, а избыточная энергия K^- и K^+ есть соответственно кинетическая энергия электрона и позитрона и $K_я$ — кинетическая энергия ядра.

Так как ядро имеет большую массу и имеет скорость много меньшую, чем легкие электроны и позитроны, то $K_я = 0$. Уравнение (9.5) при этом принимает вид:

$$h\nu = (m_0^-c^2 + K^-) + (m_0^+c^2 + K^+). \qquad (9.6)$$

Поскольку индукция магнитного поля B известна (см. рис. 9.2, *б*) и радиус кривизны траекторий ($r = r^- = r^+$) может быть измерен, то можно определить и импульс каждой из частиц электрон-позитронной пары:

$$p = mv = eBr, \tag{9.7}$$

где e — заряд электрона или позитрона. Из уравнения (6.25) найдем общую энергию частицы:

$$E = \sqrt{E_0^2 + p^2c^2}. \tag{9.8}$$

Энергия одной из частиц (электрона или позитрона) будет равна:

$$E = \sqrt{(m_0c^2)^2 + (eBr)^2c^2}. \tag{9.9}$$

Позитрон представляет собой античастицу по отношению к электрону.

В 1955 г. Чемберлен, Сегре, Виганд и Ипсилантис (Калифорнийский университет) наблюдали рождение пары протон — антипротон. В том же году была экспериментально доказана возможность образования пары нейтрон — антинейтрон. Античастицы будут рассмотрены более подробно в гл. 37, 38 и 39.

9.3. Аннигиляция пар

Существует эффект, обратный по отношению к образованию пары, который называют *аннигиляцией пары.* В процессе аннигиляции частица и одна из ее античастиц соединяются, полностью превращаясь в энергию излучения. Образующийся в процессе рождения пары позитрон имеет очень маленькую продолжительность жизни. После потери большей части своей кинетической энергии при столкновениях он может образовать с электроном подобие атома, который носит название *позитроний* (рис. 9.3, *а*); позитроний существует до тех пор, пока позитрон и электрон не аннигилируют друг с другом.

Общая энергия, включая энергию покоя электрон-позитронной пары, превращается в энергию фотона. Кроме того, так же как и при рождении пар, **должен сохраняться момент импульса.** Возможен, в частности, случай, когда две частицы находятся по существу в покое и, следовательно, перед тем как аннигилировать, имеют момент импульса, равный нулю. В этом

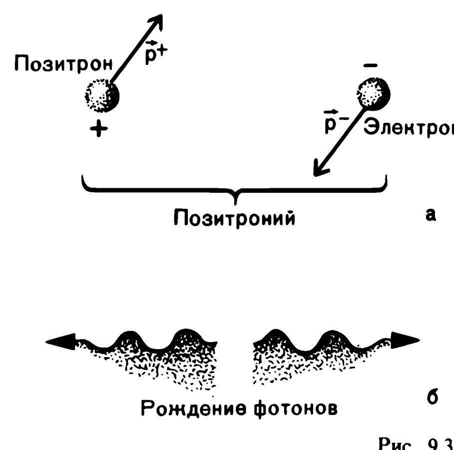


Рис. 9.3

случае закон сохранения импульса выполняется, когда при аннигиляции двух частиц возникают два фотона (рис. 9.3, *б*), имеющие равные и противоположно направленные моменты импульса. Для электрона и позитрона, находящихся до взаимодействия в состоянии покоя, имеем:

$$m_0^- c^2 + m_0^+ c^2 = 2h\nu_{min},$$

или

$$2m_0 c^2 = 2h\nu_{min} = \frac{2hc}{\lambda_{max}}, \tag{9.10}$$

где $\lambda_{max} = 0{,}0244$Å есть максимальная длина волны фотона, возникшего в результате аннигиляции.

Для частиц, обладавших до взаимодействия первоначальной кинетической энергией, уравнение (9.10) принимает вид:

$$(m_0^- c^2 + K^-) + (m_0^+ c^2 + K^+) = 2h\nu. \tag{9.11}$$

9.4. Поглощение фотонов

Интенсивность электромагнитного излучения можно определить следующим образом:

$$I = Nh\nu, \tag{9.12}$$

где $N = \frac{n}{S_\perp t}$ — поток фотонов (n — число фотонов, $S_\perp$ — площадь, перпендикулярная направлению распространения излучения, t — время); $h\nu$ — энергия фотона.

Интенсивность излучения убывает как из-за рассеяния пучка, так и вследствие его поглощения. Коэффициент поглощения μ определяется как мера способности среды ослаблять пучок излучения.

На рисунке 9.4, *а* изображен поток фотонов N_0, падающих на поглощающий слой вещества, коэффициент поглощения которого ра-

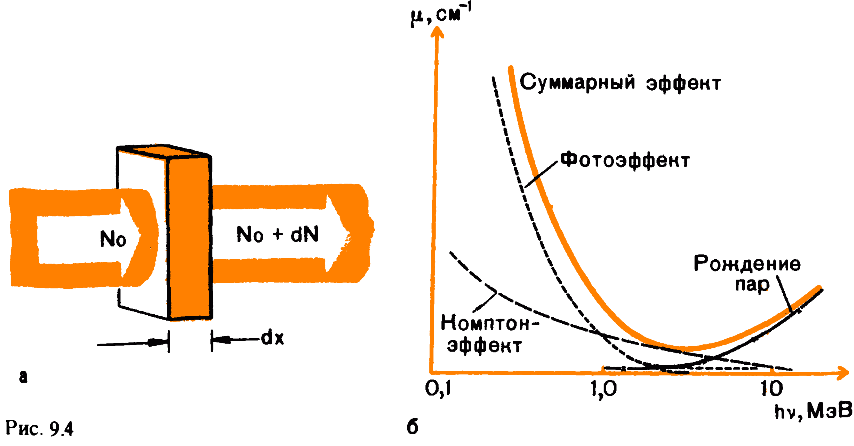


Рис. 9.4

вен μ. При прохождении пучка через слой вещества толщиной dx изменение потока отрицательно и прямо пропорционально толщине поглощающего слоя и падающему потоку. Таким образом, изменение потока равно:

$$dN = -\mu N dx,$$

где μ — коэффициент пропорциональности. Интегрируя обе части равенства, получаем:

$$N = N_0 e^{-\mu x}, \qquad (9.13)$$

где N_0 — падающий поток и μ — коэффициент поглощения.

Так как для данной частоты излучения поток прямо пропорционален интенсивности, то интенсивность излучения после прохождения слоя вещества равна:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \qquad (9.14)$$

где $I_0 = N_0 h\nu$.

Коэффициент поглощения μ зависит как от поглощающего вещества, так и от частоты ν падающего излучения. Упомянутые выше процессы — комптон-эффект, фотоэффект и образование пар — играют основную роль в поглощении излучения. Суммарный результирующий коэффициент поглощения есть результат наложения всех трех процессов, т. е.

$$\mu = \mu_к + \mu_ф + \mu_{обр}. \qquad (9.15)$$

На рисунке 9.4, *б* показано, как изменяются коэффициенты поглощения для каждого процесса в зависимости от энергии падающего излучения. Для фотонов, энергия которых меньше 1,0 МэВ, поглощение обусловлено главным образом фотоэффектом, хотя определенный вклад вносит и комптон-эффект. Из уравнения (9.4) следует, что влияние образования пар, которое начинает проявляться при энергиях фотонов, больших 1,02 МэВ, становится преобладающим по мере роста их энергии.

ЗАДАЧИ

9.1. Покажите, что радиус кривизны траектории позитрона, движущегося перпендикулярно направлению линиям индукции однородного магнитного поля, уменьшается, когда позитрон проходит через свинцовую пластину.

9.2. Какова энергия и длина волны фотона, который образуется при рождении протон-антипротонной пары?

9.3. Определите общую кинетическую энергию электрона и позитрона, образованных в результате рождения пары из γ-кванта, длина волны которого λ = 0,00247 Å.

9.4. Чему равен импульс фотонов, образованных при аннигиляции протона и антипротона, если первоначальная кинетическая энергия каждого из них была равна 1 МэВ?

9.5. Фотон рождает электрон-позитронную пару, причем кинетическая энергия каждой из частиц равна 0,500 МэВ. Сравните длину волны падающего фотона с длиной волны де Бройля для одной из образованных частиц[1].

---

[1] Длина волны де Бройля, связанная с движущейся частицей, определяется соотношением $\lambda = h/p$, где p — импульс частицы (см. уравнение 8.13 и гл. 10).

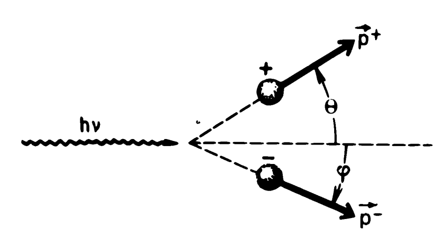


Рис. 9.5

9.6. Фотон влетает в камеру Вильсона, помещенную в магнитное поле ($B = 0{,}0300$ Тл), рождая электрон-позитронную пару. Радиусы кривизны траекторий, которые перпендикулярны направлению вектора индукции магнитного поля, равны 2,00 см (для электрона) и 1,50 см (для позитрона). Какова энергия (в мегаэлектронвольтах) падающего фотона?

9.7. Электрон и позитрон, движущиеся навстречу друг другу со скоростью 0,80 c, сталкиваются и аннигилируют, превращаясь в излучение. Рассчитайте: а) длину волны де Бройля электрона; б) длину волны образованных фотонов; в) импульс каждого из фотонов.

9.8. Мощность излучения, получаемого с помощью лазера на CO_2 ($\lambda = 10{,}6$ мкм), достигает значения порядка 100 Вт/см^2 в направлении, перпендикулярном поверхности. а) Какова плотность потока фотонов, т. е. число фотонов, падающих на единицу площади в единицу времени? б) Какова должна быть плотность потока фотонов γ-излучения с длиной волны $5{,}00 \cdot 10^{-3}$ Å, чтобы получить такую же интенсивность?

9.9. Коэффициент поглощения γ-излучения малой энергии в свинце равен 1,5 см$^{-1}$. Какова должна быть толщина слоя свинца, если интенсивность γ-излучения уменьшилась в два раза; уменьшилась в 100 раз?

9.10. Для γ-излучения с данной длиной волны коэффициент поглощения в свинце равен 0,900 см$^{-1}$ и в алюминии 0,280 см$^{-1}$. Какова толщина слоя алюминия, в котором излучение поглощается так же, как в слое свинца толщиной 1,00 см?

9.11. Каков механизм поглощения фотонов с энергией 12 МэВ в слое металла? Объясните.

9.12. В таблице приведены данные об ослаблении интенсивности жестких рентгеновских лучей в зависимости от толщины слоя меди. По этим данным постройте график и определите: а) коэффициент поглощения меди; б) толщину слоя меди, когда интенсивность прошедшего через этот слой излучения будет составлять 37% от интенсивности падающего излучения.

Толщина, см	0,10	0,20	0,30	0,35	0,38	0,40	0,45	0,50	0,62
Отношение I/I_0	0,90	0,80	0,74	0,70	0,68	0,67	0,64	0,57	0,50

9.13. Энергия, излучаемая рубиновым лазером ($\lambda = 6983$ Å) в одном импульсе, равна 50,0 Дж при режиме 96 импульсов в минуту. Определите количество фотонов в одном импульсе.

9.14. Предположим, что рождение пар происходит без участия тяжелых ядер. Покажите, что

$$\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 = p_-^2 + p_+^2 + 2p_-p_+\cos(\Theta + \varphi)$$

(рис. 9.5). Докажите также, что это уравнение приводит к неравенству $h\upsilon < E_+ + E_-$, которое противоречит закону сохранения энергии.

Глава 10

ВОЛНОВАЯ ПРИРОДА ЧАСТИЦ

Луи Виктор де Бройль
(р. 15.VIII.1892 г.)

Родился в Дьепе (Франция). Защитил докторскую диссертацию в Сорбонне в 1924 г. Сначала преподаватель в Сорбонне, затем директор института А. Пуанкаре. В 1924 г. Луи де Бройль высказал идею, что вещество и излучение обладают и корпускулярными, и волновыми свойствами. В 1926 г. его гипотеза была использована Э. Шредингером при создании волновой механики. Де Бройль предпринял значительные усилия для выработки причинной интерпретации (в противоположность вероятностной) явлений, описываемых волновой механикой. За открытие волновой природы электрона де Бройль в 1929 г. был удостоен Нобелевской премии по физике.

10.1. Противоречия волна — частица

Со времени философов античности до Исаака Ньютона ученые рассматривали свет как поток быстро движущихся частиц (корпускул). В 1801 г. Томас Юнг, осуществив первые опыты по интерференции, подвел твердую экспериментальную основу под волновую теорию света. Казалось, что физики могут окончательно отказаться от корпускулярной теории света. Однако дальнейшие исследования показали, что все большее число физических свойств твердых тел, жидкостей и газов может быть объяснено на основе атомистических представлений. В конце XIX в. эксперименты Дж. Дж. Томсона и работы Х. А. Лоренца привели к концепции о существовании элементарных частиц электричества — электронов. Наконец, «круг замкнулся», когда в 1900 г. Макс Планк установил закон излучения абсолютно черного тела, согласно которому источник света излучает энергию не непрерывно, а равными и конечными порциями, получившими название квантов. С новой силой противоречие волна — частица проявилось в 1923 г., когда Артур Комптон экспериментально доказал, что кванты рентгеновского излучения ведут себя как частицы с определенной энергией и определенным импульсом.

В 1924 г. Луи де Бройль в своей докторской диссертации «Исследования по теории квантов» высказал мысль о том, что если свет во многих случаях проявляет корпускулярные свойства, то и частицы, в частности электроны, в силу симметрии в природе могут обладать волновыми свойствами. В 1927 г. идеи де Бройля были экспериментально подтверждены К. Дж. Дэвиссоном и Л. Х. Джермером и независимо от них Дж. П. Томсоном, которые показали, что для пучка электронов, как и для светового пучка, наблюдается явление дифракции.

10.2. Волны де Бройля

Планк связал энергию частиц света (фотонов) с частотой света соотношением

$$E = h\nu, \qquad (10.1)$$

где ν — частота фотона, а энергия E совпадает со значением, найденным из специальной теории относительности (из формулы $E = E_0 + K$). Для фотонов имеем: $E_0 = m_0c^2 = 0$, и общая энергия E равна только кинетической энергии K. Однако чисто корпускулярная теория не содержит в себе ни одного э емента, который позволил бы определить частоту. Чтобы решить эту проблему, де Бройль предположил, что с каждым фотоном связан волновой процесс. Это дало возможность объяснить такое чисто волновое явление, как интерференция. Комптон показал, что световые волны обладают импульсом, т. е. характеристикой, которую обычно связывали с частицами. Выражение для энергии фотона можно записать в виде

$$E = mc^2 = pc, \qquad (10.2)$$

где p — импульс фотона. Объединяя (10.1) и (10.2), получаем соотношение

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \qquad (10.3)$$

которое связывает длину волны λ и частоту ν, т. е. величины, характеризующие фотон как волну, с импульсом фотона p.

Затем де Бройль высказывает блестящую идею: если световые волны имеют корпускулярную природу, то частицы, например электроны, должны проявлять волновые свойства. Таким образом, электрон может обладать определенным импульсом, равным

$$p = mv = \frac{h}{\lambda}, \qquad (10.4)$$

где m — релятивистская масса электрона. Из этого соотношения следует, что электрону (частице) приписывается определенная волновая характеристика — частота ν. Преобразуя уравнение (10.4) для частицы с учетом уравнения (10.3) для фотона, получаем, что длина волны оказывается равной

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \qquad (10.5)$$

Перепишем (10.5) в следующем виде:

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

где $p = (1/c)\sqrt{E^2 - E_0^2}$. Таким образом,

$$\lambda = \frac{h}{(1/c)\sqrt{E^2 - E_0^2}} = \frac{h}{(1/c)\sqrt{(mc^2)^2 - (m_0c^2)^2}},$$

откуда

$$\lambda = \frac{h}{m_0c\sqrt{1/[1-(v^2/c^2)] - 1}}.$$

После упрощения имеем:

$$\lambda = \frac{h\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{m_0 v} = \frac{h}{mv}.$$

Хотя в своих первых работах де Бройль рассматривает проблему на примере электрона, все полученные соотношения справедливы для любых материальных тел. Обычный бейсбольный мяч массой 0,14 кг, запущенный сильным ударом, имеет скорость около 40 м/с. Длина волны де Бройля, связанная с этим мячом, равна:

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}}{0{,}14\ \text{кг}\cdot 40\ \text{м/с}}\, 10^{10}\frac{\text{Å}}{\text{м}} = 1{,}2\cdot 10^{-24}\ \text{Å},$$

т. е. λ представляет собой столь малую величину, что ее невозможно определить из опыта. Электрон, движущийся с такой же скоростью, будет иметь длину волны

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ \text{кг}\cdot 40\ \text{м/с}}\, 10^{10}\frac{\text{Å}}{\text{м}} = 1{,}8\cdot 10^{5}\ \text{Å},$$

которая может быть легко найдена из эксперимента.

10.3. Экспериментальное подтверждение теории де Бройля

Гипотеза де Бройля, устанавливающая связь между частицами и волновыми процессами, поражала своей простотой и новизной подхода к решению противоречия волна—частица. Эта идея была настолько нова, что, несмотря на экспериментальное подтверждение, которое последовало очень быстро, потребовалось определенное время, чтобы она получила всеобщее признание среди физиков.

В 1925 г. в лаборатории фирмы «Белл телефон» (США) К. Дж. Дэвиссоном и К. Х. Кунсманом были проведены экспериментальные исследования явления испускания вторичных электронов, которые были позднее продолжены Дэвиссоном и Л. Х. Джермером. В этих экспериментах наблюдалось явление испарения вторичных электронов под действием пучка электронов, направленного на кристалл никеля. Однажды случайно одна из никелевых пластинок окислилась и для удаления оксидной пленки пластинку отожгли. При повторных опытах с этой кристаллической мишенью результаты резко отличались от тех, которые были получены ранее. После длительного прогрева вместо мелких кристалликов образовалось несколько крупных монокристаллов. Испускание вторичных электронов проходило, как и прежде, под любыми углами, но при определенных углах количество наблюдаемых рассеянных электронов резко возрастало.

В одном из опытов пучок электронов с энергией $K = 54$ эВ давал максимум в распределении интенсивности рассеянных электронов под углом $\varphi = 50°$ (рис. 10.1). Так как для электронов $p = \sqrt{2m_0K}$, то из формулы де Бройля можно получить длину волны свободных электронов:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}}{\sqrt{2\cdot 9{,}11\cdot 10^{-31}\ \text{кг}\cdot 54\cdot 1{,}60\cdot 10^{-19}\ \text{Дж}}}\cdot 10^{10}\frac{\text{Å}}{\text{м}} = 1{,}67\ \text{Å}.$$

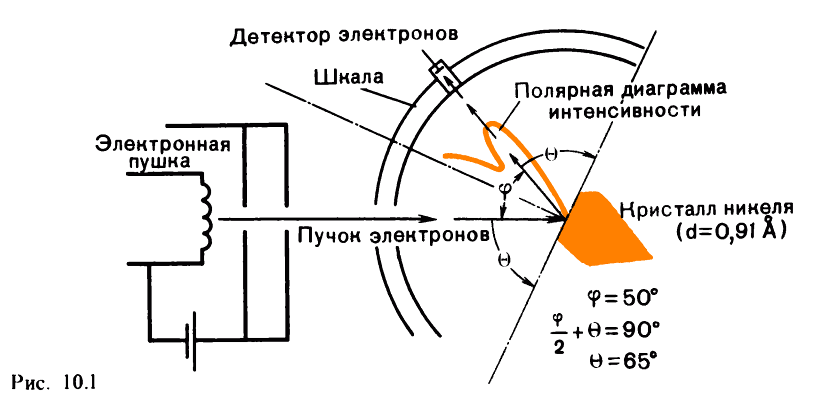


Рис. 10.1

Это и есть *дебройлевская длина волны, связанная с электроном.*

В то же время, основываясь на дифракции волн от плоскостей в кристалле по методу Брэгга, для максимума первого порядка ($n = 1$) при дифракции электронов от кристалла никеля с периодом решетки $d = 0{,}91$ Å получают, что *длина дифрагированной волны равна*:

$$\lambda = 2d\sin\theta = 2\cdot 0{,}91\cdot\sin 65^\circ = 1{,}65\ \text{Å}.$$

Оба результата хорошо совпадают, и это убедительно свидетельствует о том, что электроны проявляют как волновые свойства, так и свойства частицы.

В 1927 г. Дж. П. Томсон со своими студентами осуществил опыты с быстрыми электронами и получил практически те же результаты[1].

Как и в эксперименте Лауэ по дифракции рентгеновских лучей, Томсон исследовал рассеяние быстрых электронов на очень тонкой металлической фольге, изготовленной из поликристаллического материала с хаотическим расположением кристаллических осей. Экспериментальная установка схематически показана на рисунке 10.2. Пропуская параллельный пучок электронов (с энергией около 10^4 эВ) через золотую фольгу толщиной около 10^{-5} см, Томсон получил на экране ряд дифракционных колец.

Углы рассеяния θ_1, θ_2, θ_3 и т. д. соответствовали значениям, получаемым из известного уравнения для дифракции в проходящем свете $n\lambda = d\sin\theta$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$), где θ — угол между дифрагированным пучком и направлением падающего пучка.

Экспериментальная проверка волновой природы частиц продолжалась и в последующие годы. Вот лишь некоторые наиболее интересные эксперименты.

---

[1] К. Дж. Дэвиссон и Л. Х. Джермер наблюдали дифракцию электронов по методу Брэггов. Дж. П. Томсон использовал метод Дебая — Шерера. Независимо дифракция электронов методом Дебая — Шерера наблюдалась советским физиком П. С. Тартаковским, который использовал сравнительно медленные электроны (до 1,7 кэВ). — *Прим. ред.*

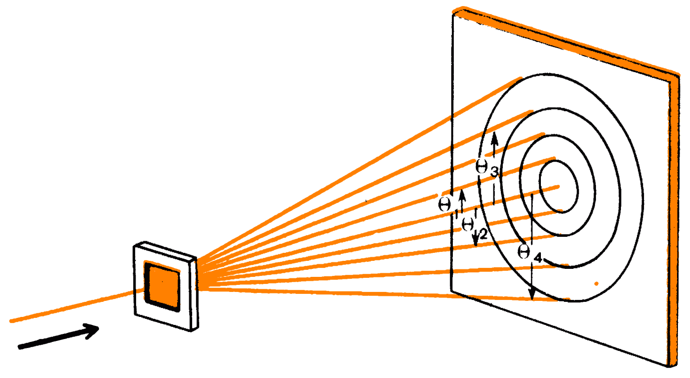


Рис. 10.2

1. Немецкий ученый Рупп в 1929 г. измерил длину волны электронов, осуществив дифракцию пучка электронов с помощью простой оптической дифракционной решетки при очень малых углах скольжения.

2. В 1931 г. Джонсон продемонстрировал дифракцию пучка молекул водорода при рассеянии в кристалле.

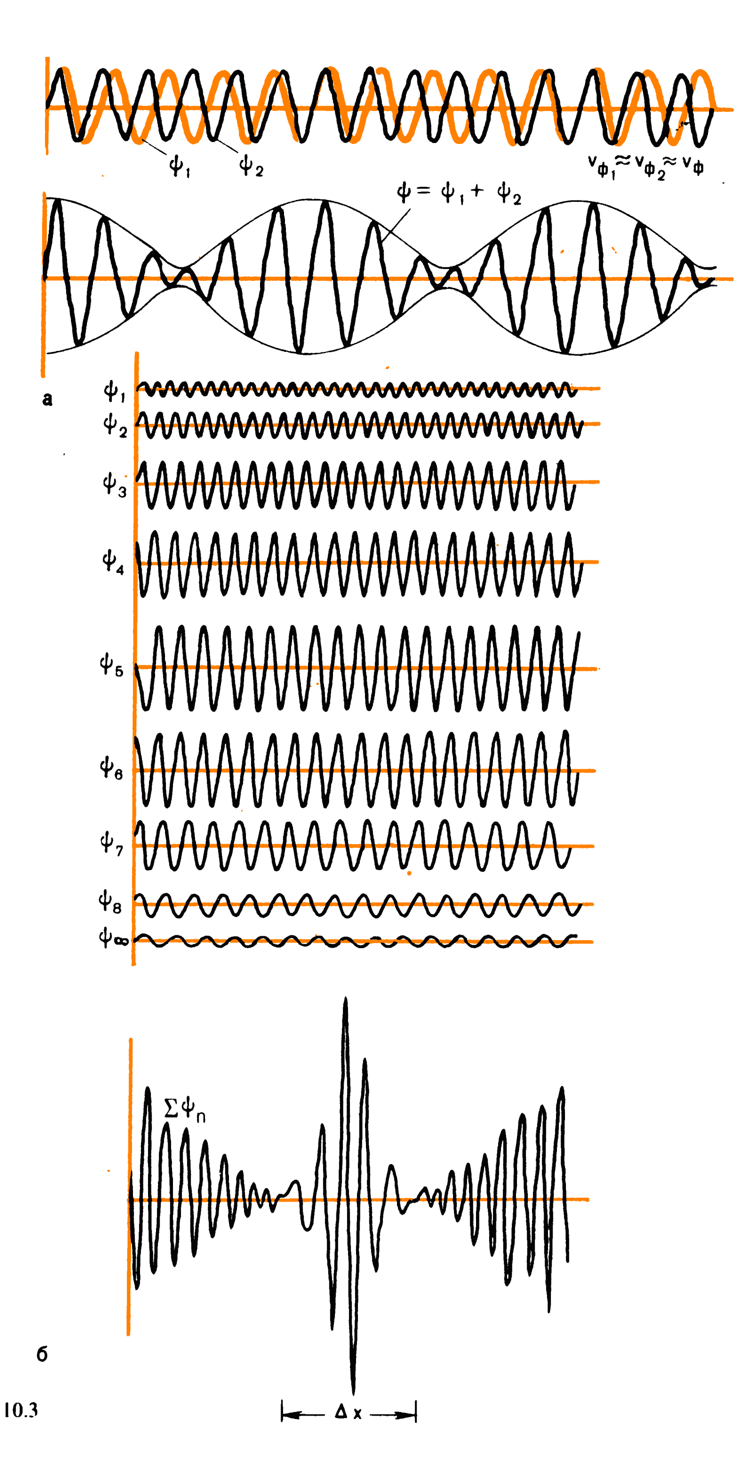
3. Эстерман, Фриш и Штерн в 1938 г. осуществили эксперимент по дифракции пучка атомов гелия. В качестве рассеивающего элемента они применяли кристаллы фтористого лития.

Эти эксперименты окончательно доказали волновую природу частиц, но вместе с тем и поставили ряд новых вопросов. Например, так как фотоны и электроны проявляют свойства и частицы, и волны, то может показаться, что действительно отсутствует какая-либо разница между частицами и волнами. Однако, основываясь лишь на волновой теории, нельзя удовлетворительно интерпретировать такие эксперименты, как комптоновское рассеяние, или фотоэффект, а также объяснить тот факт, что частицы, например электроны, не могут двигаться со скоростью света.

Нильс Бор, пытаясь разрешить противоречие волна — частица, ввел так называемый принцип дополнительности. В основе его лежит тот факт, что ни волны, ни частицы никогда не проявляют одновременно в одном и том же эксперименте *и волновые, и корпускулярные* свойства. В каждом случае — будь то какое-либо излучение или поток электронов — для полного описания явления необходимо использовать и волновую, и корпускулярную модели, но каждая из этих моделей имеет свою собственную сферу приложения.

10.4. Волновой пакет

Электрическое поле, связанное с заряженным бузиновым шариком, не локализовано в самом шарике — оно простирается на все окружающее пространство. В данном случае электрическое поле и заряженная частица не могут быть отделены друг от друга как неза-



ψ_1
ψ_2
$v_{\phi_1} \approx v_{\phi_2} \approx v_\phi$
$\psi = \psi_1 + \psi_2$
а
ψ_1
ψ_2
ψ_3
ψ_4
ψ_5
ψ_6
ψ_7
ψ_8
ψ_∞
$\Sigma\psi_n$
б
Δx

10.3

висимые объекты; это не что иное, как две стороны одного и того же явления. По аналогии такой материальный объект, как частица, может быть представлен в виде волн. Тот факт, что частица ассоциируется с волной, ставит вопрос о том, как поступить со свойством частицы занимать в определенный момент определенное место в пространстве. Рассмотрим систему волн, суперпозиция которых дает огибающую, распространяющуюся со скоростью, отличной от скоростей составляющих волн. Эту огибающую волн, которую можно интерпретировать как материальную частицу, называют *волновым пакетом* (или группой волн).

Волновой пакет, построенный соответствующим подбором большого числа волн, можно рассматривать как материальную частицу. В качестве простого приближения рассмотрим волновой пакет, построенный из двух волн, описываемых уравнениями:

$$\psi_1 = A\cos(\omega_1 t - k_1 x),$$
$$\psi_2 = A\cos(\omega_2 t - k_2 x),$$

где

$$\omega_1 \approx \omega_2 = \omega \text{ и } k_1 \approx k_2 = k.$$

Используя принцип суперпозиции волн и складывая две волны, получаем результирующую волну:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = A_{рез}\cos\left[\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)t - \left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)x\right]$$

с результирующей амплитудой

$$A_{рез} = 2A\cos\left[\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)t - \left(\frac{k_1 - k_2}{2}\right)x\right].$$

На рисунке 10.3, *а* изображены две волны, при сложении которых образуется результирующая волна. Отметим, что в результате суперпозиции этих двух волн возникают *биения*, или волновые группы. Каждая волна будет распространяться со своей собственной скоростью (*фазовая скорость*), но группы волн, получаемые в результате суперпозиции, перемещаются с другой скоростью (*групповая скорость*). Так как $\omega_1 \approx \omega_2$ и $k_1 \approx k_2$, то фазовые скорости двух волн будут приблизительно одинаковы. Из соотношений (10.1) и (10.3) найдем фазовую скорость:

$$v_ф = \nu\lambda = \frac{Eh}{hp} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}, \tag{10.6}$$

или

$$v_ф = \nu\lambda = \frac{\omega 2\pi}{2\pi k} = \frac{\omega}{k}, \tag{10.7}$$

где $\omega = 2\pi\nu$ — угловая частота и $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число.

В соотношении (10.6) ν и λ можно ассоциировать соответственно с частотой и длиной волны де Бройля.

Гипотеза о волнах де Бройля приобретает еще более глубокий смысл, если учесть, что скорость частицы — и это легко показать — в точности равна групповой скорости волн де Бройля. Скорость частицы может быть найдена из соотношения

$$v = \frac{dE}{dp}. \quad (10.8)$$

Групповая скорость в соответствии с волновой теорией равна:

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{dk}. \quad (10.9)$$

Это соотношение можно записать в следующем виде:

$$v_{гр} = \frac{d\nu}{d(1/\lambda)} = -\lambda^2 \frac{d\nu}{d\lambda}. \quad (10.10)$$

Из соотношения $\lambda = h/p$ следует, что

$$d\lambda = \frac{-h\,dp}{p^2}, \quad (10.11)$$

а из соотношения $E^2 = E_0^2 + p^2c^2$ находим:

$$dE = \frac{pc^2}{E} dp, \quad (10.12)$$

наконец, из формулы $\nu = E/h$ получаем:

$$d\nu = \frac{dE}{h} = \frac{pc^2}{Eh} dp. \quad (10.13)$$

Подставляя выражения для $d\lambda$ (10.11) и для $d\nu$ (10.13) в уравнение (10.10), после простых преобразований приходим к соотношению

$$v_{гр} = -\lambda^2 \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{pc^2}{E}, \quad (10.14)$$

или

$$v_{гр} = \frac{mvc^2}{mc^2} \text{ и } v_{гр} = v.$$

Групповая скорость, таким образом, равна скорости частицы, или, иными словами, волны де Бройля перемещаются вместе с частицей. После замены ν в уравнении (10.10) на $v_ф/\lambda$ выражение для групповой скорости приобретает вид:

$$v_{гр} = \frac{d(v_ф/\lambda)}{d(1/\lambda)}.$$

После преобразования получаем соотношение

$$v_{гр} = v_ф - \lambda \frac{dv_ф}{d\lambda}, \quad (10.15)$$

в котором групповая скорость связана с фазовой скоростью. Заметим, что если волны распространяются в среде без дисперсии, т. е. $v_ф = \text{const}$, то $v_{гр} = v_ф$.

Что же можно сказать о групповой скорости фотонов? Сравнима ли она с групповой скоростью частиц? Для фотона $pc = E$, и уравнение (10.14) приобретает вид:

$$v_{гр} = \frac{pc^2}{E} = \frac{Ec}{E},$$

или

$$v_{гр} = c.$$

Таким образом, мы пришли к ожидаемому результату — **групповая скорость фотонов равна скорости самого фотона.**

На рисунке 10.3, *б* изображен идеальный случай, когда складывается значительное число волн: ψ_1, ψ_2, ..., ψ_n. Волновой пакет при этом резко обозначился, а его длина Δx значительно сократилась.

10.5. Принцип неопределенности

Чтобы попытаться устранить противоречие волна — частица, немецкий физик Вернер Гейзенберг в 1927 г. выдвинул интересную идею, введя так называемый принцип неопределенности (или соотношения неопределенностей). Этот принцип выражает фундаментальный предел возможности одновременного измерения определенных пар переменных, например положения частицы и ее импульса. На рисунке 10.4 изображена частица, движущаяся со скоростью v. Частица локализована внутри волнового пакета, который перемещается со скоростью $v_{гр} = v$. Используя уравнения (10.10) и (10.11), можно записать выражение для групповой скорости в следующей форме:

$$v_{гр} = h\frac{d\nu}{dp}. \qquad (10.16)$$

Из рисунка 10.4 и уравнения (10.16) следует, что

$$v_{гр} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = h\frac{\Delta\nu}{\Delta p},$$

или

$$\Delta p\Delta x = h\Delta\nu\Delta t. \qquad (10.17)$$

Если нужно измерить частоту волны, то минимальным временем, необходимым для измерения, будет такой интервал Δt, который требуется, чтобы одна полная длина волны прошла фиксированную

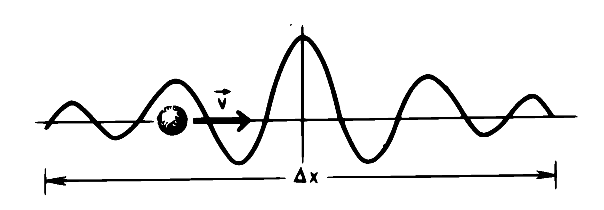


Рис. 10.4

точку. Этот интервал, связанный с частотой соотношением $\Delta t \geqslant 1/\Delta\nu$, есть время, соответствующее одному полному периоду.

Учитывая теперь, что

$$\Delta\nu\Delta t \geqslant 1, \qquad (10.18)$$

из уравнения (10.17) получаем неравенство

$$\Delta p\Delta x \geqslant h, \qquad (10.19)$$

которое представляет собой одно из соотношений неопределенностей Гейзенберга. Все эти рассуждения явно ставят под сомнение возможность осуществить нашу идею об измерении. Смысл полученного нами фундаментального предела ($\geqslant h$) заключается не только в том, что имеется некоторый предел для точности измерения, но и в том, что при уменьшении области локализации частицы в пространстве увеличивается неопределенность в измерении ее импульса, и наоборот.

Неточность Δp в определении импульса в уравнении (10.19) представляет собой на самом деле неточность в определении проекции импульса на направление x, и более правильной будет запись:

$$\Delta p_x\Delta x \geqslant h. \qquad (10.20)$$

Такие пары величин (например, p_x и x), для которых неопределенность в значении одной зависит от точности измерения другой, называются *сопряженными величинами.* Отметим, что нет никаких ограничений в точности измерения проекций импульса на оси y и z (Δp_y и Δp_z) и координаты x микрочастицы.

В силу малости величины h принцип неопределенности неприменим, когда речь идет о макроскопических телах[1]. Этот принцип не имеет никакого отношения к неопределенности в обычном смысле, которая проявляется в мире макроскопических явлений, например при взаимодействии между измерительным инструментом и изучаемым объектом, характеристики которого мы пытаемся измерить. Например, если мы хотим определить температуру тела, нам нужен термометр; но когда термометр приводится в соприкосновение с объектом исследования, это неизбежно сопровождается изменением температуры — той температуры, которую мы намеревались определить, и т. д.

Соотношения неопределенностей, которые отражают закон природы, не противоречат закону причинности, применимость которого к явлениям в макромире не вызывает сомнений. Специальная теория относительности, рассмотренная нами выше, прочно покоится на абсолютном различии между причиной и следствием. Это положение лучше всего раскрывается термином *индетерминизм.* В этом отношении классическая механика Ньютона и Галилея носит *детерминистский* характер. (Если мы знаем силу, действующую на частицу,

[1] Иначе говоря, принцип неопределенности применим и для макроскопических тел, но не играет для них никакой роли. — *Прим. ред.*

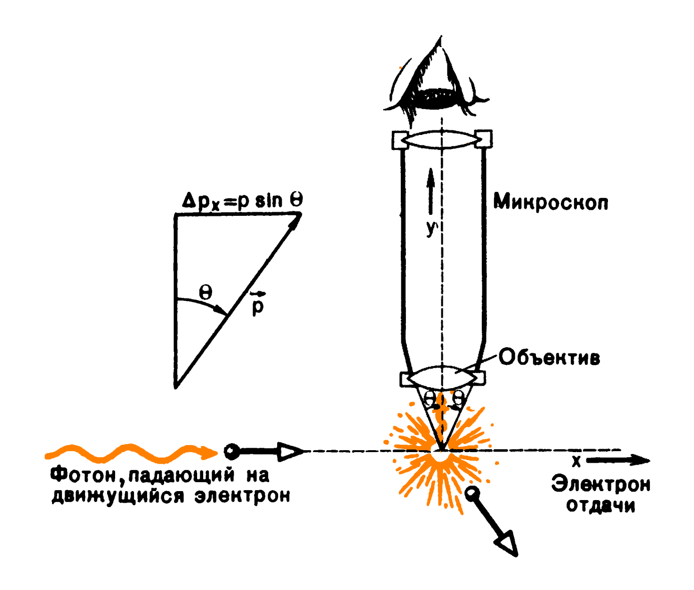


Рис. 10.5

и начальные условия — координаты и импульс, то мы можем с абсолютной точностью предсказать ее состояние в любой последующий момент времени.) Микромир же по существу является *недетерминистским*[1].

Проблема неопределенности является логическим следствием двойственной природы вещества. Чтобы глубже понять смысл принципа неопределенности, можно осуществить мысленный эксперимент, который называют «микроскопом Гейзенберга» (рис. 10.5).

С помощью воображаемого микроскопа с высокой разрешающей способностью (см. рис. 10.5) попытаемся определить одновременно местоположение и импульс электрона. Из геометрической оптики мы знаем, что при данной разрешающей способности микроскопа местоположение объекта может быть определено с точностью

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{2\sin\theta}, \tag{10.21}$$

где θ — угол, показанный на рисунке 10.5. Когда расстояние между двумя точками меньше Δx, они сольются для наблюдателя в одну точку. Следовательно, величина Δx представляет собой минимальную неточность в определении положения движущегося электрона, координаты и импульс которого мы пытаемся определить с помощью микроскопа. Из уравнения (10.21) следует, что, чем меньше длина волны λ падающего света, который освещает объект, тем меньше Δx,

[1] Детерминизм и причинность не являются синонимами. Поэтому могут существовать причинно обусловленные, но не детерминированные события. Утверждение о существовании недетерминированных явлений (в смысле Лапласа) не противоречит основному положению диалектического материализма о всеобщей причинной связи и взаимной обусловленности явлений природы. — *Прим. ред.*

и, следовательно, с большей точностью может быть зафиксировано положение электрона.

Падающий фотон будет взаимодействовать с электроном через механизм эффекта Комптона. Чтобы увидеть электрон, рассеянный фотон должен попасть в микроскоп в пределах угла 2θ. Таким образом, проекция импульса фотона на направление x (см. рис. 10.5) может быть определена с некоторой степенью неопределенности, равной

$$\Delta p_x \approx p \sin\theta, \qquad (10.22)$$

где $p = h/\lambda$ — импульс падающего фотона.

В соответствии с законом сохранения импульса уравнение (10.22) будет также характеризовать минимальную неточность в определении импульса электрона отдачи. Следовательно, если перемножить левые и правые части соотношений (10.21) и (10.22), то, учитывая, что $p = h/\lambda$, для электрона отдачи будем иметь:

$$\Delta p_x \Delta x \geqslant (p \sin\theta)\left(\frac{\lambda}{2\sin\theta}\right)$$

и

$$\Delta p_x \Delta x \geqslant \frac{h}{2},$$

т. е. получается соотношение неопределенностей, которое можно переписать в несколько измененном виде:

$$\Delta p_x \Delta x \geqslant \hbar, \qquad (10.23)$$

где $\hbar = h/2\pi$.

Пример 10.1. Пусть неточность в определении положения молекулы водорода массой около $2 \cdot 10^{-27}$ кг составляет величину порядка диаметра, т. е. 10^{-10} м. Тогда неточность в определении импульса равна:

$$\Delta p_x \geqslant \frac{h}{\Delta x} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}}{10^{-10}\ \text{м}},$$

т. е.

$$\Delta p_x \geqslant 6{,}6 \cdot 10^{-24}\ \text{кг}\cdot\text{м/с}.$$

Импульс такой молекулы при движении ее со скоростью 2000 м/с (скорость теплового движения при комнатной температуре) равен:

$$p_x = mv = 2 \cdot 10^{-27}\ \text{кг} \cdot 2 \cdot 10^3\ \text{м/с} = 4 \cdot 10^{-24}\ \text{кг}\cdot\text{м/с}.$$

Найдем теперь относительную неточность:

$$\frac{\Delta p_x'}{p_x} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-24}}{4 \cdot 10^{-24}} = 1{,}7.$$

Таким образом, импульс этой молекулы не может быть определен с точностью большей, чем 170% от первоначального значения. Если, однако, рассмотреть пример с пулей массой 50 г, летящей со ско-

ростью 1000 м/с, положение которой известно с точностью 1 мм, то неточность определения импульса

$$\Delta p_x \geqslant \frac{6,6 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}}{10^{-3}\ \text{м}} = 6,6 \cdot 10^{-31}\ \text{кг} \cdot \text{м/с}.$$

Так как импульс

$$p_x = 0,050\ \text{кг} \cdot 1000\ \text{м/с} = 50\ \text{кг} \cdot \text{м/с},$$

то относительная неточность равна:

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-31}}{50} = 1,3 \cdot 10^{-32}.$$

Это число настолько мало, что ни один из существующих лабораторных приборов не может его зафиксировать.

10.6. Другая форма принципа неопределенности

Другое соотношение неопределенностей устанавливает связь между энергией и временем и может быть получено из уравнения (10.18):

$$\Delta\nu\Delta t \geqslant 1,$$

или

$$\Delta\left(\frac{E}{h}\right)\Delta t \geqslant 1,$$

откуда следует, что

$$\Delta E \Delta t \geqslant h. \qquad (10.24)$$

Так же как импульс и координата не могут быть определены одновременно с бесконечно большой точностью, так и энергия E и время t (которые тоже представляют собой пару сопряженных переменных) не могут быть одновременно найдены с неограниченной точностью. Чем большая точность достигнута нами при измерении времени (т. е. чем меньше Δt), тем меньше точность в определении энергии.

Уравнение (10.24) можно записать и в таком несколько измененном виде:

$$\Delta E \Delta t \geqslant \hbar. \qquad (10.25)$$

Пример 10.2. Время жизни атома в возбужденном состоянии 10^{-8} с. (Возбужденное состояние атома — это такое состояние, в котором он имеет энергию большую, чем в основном или нормальном состоянии, когда его энергия минимальна.) Минимальную точность в определении энергии возбужденного состояния можно найти из (10.25):

$$\Delta E \geqslant \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}}{2\pi \cdot 10^{-8}\ \text{с}},$$

$$\Delta E \geqslant 1,0 \cdot 10^{-26}\ \text{Дж} = 6,5 \cdot 10^{-8}\ \text{эВ}.$$

Это значение энергии называют *шириной уровня энергии* возбужденного атома.

Многие характеристики, описывающие состояние систем в микромире, могут быть определены с абсолютной точностью. Одна из таких характеристик — знак электрического заряда частицы. Экспериментальным путем можно абсолютно точно установить, какой заряд несет данная частица — положительный или отрицательный.

ЗАДАЧИ

10.1. Какова длина волны, ассоциированная: а) с электроном, энергия которого равна 100 эВ; б) с шаром для гольфа (массой 0,047 кг), скорость которого 60 м/с?

10.2. Длина волны, ассоциированная с электроном, равна 2,00 Å. Какова скорость электрона?

10.3. Найдите импульс и энергию: а) рентгеновского фотона и б) электрона, если длина волны того и другого равна 1,00 Å.

10.4. «Голые» ядра атомов лития ускоряются электрическим полем, созданным генератором Ван-дер-Граафа; разность потенциалов равна $5{,}00 \cdot 10^6$ В. Какова скорость и длина волны этих ядер?

10.5. а) Чему равна релятивистская масса электрона, длина волны которого 0,0420 Å? б) Из соотношения $E = hc/\lambda = mc^2$ можно найти эффективную массу фотона ($m^* = h/\lambda c$). Чему равна эффективная масса фотона, длина волны которого 0,0420 Å?

10.6. С помощью ускорителя получены электроны с кинетической энергией 0,511 МэВ. Чему в этом случае равна длина волны де Бройля?

10.7. Рассмотрите рисунок 10.1. Если ускоряющий потенциал равен 100 В, то какой угол соответствует максимуму интенсивности для рассеянных электронов?

10.8. Пучок нейтронов, получаемых в результате ядерной реакции, падает на кристалл с периодом решетки 1,50 Å. Определите скорость нейтронов, если брэгговское отражение первого порядка наблюдается, когда угол скольжения равен 30°.

10.9. а) На рисунке 10.6 схематически изображена оптическая дифракционная решетка, использованная Руппом в эксперименте по дифракции электронов. Покажите, что при очень малых углах скольжения имеет место соотношение

$$n\lambda = d\left(\frac{\alpha^2}{2} + \alpha\Theta\right), \quad n = 1, 2, 3\ldots,$$

где d — период решетки и α — угол отклонения при дифракции (см. раздел 8.4). б) Чему равен угол α, если дифракционный максимум наблюдается при падении электронов с энергией 100 эВ под углом $\Theta = 10^{-3}$ рад на решетку, период которой равен $5{,}00 \cdot 10^{-6}$ м?

10.10. а) Покажите, что для свободной частицы, движущейся с релятивистской скоростью v, справедливо соотношение $v_ф = c^2/v$. б) Покажите, что для свободной частицы, движущейся с нерелятивистской скоростью v', имеет место равенство $v_{гр} = v'/2$.

10.11. Докажите, что для групповой скорости частицы справедливо соотношение

$$v_{гр} = \frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dk},$$

где E — общая энергия и k — волновое число.

10.12. Используя формулу для групповой скорости $v_{гр} = dE/dp$, покажите, что

$$v_{гр} = v + k\frac{dv}{dk},$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число и v — фазовая скорость.

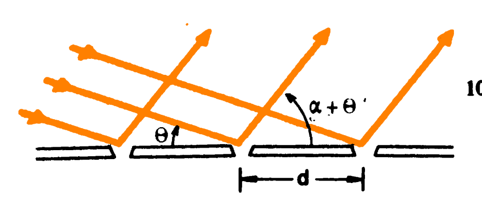


Рис. 10.6

10.13. Из уравнения (10.10) получите соотношение

$$v_{\text{гр}} = -v_{\text{ф}} \frac{d \ln \lambda}{d \ln p}.$$

10.14. а) Вычислите минимальную неточность при измерении скорости платформы массой 2000 кг, если вы хотите найти положение ее центра масс с точностью до 2,00 Å. б) Какова в этом случае будет относительная неточность в определении импульса?

10.15. Пусть скорость ядерной частицы (протона или нейтрона), движущейся в направлении x, может быть измерена с точностью 10^{-6} м/с. Найдите предел точности, с которой можно определить ее местоположение: а) по оси x; б) по оси y. Решите ту же задачу для позитрона.

10.16. Неточность в определении местоположения частицы, движущейся вдоль оси x, равна длине волны де Бройля для этой частицы. Найдите относительную неточность в определении ее скорости.

10.17. Неточность при измерении координаты электрона, движущегося по прямолинейной траектории, равна 10 Å. Рассчитайте неточность в определении: а) импульса; б) скорости; в) кинетической энергии этого электрона.

10.18. а) Время жизни атома в возбужденном состоянии 10^{-8} с. Вычислите возможный разброс энергии испускаемого фотона (ширину уровня энергии). б) Если испускаемые фотоны принадлежат к видимой части спектра ($\lambda = 4000$ Å), то какой будет ширина спектральной линии (в ангстремах)?

Глава 11

ОПЫТЫ РЕЗЕРФОРДА

Эрнест Резерфорд
(1871—1937)

Уроженец Новой Зеландии, Резерфорд работал под руководством Дж. Дж. Томсона в Кембридже, в Кавендишской лаборатории. В 1898—1907 гг. профессор Мак-Гиллского университета в Канаде, в 1907—1919 гг. директор физической лаборатории в Манчестерском университете. С 1919 по 1937 г. директор Кавендишской лаборатории. Создал ядерную модель атома, согласно которой атом состоит из малого по размерам положительно заряженного центрального ядра и вращающихся вокруг него отрицательно заряженных электронов; в целом атом нейтрален. В 1908 г. Резерфорду была присуждена Нобелевская премия по химии.

11.1. Ядерная модель атома

В 1897 г. Дж. Дж. Томсоном был открыт электрон; им же в 1903 г. предложена затем физическая модель атома, известная под названием «пудинг с изюмом». Согласно модели Томсона атом представлял собой *положительно заряженную сферу* — пудинг, в котором роль изюминок играли *отрицательно заряженные электроны*, распределенные так, что вся система в целом была нейтральной.

В 1911 г. бывший ассистент Томсона профессор Эрнест Резерфорд с двумя своими студентами Гансом Гейгером и Эрнестом Марсде-

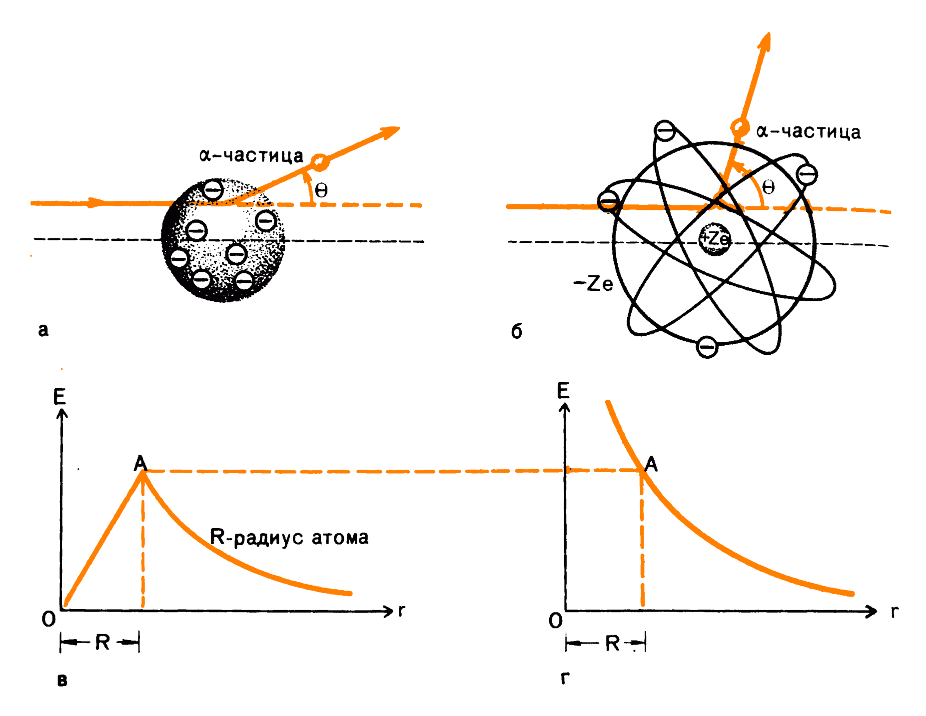


Рис. 11.1

ном провели ряд опытов по рассеянию α-частиц очень тонкой золотой фольгой. Эти знаменитые эксперименты показали несостоятельность модели «пудинга с изюмом» и дали основание Резерфорду высказать предположение, что атом состоит из очень маленького ядра (диаметром около 10^{-14} м), в котором сосредоточен весь положительный заряд атома, а также бо́льшая часть его массы; это ядро окружено облаком из отрицательно заряженных электронов. Поскольку размеры атома порядка 10^{-10} м, то бо́льшая часть пространства в атоме является «пустой»; нейтральность атомов обеспечивается равенством отрицательного заряда электронов и положительного заряда ядра.

Чтобы детальнее изучить строение атома, рассмотрим опыт Резерфорда более подробно. Резерфорд предложил бомбардировать тонкую золотую фольгу ($Z = 79$) быстрыми α-частицами, источником которых служил Po-214. Исследовав углы рассеяния (отклонения) α-частиц, проходящих через фольгу, можно было определить структуру атомов-мишеней, вызвавших это рассеяние. Сама α-частица представляет собой ядро гелия и состоит из двух протонов и двух нейтронов. В то время не было еще известно о существовании нейтронов, однако Резерфорд и Томас Ройдс уже в 1909 г. определили, что заряд α-частицы равен $2e$.

Резерфорд провел теоретические расчеты углов рассеяния θ в

рамках собственной модели и модели Томсона и сравнил полученные результаты с экспериментом. На рисунке 11.1 схематически изображены модели Резерфорда и Томсона и показано распределение электрического поля для каждого случая. При проникновении в атом, построенный по Томсону (рис. 11.1, *а*, *в*), α-частица будет лишь незначительно отклоняться от первоначального направления, так как электрическое поле внутри такого атома относительно слабое, в особенности если сравнить его с полем в атоме Резерфорда. На одном и том же расстоянии от ядра электрическое поле в атоме Резерфорда значительно сильнее, поскольку весь положительный заряд атома $+Ze$ сосредоточен в малом объеме ядра и, следовательно, угол рассеяния θ в данном случае будет больше (рис. 11.1, *б*, *г*).

11.2. Экспериментальная установка

Ранние эксперименты по пропусканию пучка α-частиц через тонкую металлическую фольгу, поставленные с целью обнаружения явления рассеяния, не дали положительных результатов. По предложению Резерфорда и Гейгера Марсден попытался обнаружить рассеянные частицы под очень большими углами вплоть до 90°. Каково же было его изумление, когда удалось зафиксировать рассеянные α-частицы, летящие практически в обратном направлении.

На рисунке 11.2 схематически изображена экспериментальная установка Резерфорда по рассеянию α-частиц. В качестве источника моноэнергетических α-частиц с энергией 7,68 МэВ используется Ро-214. Большинство α-частиц проходит через тонкую золотую фольгу ($l = 6 \cdot 10^{-7}$ м) не отклоняясь. Однако отдельные частицы рассеиваются под различными углами θ, вызывая на экране сцинтилляции, которые могут быть замечены и подсчитаны с помощью микроскопа. Цель опыта — подсчитать число частиц, рассеянных под углами от φ до $\varphi + \Delta\varphi$ за единицу времени, и сравнить полученные результаты с теоретическими, рассчитанными для моделей Резерфорда и Томсона. Среднее значение угла отклонения, предсказываемое теорией, составляло для обеих моделей примерно 1°, однако для очень боль-

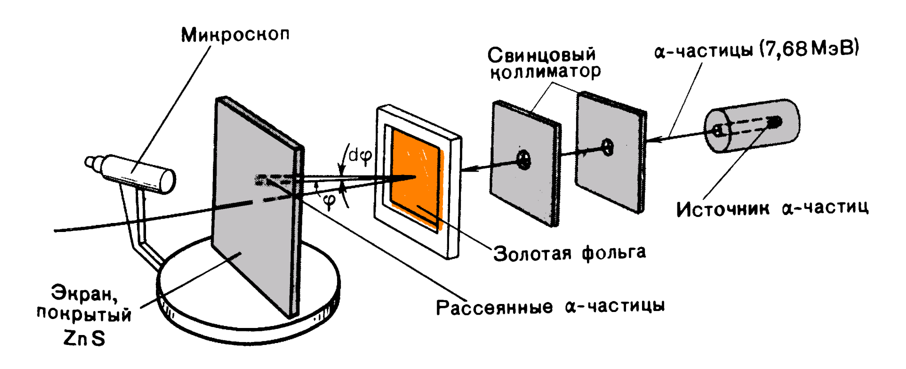
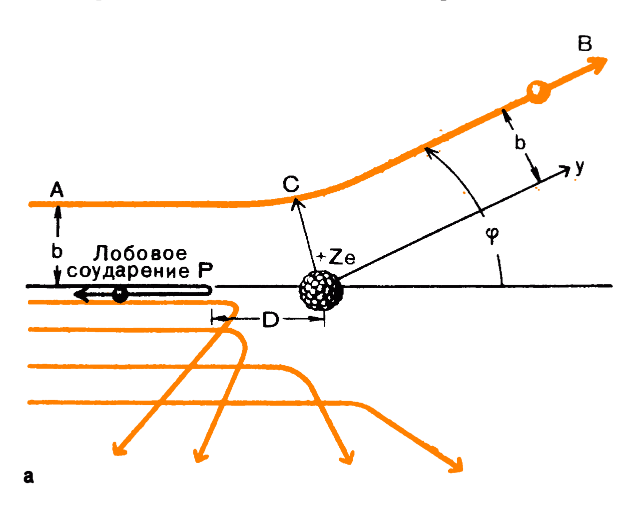


Рис. 11.2

ших углов рассеяния ожидаемые отклонения существенно отличались. Например, согласно модели Томсона только одна из 10^{3500} α-частиц могла отклониться на угол $\varphi \geqslant 90°$. Как показал эксперимент, на такой угол отклонялась приблизительно каждая из 8000 частиц, что очень хорошо соответствовало модели атома Резерфорда. Полученные результаты подтвердили правильность модели Резерфорда, и ядерная модель атома получила всеобщее признание.

11.3. Прицельное расстояние и угол рассеяния

На рисунке 11.3, *а*, *б* показано рассеяние α-частицы ядром атома. *Прицельное расстояние b* представляет собой минимальное расстояние, на которое α-частица смогла бы приблизиться к ядру, если бы



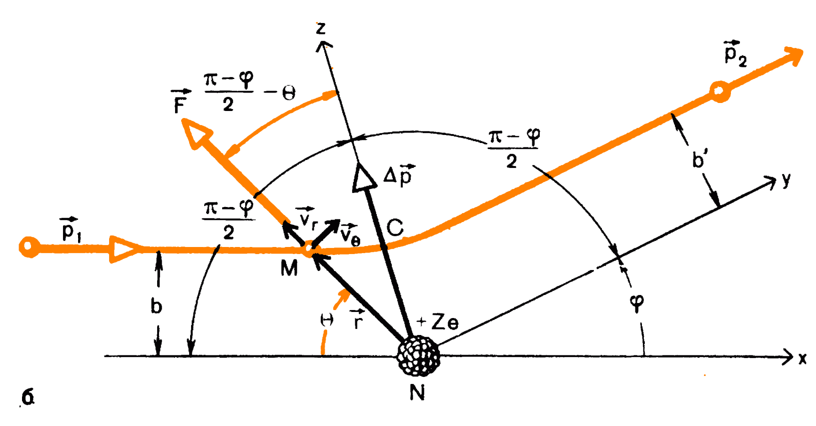


Рис. 11.3

между ними не было сил взаимодействия. Под действием электростатических кулоновских сил отталкивания между α-частицей и ядром атома золота, расположенным в точке N, α-частица будет перемещаться по траектории ACB. Кулоновская сила отталкивания, равная

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{r^2}, \tag{11.1}$$

обратно пропорциональна квадрату расстояния, и траектория ACB движения α-частицы представляет собой гиперболу ACB, в фокусе которой расположено ядро N. Очевидно, что при прямом соударении прицельное расстояние $b = 0$. Осью гиперболы является прямая Nz, а Nx и Ny — направления асимптот, проходящие через точку N и параллельные направлениям движения α-частицы до и после взаимодействия, когда α-частица находится далеко от ядра.

Не следует путать прицельное расстояние b и расстояние максимального приближения D α-частицы к ядру при лобовом соударении. Для определения расстояния D рассмотрим α-частицу, обладающую кинетической энергией K_α и находящуюся на большом удалении от ядра. Частица движется в направлении центра ядра. В точке P (рис. 11.3, *а*) под действием сил отталкивания α-частица остановится, и вся ее кинетическая энергия перейдет в потенциальную энергию. Таким образом, можно записать:

$$K_\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{D},$$

и расстояние максимального приближения будет равно:

$$D = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{K_\alpha}. \tag{11.2}$$

Если соударение не является лобовым, то расстоянием максимального приближения будет расстояние NC (рис. 11.3, *б*, где положение α-частицы в точке M задано полярными координатами r и θ). Кроме того, из рисунка 11.3, *б* видно, что

$$b \approx NC\sin\left(\frac{\pi-\varphi}{2}\right) = NC\cos\frac{\varphi}{2}. \tag{11.3}$$

При лобовом соударении $b = 0$, и из уравнения (11.3) получаем: $\varphi = 180°$, как это и предполагалось.

Для вывода зависимости между b и φ сделаем следующие предположения:

1. α-частица и ядро являются точечными зарядами.

2. Рассеяние обусловлено электростатической кулоновской силой отталкивания между α-частицей и положительно заряженным ядром.

3. Ядро атома золота (масса ≈ 197 а. е. м.) достаточно массивно по сравнению с α-частицей (≈ 4 а. е. м.), так что энергией отдачи можно пренебречь.

4. α-частица не проникает в область, где действуют ядерные силы и сильное ядерное взаимодействие не учитывается.

Если через $\vec{p_1}$ и $\vec{p_2}$ (рис. 11.3, *б*) обозначить импульсы α-частицы соответственно до и после взаимодействия с ядром (когда α-частица находится далеко от ядра), то можно записать, что

$$\frac{p_1^2}{2m} = \frac{p_2^2}{2m}, \tag{11.4}$$

откуда $p_1 = p_2$.

Движение α-частицы происходит под действием центральной силы $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2Ze^2}{r^2}$, направленной вдоль радиус-вектора. Следовательно, момент импульса $\vec{L}$ сохраняется неизменным, поскольку по закону Ньютона $\vec{r} \cdot \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, так как направления $\vec{r}$ и $\vec{F}$ совпадают. Отсюда $L = bp_1 = b'p_2$ и $b = b'$. Кроме того, из второго закона Ньютона следует, что

$$|\Delta\vec{p}| = |\vec{p}_2 - \vec{p}_1| = \int_0^\infty F\,dt. \tag{11.5}$$

Из рисунка 11.4 имеем:

$$|\Delta\vec{p}| = 2p_1 \sin\frac{\varphi}{2}, \tag{11.6}$$

и вектор $\Delta\vec{p}$ направлен вдоль оси Nz, что хорошо видно, если сравнить рисунки 11.3, *б* и 11.4.

Поскольку результирующий импульс $\int_0^\infty F\,dt$ направлен вдоль оси Nz, то скалярное уравнение, получаемое из уравнений (11.5) и (11.6), имеет вид:

$$2p_1 \sin\frac{\varphi}{2} = \int_{t=0}^{t=\infty} F\cos\left(\frac{\pi-\varphi}{2} - \theta\right)dt, \tag{11.7}$$

или при замене переменных

$$2p_1 \sin\frac{\varphi}{2} = \int_{t=0}^{t=\infty} F\sin\left(\theta + \frac{\varphi}{2}\right)\frac{dt}{d\theta}\,d\theta = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi-\varphi} \frac{F}{\omega}\sin\left(\theta + \frac{\varphi}{2}\right)d\theta, \tag{11.8}$$

где $d\theta/dt = \omega$ — угловая скорость α-частицы. С другой стороны, из закона сохранения момента импульса имеем:

$$mv_1 b = mv_\theta r, \tag{11.9}$$

где $v_\theta = \omega r$ — поперечная компонента скорости, и в таком случае

$$v_1 b = \omega r^2. \tag{11.10}$$

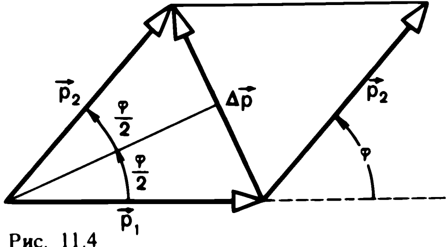


Рис. 11.4

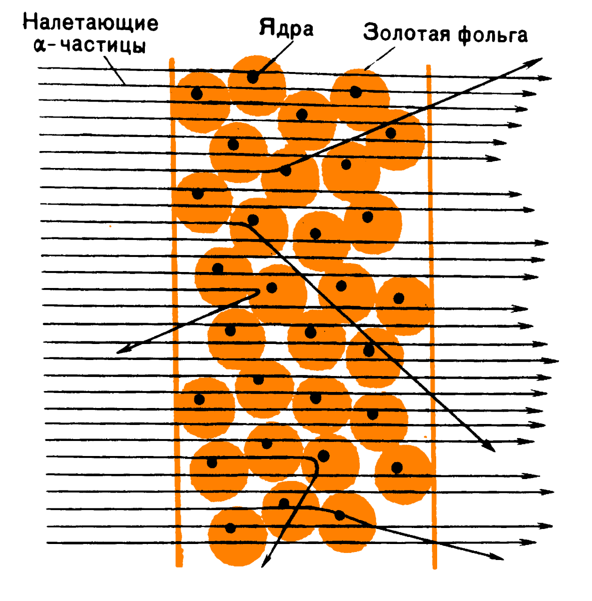


Рис. 11.5

После подстановки F и ω из уравнений (11.1) и (11.10) в уравнение (11.8) получим:

$$2p_1 \sin\frac{\varphi}{2} = \int\limits_{\theta=0}^{\theta=\pi-\varphi} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{2Ze^2}{r^2}\,\frac{r^2}{v_1 b}\sin\left(\theta+\frac{\varphi}{2}\right)d\theta\,.$$

Интегрирование приводит к результату:

$$2p_1 \sin\frac{\varphi}{2} = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 v_1 b}\left[-\cos\left(\theta+\frac{\varphi}{2}\right)\right]_{\theta=2}^{\theta=\pi-\varphi} = \frac{4Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 v_1 b}\cos\frac{\varphi}{2}\,.$$

Учитывая, что $K_\alpha = mv_1^2/2$, получаем окончательную формулу

$$b = \frac{Ze^2}{K_\alpha 4\pi\varepsilon_0}\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}\,, \qquad (11.11)$$

которая устанавливает связь между прицельным расстоянием b и углом рассеяния φ.

Более наглядно рассеяние α-частиц ядрами золота показано на рисунке 11.5. Большинство частиц проходит через вещество без отклонения, и только частицы, проходящие около ядер, отклоняются от первоначального направления движения.

Угол рассеяния φ зависит от b, причем, как это видно из уравнения (11.11) и рисунка 11.3, *а*, чем меньше b, тем больше угол рассеяния φ. Уравнение (11.11) может быть также записано через расстояние максимального приближения D, определяемое уравнением (11.2). В этом случае

$$b = \frac{D}{2}\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}\,. \qquad (11.12)$$

11.4. Формула Резерфорда для рассеяния α-частиц

Уравнение (11.12) нельзя проверить экспериментально, поскольку невозможно непосредственно измерить прицельное расстояние b. В действительности измеряется число частиц dN с углами рассеяния от φ до $\varphi + d\varphi$, или число частиц, рассеянных в пределах телесного угла $d\Omega = dS/r^2$. Из рисунка 11.6 видно, что $dS = 2\pi r^2 \sin\varphi\, d\varphi$ представляет собой площадь той части экрана, на которую попали α-частицы, рассеянные под соответствующими углами. Следовательно, телесный угол, в котором заключены эти dN частиц, можно выразить так: $d\Omega = 2\pi \sin\varphi\, d\varphi$.

Все α-частицы, которые приближаются к ядру с прицельным расстоянием $< b$, будут рассеяны под углами $\geqslant \varphi$. Площадь области вокруг ядра, заключенная внутри окружности радиусом, равным прицельному расстоянию b (рис. 11.7, *а*), называется *интегральным эффективным сечением рассеяния* на угол $\geqslant \varphi$. Его можно записать так:

$$\sigma = \pi b^2 . \qquad (11.13)$$

На рисунке 11.7, *б* изображен увеличенный участок золотой фольги с площадью поверхности A и толщиной l, настолько малой ($l = 6{,}0 \cdot 10^{-7}$ м), что отдельные эффективные сечения различных ядер не перекрываются. Пусть N_0 — число α-частиц, движущихся перпендикулярно к поверхности A. Взаимодействуя с различными ядрами (имеющими одинаковое эффективное сечение $\sigma = \pi b^2$), α-частицы будут испытывать только однократное рассеяние. Если n — число ядер в единице объема, то данный участок золотой фольги будет содержать nAl ядер. И следовательно, при рассеянии под углами, превышающими φ, и прицельных расстояниях, меньших b, эффективная площадь T мишени, образованной эффективными сечениями этих ядер, может быть записана в следующем виде:

$$T = n\sigma Al . \qquad (11.14)$$

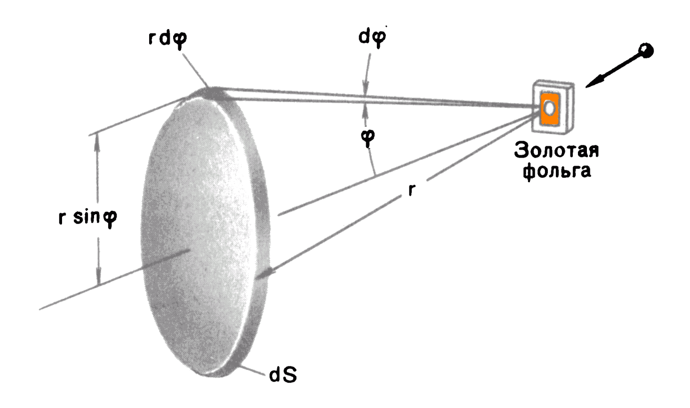


Рис. 11.6

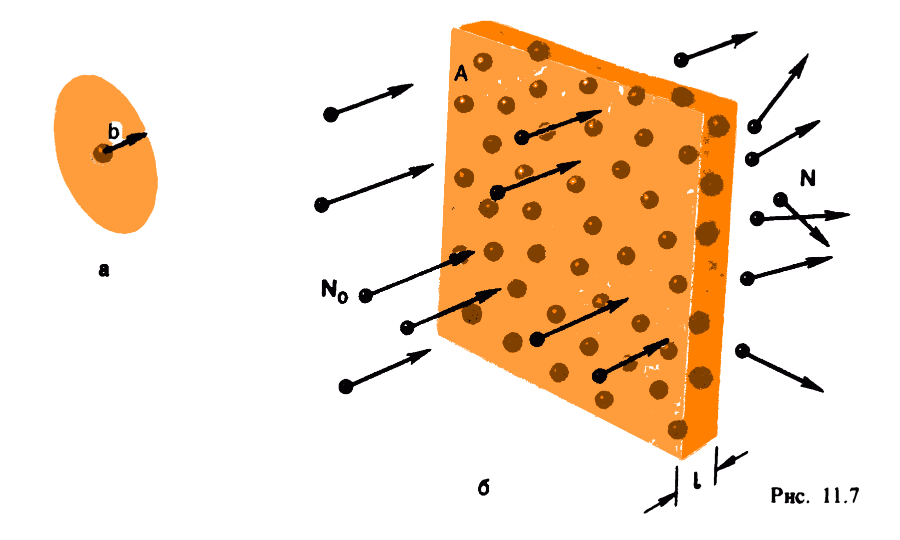


Рис. 11.7

Так как A — общая площадь мишени, то относительное число α-частиц, рассеиваемых под углами, превышающими φ, определяется выражением

$$f = \frac{n\sigma Al}{A},$$

или

$$f = n\sigma l = n\pi b^2 l. \qquad (11.15)$$

По определению $f = N/N_0$, где N — число рассеянных α-частиц, а N_0 — общее число α-частиц, направленных на мишень. Поэтому из уравнений (11.12) и (11.15) получаем:

$$f = \frac{N}{N_0} = \frac{n\pi l D^2}{4}\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}. \qquad (11.16)$$

Это соотношение еще не является применяемой на практике формумулой, которую можно было бы проверить опытным путем. Для определения числа рассеянных частиц в единичном телесном угле $d\Omega = 2\pi\sin\varphi\, d\varphi$ продифференцируем уравнение (11.16) по φ и разделим полученное выражение на $d\Omega$:

$$\frac{df}{d\Omega} = \frac{dN}{N_0 d\Omega} = -\frac{n\pi l D^2 \operatorname{ctg}(\varphi/2)\operatorname{cosec}^2(\varphi/2)\, d\varphi}{8\pi\sin\varphi\, d\varphi}.$$

Знак «минус» означает, что df и $d\varphi$ противоположны по знаку. Учитывая, что $\sin\varphi = 2\sin(\varphi/2)\cos(\varphi/2)$, для абсолютного значения $df/d\Omega$ получим:

$$\left|\frac{df}{d\Omega}\right| = \left|\frac{dN}{N_0 d\Omega}\right| = \frac{nD^2 l}{16\sin^4\varphi/2}. \qquad (11.17)$$

Поскольку $d\Omega = dS/r^2$, то

$$\frac{dN}{N_0 d\Omega} = \frac{dN}{N_0 dS/r^2}.$$

И наконец, получаем соотношение

$$\left|\frac{dN}{dS}\right| = \frac{N_0 n D^2 l}{16 r^2 \sin^4 \varphi/2}, \qquad (11.18)$$

которое определяет число α-частиц, приходящихся на единицу площади, когда частицы попадают в круг на экране площадью $dS = 2\pi r^2 \sin\varphi\, d\varphi$.

Соотношение (11.18), известное как *формула Резерфорда для рассеяния α-частиц*, было проверено экспериментально. Таким образом, именно Резерфорд первым обосновал существование ядра. Экспериментальная проверка формулы Резерфорда показывает, что если 10^6 α-частиц, бомбардирующих мишень, имеют углы рассеяния $\varphi \geqslant 10°$, то только около 230 частиц отклоняется на углы $\varphi \geqslant 90°$.

Число ядер в единице объема может быть рассчитано по формуле

$$n = \frac{\rho N_A}{M}, \qquad (11.19)$$

где ρ — плотность материала, из которого изготовлена фольга (кг/м^3), $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — число Авогадро и M — молярная масса (кг/моль).

При экспериментальной проверке формулы Резерфорда Гейгер и Марсден использовали в качестве мишени различные материалы (от углерода до золота).

Пример 11.1. а) Кинетическая энергия α-частицы в опыте Гейгера — Марсдена $K_\alpha = 7{,}68$ МэВ. Рассчитайте расстояние максимального приближения D к ядру атома золота ($Z = 79$).

б) Считая, что в опыте Гейгера — Марсдена применяется золотая фольга, рассчитайте, каким должно быть прицельное расстояние b, чтобы получить углы рассеяния α-частиц $\varphi \geqslant 90°$.

в) Каково в этом случае эффективное сечение ядра?

г) Определите относительное число α-частиц, отклоняющихся на угол 90° или более, если толщина золотой фольги $l = 6{,}00 \cdot 10^{-7}$ м.

Решение. а) На расстоянии максимального приближения кинетическая энергия α-частицы K_α переходит в потенциальную энергию системы. Применив уравнение (11.2), получим:

$$D = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 K_\alpha} = \frac{2 \cdot 79 \cdot (1{,}60 \cdot 10^{-19})^2 \text{ Кл}^2}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 7{,}68 \cdot (1{,}60 \cdot 10^{-13} \text{ Дж})} = 2{,}96 \cdot 10^{-14} \text{ м}.$$

Радиус ядра атома золота будет иметь значение порядка 10^{-14} м или менее, что примерно в 10^4 раз меньше радиуса всего атома.

б) для D, полученного при решении пункта а), и $\varphi = 90°$ уравнение (11.12) дает:

$$b = \frac{D}{2}\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2} = \frac{2{,}96\cdot 10^{-14}\ \text{м}}{2}\operatorname{ctg}\frac{90°}{2},$$

откуда

$$b = 1{,}48\cdot 10^{-14}\ \text{м}.$$

в) Из уравнения (11.13) находим, что эффективное сечение ядра σ равно:

$$\sigma = \pi b^2 = \pi\cdot 1{,}48\cdot 10^{-14}\ \text{м}^2 = 6{,}87\cdot 10^{-28}\ \text{м}^2.$$

Для измерения эффективного сечения ядра часто применяется единица, называемая б а р н (сокращенно: б) 1 б = 10^{-28} м^2. Таким образом, в нашем примере $\sigma = 6{,}87$ б.

г) Из уравнения (11.19) находим число ядер в единице объема для золота ($\rho = 1{,}93\cdot 10^4$ кг/м^3, $M = 0{,}197$ кг/моль):

$$n = \rho\frac{N_A}{M} = \frac{1{,}93\cdot 10^4\ \text{кг/м}^3\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}}{197\cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}} = 5{,}91\cdot 10^{28}\ \text{м}^{-3}.$$

Согласно уравнению (11.15)

$$f = \frac{N}{N_0} = n\sigma l;$$

после подстановки получаем:

$$f = \frac{N}{N_0} = 5{,}91\cdot 10^{28}\cdot 6{,}87\cdot 10^{-28}\cdot 6{,}00\cdot 10^{-7} = 2{,}44\cdot 10^{-5}.$$

Этот результат означает, что приблизительно 2 из 100 000 α-частиц отклоняются на угол $\varphi \geqslant 90°$. Таким образом, можно сделать вывод, что золотая фольга такой толщины относительно прозрачна для α-частиц.

ЗАДАЧИ

11.1. Какова скорость α-частицы с кинетической энергией 7,68 МэВ?

11.2. а) Расстояние максимального приближения для α-частицы, двигающейся в направлении ядра атома золота, составляет $3{,}00\cdot 10^{-13}$ м. Рассчитайте кинетическую энергию α-частицы (в мегаэлектронвольтах). б) Какова потенциальная энергия системы при таком расстоянии максимального приближения?

11.3. Используя данные из задачи 11.2, а) определите прицельное расстояние, соответствующее углу рассеяния $\varphi \geqslant 60°$; б) рассчитайте соответствующее эффективное сечение ядра (в барнах); в) найдите относительное число α-частиц, рассеиваемых под углом $\varphi \geqslant 60°$ золотой фольгой толщиной $3{,}00\cdot 10^{-7}$ м.

11.4. а) Золотую фольгу толщиной $3{,}00\cdot 10^{-7}$ м бомбардируют α-частицами с энергией 7,68 МэВ. Определите относительное число α-частиц, рассеянных под углами от $\varphi_1 = 10°$ до $\varphi_2 = 12°$.
У к а з а н и е. Для решения задачи рассчитайте n и D, после чего воспользуйтесь уравнением (11.16).
б) Общее число α-частиц, бомбардирующих золотую фольгу, составляет $1{,}00\cdot 10^6$. Сколько α-частиц будет рассеяно под углами от 10 до 12°?

11.5. Если мишень из натрия ($Z = 11$, $M = 2{,}3 \cdot 10^{-2}$ кг/моль) рассеивает $1{,}00 \cdot 10^4$ α-частиц в данном направлении, то сколько частиц будет рассеяно: а) под тем же углом, если эту мишень заменить золотой фольгой ($Z = 79$, $M = 0{,}197$ кг/моль) такой же толщины; б) в том же направлении, если толщину мишени из натрия уменьшить вдвое? Плотность натрия равна $9{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3.

11.6. Для данной фольги найдите отношение числа α-частиц, рассеянных под углами от 60 до 90°, к числу α-частиц, рассеянных под углом $\varphi \geqslant 90°$.

Указание. Следует предположить, что кинетическая энергия α-частиц в обоих случаях одинакова.

11.7. Число α-частиц, рассеиваемых за 1 с данной фольгой под углом $\varphi \geqslant 10°$, составляет $1{,}00 \cdot 10^6$ с$^{-1}$. Сколько частиц будет рассеяно за 1 с: а) под углом $\varphi \geqslant 30°$; б) под углами от 10 до 30°; в) под углами от 10 до 30°, если толщина данной фольги уменьшится вдвое по сравнению с используемой в задаче б)?

11.8. Определите относительное число α-частиц с энергией 7,68 МэВ, рассеиваемых золотой фольгой толщиной 5,00 мкм под углами $\varphi < 10°$.

11.9. Число протонов и число α-частиц, бомбардирующих золотую фольгу, равны друг другу, также равны их энергии. Найдите отношение числа протонов к числу α-частиц, рассеянных под углами $\varphi > 90°$.

11.10. Экспериментально установлено, что радиус ядра с достаточной точностью может быть задан выражением $R = R_0 A^{1/3}$, где $R_0 = 1{,}3 \cdot 10^{-15}$ м. а) Рассчитайте (в мегаэлектронвольтах) высоту электростатического потенциального барьера на поверхности ядра атома золота для приближающейся α-частицы. б) Проведите аналогичный расчет для приближающегося протона.

11.11. Используя данные задачи 11.10, постройте зависимость потенциальной энергии кулоновского поля от r, где r — расстояние от ядра атома до приближающейся частицы, для случаев: а) когда приближающейся частицей является α-частица; б) приближающейся частицей является протон.

Указание. Отсчет r следует вести от поверхности ядра до бесконечно удаленной точки.

11.12. Ширина потенциального энергетического барьера ядра для приближающейся заряженной частицы определяется как $D - R$, где D — расстояние максимального приближения и $R = (1{,}3 \cdot 10^{-15})\, A^{1/3}$м. а) Рассчитайте ширину потенциального барьера ядра атома золота для приближающейся α-частицы с энергией 7,68 МэВ, когда она находится очень далеко от ядра. б) Какова кинетическая энергия (в мегаэлектронвольтах) α-частицы, находящейся на расстоянии $3{,}20 \times 10^{-14}$ м от центра ядра? (Соударение считать прямым.)

11.13. При использовании в качестве мишени золотой фольги α-частица с кинетической энергией 8,00 МэВ рассеивается под углом 45°. а) Рассчитайте прицельное расстояние b. б) Если толщина золотой фольги равна 0,400 мкм, то каково относительное число α-частиц, рассеивающихся под углами, превышающими 45°? в) Каково относительное число частиц, рассеивающихся под углами, меньшими 45°?

11.14. Определите относительное число дейтронов с энергией 5,00 МэВ, рассеянных под углами от $\varphi_1 = 10°$ до $\varphi_1 + d\varphi = 12°$ золотой фольгой толщиной $6{,}00 \cdot 10^{-7}$ м.

11.15. а) Если α-частица с энергией $K = 7{,}7$ МэВ бомбардирует золотую фольгу толщиной $l = 4{,}0 \cdot 10^{-7}$ м, то каково относительное число α-частиц, приходящихся на единицу телесного угла (1 стер), при угле рассеяния $\varphi = 45°$? б) Каково относительное число α-частиц, приходящихся на телесный угол $\Omega = 4\pi \cdot 10^{-2}$, если $\varphi = 45°$? в) Если экран расположен на расстоянии $R = 2{,}0$ см, то сколько α-частиц будет падать на единицу площади экрана при $\varphi = 45°$ и $N_0 = 1{,}0 \cdot 10^6$, где N_0 — общее число α-частиц, падающих на экран?

Указание. Используйте соотношение $r = R \operatorname{tg} \varphi$ и затем примените уравнение (11.18).

г) Сколько частиц попадает на экран в кольцо с внутренним радиусом r и внешним радиусом $r + dr$, где $dr = 1{,}0$ мм?

Глава 12
МОДЕЛЬ БОРА (I)

Нильс Хенрик Дейвид Бор
(1885—1962)

Родился в Копенгагене. В 1911 г. в Копенгагенском университете получил степень доктора. Работал в Кавендишской лаборатории в Кембридже у Дж. Дж. Томсона, а затем в Манчестерском университете у Эрнеста Резерфорда. В 1920 г. Бор возглавил Институт теоретической физики в Копенгагене. За заслуги в изучении строения атома в 1922 г. ему была присуждена Нобелевская премия. Занимаясь вопросами применения атомной энергии в мирных целях, Бор выступил одним из организаторов I Международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1955 г.).

12.1. Планетарная модель

Согласно модели Резерфорда атом имеет очень маленькое, но массивное ядро (размером $\approx 10^{-14}$ м), несущее заряд $+Ze$. Вокруг этой центральной области расположены Z электронов нейтрального атома. Диаметр атома имеет порядок 10^{-10} м, что в 10 000 раз превышает размер ядра. Будем считать эту модель динамической. Если бы модель была статической, то под действием кулоновских сил притяжения все электроны, окружающие ядро, были бы притянуты им. В динамической планетарной модели массивное ядро по существу неподвижно, в то время как электроны движутся вокруг ядра по круговым и эллиптическим орбитам.

Рассмотрим, например, ядерную модель простейшего атома — атома водорода. Для простоты предположим, что электрон (массой m и зарядом $-e$) движется равномерно по круговой орбите вокруг

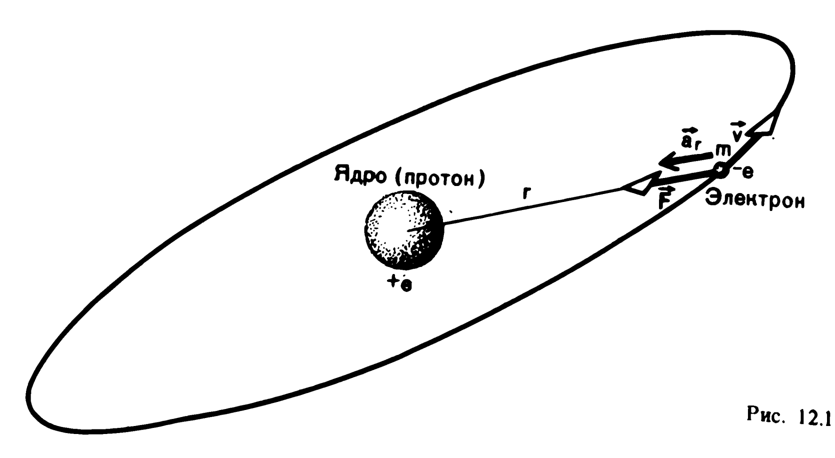


Рис. 12.1

протона (с зарядом $+e$), занимающего центральное положение (рис. 12.1). В первом приближении движением протона, масса которого почти в 1836 раз больше массы электрона, можно пренебречь.

Сила, удерживающая электрон на орбите, есть сила кулоновского притяжения между протоном и электроном. Эта центральная сила равна:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}, \tag{12.1}$$

где r — радиус круговой орбиты электрона. Из второго закона Ньютона следует, что

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}, \tag{12.2}$$

где $a_r = v^2/r$ — центростремительное ускорение (см. рис. 12.1).

На основании уравнения (12.2) кинетическая энергия электрона в классическом приближении может быть записана как

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}. \tag{12.3}$$

Потенциальная энергия системы

$$U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}. \tag{12.4}$$

Знак «минус» означает, что в данной системе действуют силы притяжения, а не отталкивания, поскольку электрон притягивается к положительно заряженному ядру. Полная энергия системы равна сумме кинетической и потенциальной энергии:

$$E = K + U = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}. \tag{12.5}$$

Знак «минус» показывает, что рассматриваемая система является *связанной*.

Энергия связи электрона определяется как минимальная энергия, которая требуется для полного удаления электрона из атома, или, другими словами, для ионизации атома. Экспериментальным путем было найдено, что для атома водорода энергия связи равна 13,53 эВ. Подставляя это значение в уравнение (12.5) для E, можно найти радиус r: $r = 0{,}53\cdot10^{-10}$ м $= 0{,}53$ Å.

Эта величина называется *боровским радиусом* (обозначается r_1). Ее значение хорошо совпадает со значениями, полученными другими экспериментальными методами.

Линейная скорость v связана с частотой f обращения электрона по орбите соотношением

$$v = \omega r = 2\pi f r. \tag{12.6}$$

Подставляя это выражение в уравнение (12.3), получаем:

$$m(2\pi f r)^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r},$$

откуда находим частоту обращения электрона вокруг ядра:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m r^3}}. \qquad (12.7)$$

Подставляя в это выражение r (полученное выше), e и m для электрона, легко найти, что $f = 7 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$. Это значение также совпадает со значениями f, найденными с помощью других методов.

Несмотря на определенные успехи в объяснении строения атома, достигнутые в рамках планетарной модели и классической теории, перед физиками встал ряд непреодолимых противоречий. Так, согласно законам классической электродинамики:

1) заряженная частица, движущаяся с ускорением, должна непрерывно излучать электромагнитную энергию;

2) частота этого излучения должна быть равна частоте обращения частицы вокруг ядра.

Следовательно, в соответствии с этой моделью полная энергия атома должна уменьшаться (становясь все более отрицательной), тогда как частота обращения (см. 12.7) должна непрерывно возрастать. Простой расчет показывает, что при этих условиях за ничтожное время ($\approx 10^{-8}$ с) электрон упадет на ядро и атом прекратит свое существование (рис. 12.2). Кроме того, если данная модель верна, то оптический спектр водорода (как и спектры других элементов) должен быть непрерывным, а это означает, что все атомы за очень короткое время будут разрушены. Оба заключения находятся в пол-

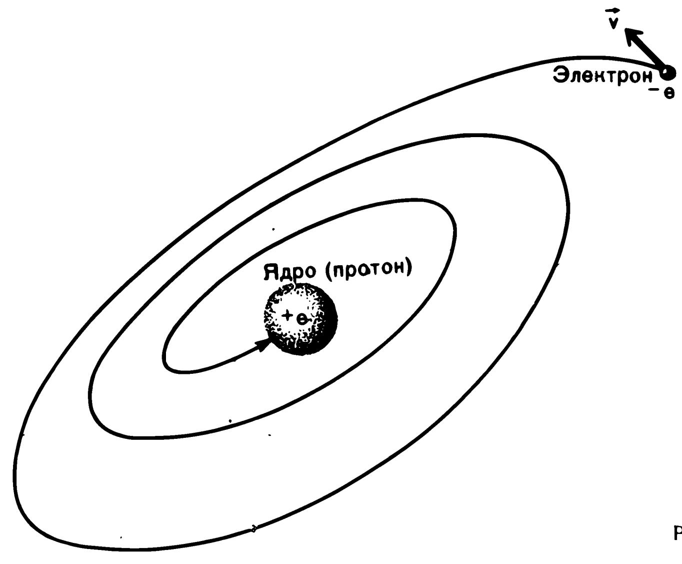


Рис. 12.2

ном противоречии с экспериментальными данными: атом является очень устойчивой системой, а оптические спектры газов имеют вовсе не непрерывное распределение по частоте, а характеризуются набором дискретных частот, т. е. имеют линейчатую структуру. Все эти факты привели к тому, что планетарная модель в классическом изложении вскоре была признана несостоятельной.

12.2. Атомные спектры

Электрический разряд в трубке, содержащей одноатомный газ под низким давлением, является источником света, анализ которого с помощью призменного спектрографа (рис. 12.3) позволяет обнаружить серию очень отчетливых линий. Эти линии, характеризующие используемый в разрядной трубке газ, называются *линейчатым спектром* данного газа. Видимая часть спектра водорода, показанная на рисунке 12.3, называется *серией Бальмера*, по имени швейцарского физика И. Бальмера, обнаружившего ее в 1885 г. Если в разрядной трубке используется азот, то получается так называемый полосатый спектр, представляющий собой дискретные группы тесно расположенных линий. Этот *полосатый спектр* характеризует двухатомные молекулы N_2 и имеет другое происхождение по сравнению с линейчатыми спектрами. Белый свет от источника излучения с нитью накала, например от лампы накаливания, характеризуется сплошным спектром и содержит непрерывный набор длин волн. Если такой свет

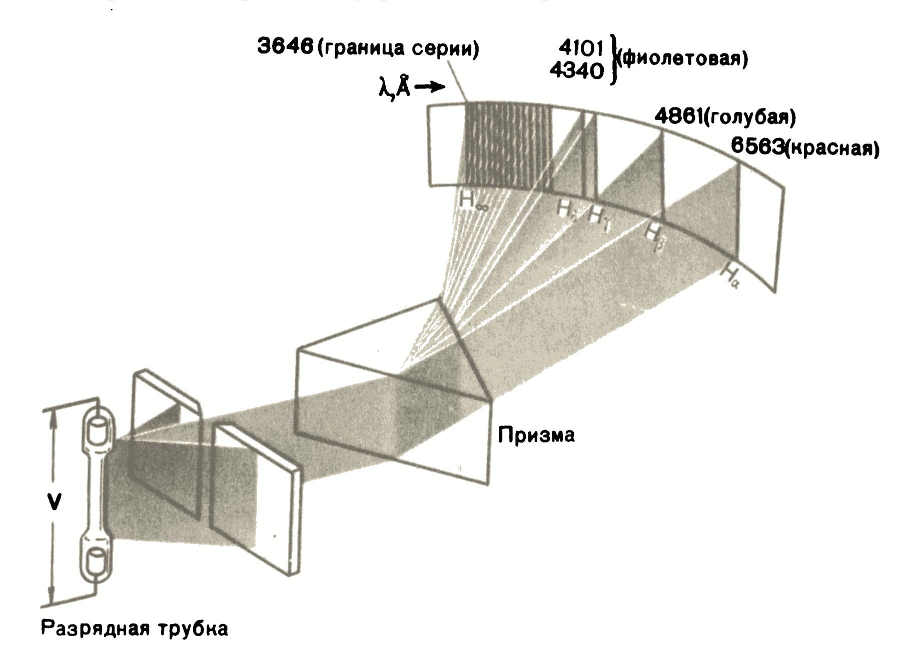


Рис. 12.3

пропустить через одноатомный газ, например водород, то возникает *спектр поглощения.* При этом на спектрограмме получается спектр с темными линиями на светлом фоне. Положение этих линий соответствует длинам волн ярких спектральных линий водорода, т. е. газ поглощает падающее излучение именно с этими длинами волн.

Шведский физик-спектроскопист Ю. Р. Ридберг (1854—1919) получил эмпирическую формулу

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 3, 4, 5, \ldots, \tag{12.8}$$

по которой можно рассчитать длины волн спектральных линий в серии Бальмера. Здесь R — так называемая постоянная Ридберга ($R = 1{,}0973731 \cdot 10^{-3}$ Å^{-1}). Для $n = 3$ $\lambda = 6563$ Å (красная линия H_α), для $n = 4$ $\lambda = 4861$ Å (голубая линия H_β); по мере увеличения n длины волн все больше сближаются, а интенсивности линий ослабевают. Наконец, при $n = \infty$ мы получаем границу серии, когда $\lambda = 4/R \approx$ ≈ 3646 Å.

Помимо серии Бальмера, в спектре водорода в ультрафиолетовой и инфракрасной частях спектра обнаружен ряд других серий (см. табл. 12.1).

Таблица 12.1

Спектральные серии водорода

Серия	Область спектра	Формула серии	Граница серии ($n = \infty$)
Серия Лаймана	Ультрафиолетовая	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 2, 3, 4, \ldots$	911,27 Å
Серия Бальмера	Видимая	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 3, 4, 5, \ldots$	3645,6 Å
Серия Пашена	Инфракрасная	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 4, 5, 6, \ldots$	8201,4 Å
Серия Брэкета	Инфракрасная	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 5, 6, 7, \ldots$	14 580 Å
Серия Пфунда	Инфракрасная	$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 6, 7, 8, \ldots$	22 782 Å

12.3. Постулаты Бора

В 1911 г. Нильс Бор в Копенгагене получил степень доктора, и в том же году он переехал в Англию, где продолжил свои научные исследования под руководством Дж. Дж. Томсона и Эрнеста Резерфорда. После того как Резерфорд предложил свою модель атома, у Бора уже не было сомнений в том, что атом должен состоять из тя-

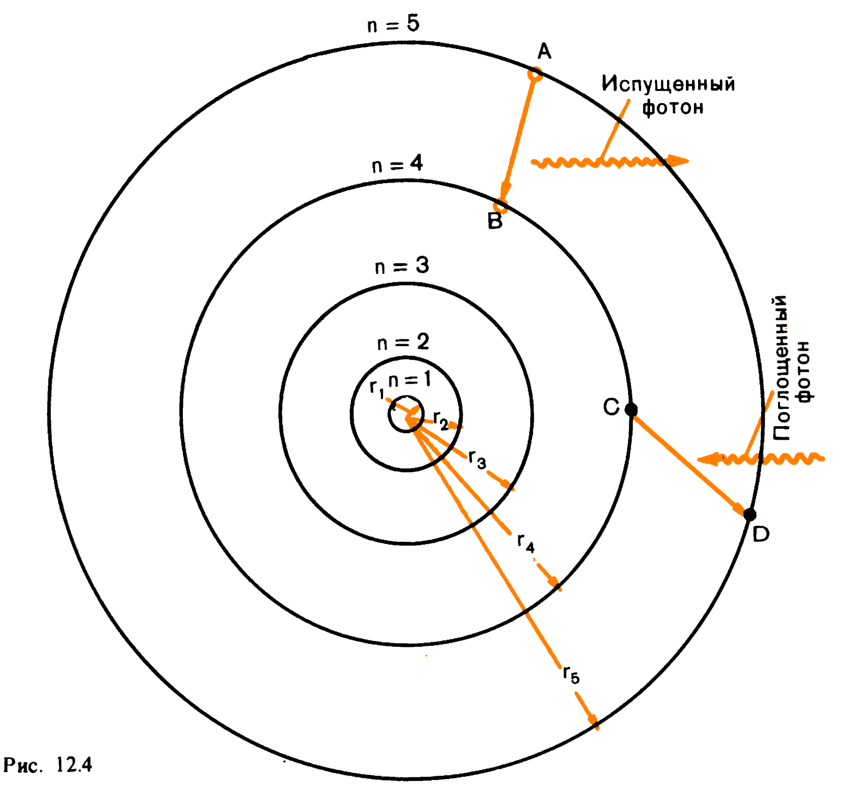


Рис. 12.4

желого ядра, вокруг которого на некотором расстоянии обращаются электроны. В основу развитой им новой модели атома Бор положил ряд постулатов. По этому поводу интересную мысль высказал американский физик Леон Купер: «Конечно, было несколько самонадеянно выдвигать предложения, противоречащие электродинамике Максвелла и механике Ньютона, но Бор был молод»[1].

Предложенная Бором модель атома, хотя она и заменена сейчас более совершенной квантовой моделью Гейзенберга, Шредингера, Дирака и др., используется и в настоящее время, в частности при введении понятия стационарных состояний, как очень наглядная модель. Модель атома Бора впервые позволила удовлетворительно объяснить строение атома; ее дополняли и уточняли в течение последующих десяти лет Зоммерфельд, Вильсон и др. Несоответствие модели Бора новым открытиям в спектроскопии потребовало разработки новой физической теории и привело к созданию в 1924—1926 гг. квантовомеханической модели атома.

Для исправления недостатков планетарной модели Бор создал свою теорию водородоподобного атома, основанную на следующих постулатах:

---

[1] Купер Л. Физика для всех. Введение в сущность и структуру физики. Пер. с англ. М., Мир, 1974, т. 2, с. 118.

1. Электрон обращается вокруг протона в атоме водорода, совершая равномерное движение по круговой орбите под действием кулоновской силы и в соответствии с законами Ньютона.

2. Из всех возможных орбит являются разрешенными только те, для которых момент импульса электрона равен целому числу, умноженному на $h/2\pi = \hbar$, т. е.

$$L = mvr = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \ldots, \tag{12.9}$$

где h — постоянная Планка и $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с.

3. При движении электрона по разрешенной орбите атом не излучает энергию. (Согласно классической электромагнитной теории любая заряженная частица, движущаяся с ускорением, будет излучать электромагнитную энергию.)

4. При переходе электрона с одной орбиты с энергией E_i на другую орбиту с энергией $E_f (E_i > E_f)$ излучается фотон с частотой

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h}. \tag{12.10}$$

Например (рис. 12.4), если электрон переходит с орбиты $n = 5$ на орбиту $n = 4$ (переход AB), то излучается фотон с частотой $\nu = \frac{E_5 - E_4}{h}$. (Это объясняет дискретный характер спектра испускания.) С другой стороны, если фотон с энергией $h\nu = E_5 - E_4$ падает на атом, то он может быть поглощен и электрон перейдет с орбиты $n = 4$ на орбиту $n = 5$ (переход CD). Таков механизм образования спектра поглощения.

12.4. Модель Бора и энергетические состояния

Исходное положение, которое принял Бор при построении своей модели (рис. 12.5), лежало в основе и модели Резерфорда. Первый постулат Бора о применимости закона Кулона и второго закона Ньютона позволяет определить полную энергию системы из урав-

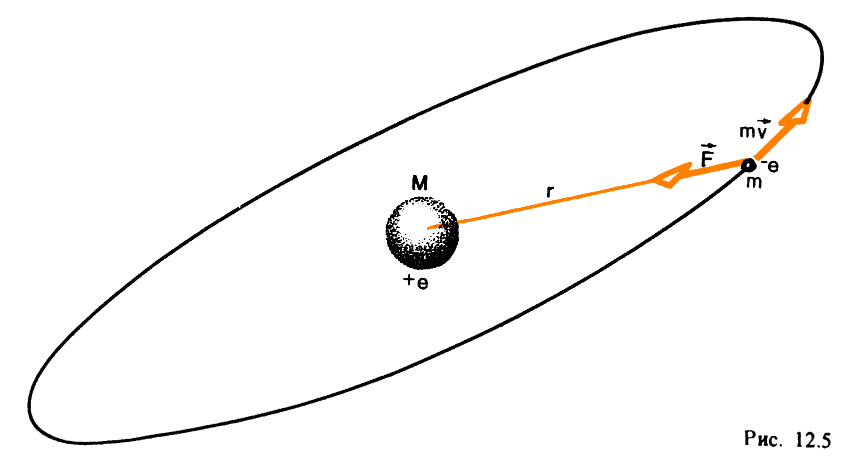


Рис. 12.5

нения (12.5), полученного для планетарной модели:

$$E = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}.$$

Замечательным теоретическим открытием, в корне противоречившим классическим представлениям, явился второй постулат Бора, а также все, что вытекало из его формулировки и уравнения (12.9):

$$L = mvr = n\hbar.$$

В классической физике спектр значений момента импульса непрерывен, т. е. возможны любые значения L. Но из уравнения (12.9) следует, что значения момента импульса должны выбираться из дискретного спектра значений. Таким образом, момент импульса квантован, и его «разрешенными» значениями являются $1\hbar$, $2\hbar$, $3\hbar$, ... , при этом $\hbar$ можно рассматривать как единицу момента импульса. Квантование момента импульса аналогично квантованию электрического заряда в классической физике.

Согласно третьему постулату атом, находящийся в одном из квантовых состояний, когда момент импульса удовлетворяет условию (12.9), не излучает энергию, что противоречит классической электромагнитной теории. Эти состояния, или «неизлучающие» орбиты, называются *стационарными состояниями*. Состояние с наименьшей энергией, соответствующее значению $n = 1$, называется *основным* или *нормальным состоянием*, так как в этом низшем энергетическом состоянии атом пребывает большую часть времени. Состояния, соответствующие значениям $n = 2, 3, 4, \ldots$, называются *возбужденными состояниями*, так как в любом из этих состояний атом имеет энергию большую, чем в основном состоянии. Модель Бора не объясняет, почему в стационарном состоянии атом не излучает энергию. **Это просто принято как постулат.** Кроме того, невозможно экспериментально показать, что электрон движется по круговой орбите вокруг ядра. Однако эти трудности устраняются, если рассматривать атом водорода в рамках квантовой, или волновой, механики. Как отмечалось выше, модель Бора имеет определенные пределы применения, однако она остается удобной механической моделью для введения понятия энергетических состояний и ряда других физических понятий.

Из уравнения (12.9) можно найти линейную скорость электрона v:

$$v = \frac{n\hbar}{mr},$$

тогда кинетическая энергия электрона, определяемая соотношением (12.3), будет равна:

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{n\hbar}{mr}\right)^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}.$$

Откуда можно найти радиус «неизлучающих» орбит:

$$r = r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{me^2}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots . \qquad (12.11)$$

Для основного состояния $n = 1$ так называемый *боровский радиус* будет равен:

$$r_1 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0,53 \text{ Å} . \qquad (12.12)$$

Этот результат совпадает со значением, полученным при определении радиуса атома из уравнения (12.5) для планетарной модели.

Из уравнения (12.11) видно, что

$$r_n = n^2 r_1 , \qquad (12.13)$$

т. е. радиусы орбит для стационарных состояний также квантованы и равны соответственно r_1, $4r_1$, $9r_1$, ... Каждый из этих радиусов пропорционален квадрату целого числа n, называемого *главным квантовым числом.*

Заменив r в уравнении (12.5) выражением (12.11), получим:

$$E = E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right), \qquad (12.14)$$

где знак «минус» означает, что система является связанной. Таким образом, можно сделать вывод о том, что энергия атома квантована. Разрешенные значения энергии определяются уравнением (12.14), когда n принимает значения $n = 1, 2, 3, \ldots$. Подстановка значений массы и заряда электрона ($m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг, $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл) в уравнение (12.14) дает:

$$E_n = -\frac{13{,}6}{n^2} \text{ эВ}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots . \qquad (12.15)$$

Состояние с минимальной энергией, или основное состояние, соответствует $n = 1$, а его энергия $E_1 = -13{,}6$ эВ.

На рисунке 12.6 приведена диаграмма энергетических уровней, на которой горизонтальными прямыми отмечены разрешенные значения энергий для атома водорода. Заметим, что все состояния от $n = 1$ до $n = \infty$ являются связанными, так как имеют отрицательные энергии. При увеличении n и приближении к $n = \infty$ энергетические состояния сближаются все больше и больше до тех пор, пока разница в энергиях между двумя последовательными состояниями не станет настолько малой, что распределение энергетических уровней практически превратится в непрерывный спектр. Это хорошо согласуется с классической планетарной моделью и принципом соответствия. Выше места слияния уровней, где $n = \infty$, энергетические состояния обладают положительной энергией ($E > 0$). При этом система является несвязанной, т. е. электрон становится свободным.

Из уравнения (12.14) видно, что если атом находится в основном состоянии, то для удаления электрона из атома требуется энергия 13,6 эВ. Следовательно, энергия связи ($E_{\text{св}}$) и энергия ионизации ($E_{\text{ион}}$) для атома водорода, находящегося в основном состоянии, равны и

$$E_{\text{св}} = E_{\text{ион}} = 13{,}6 \text{ эВ}.$$

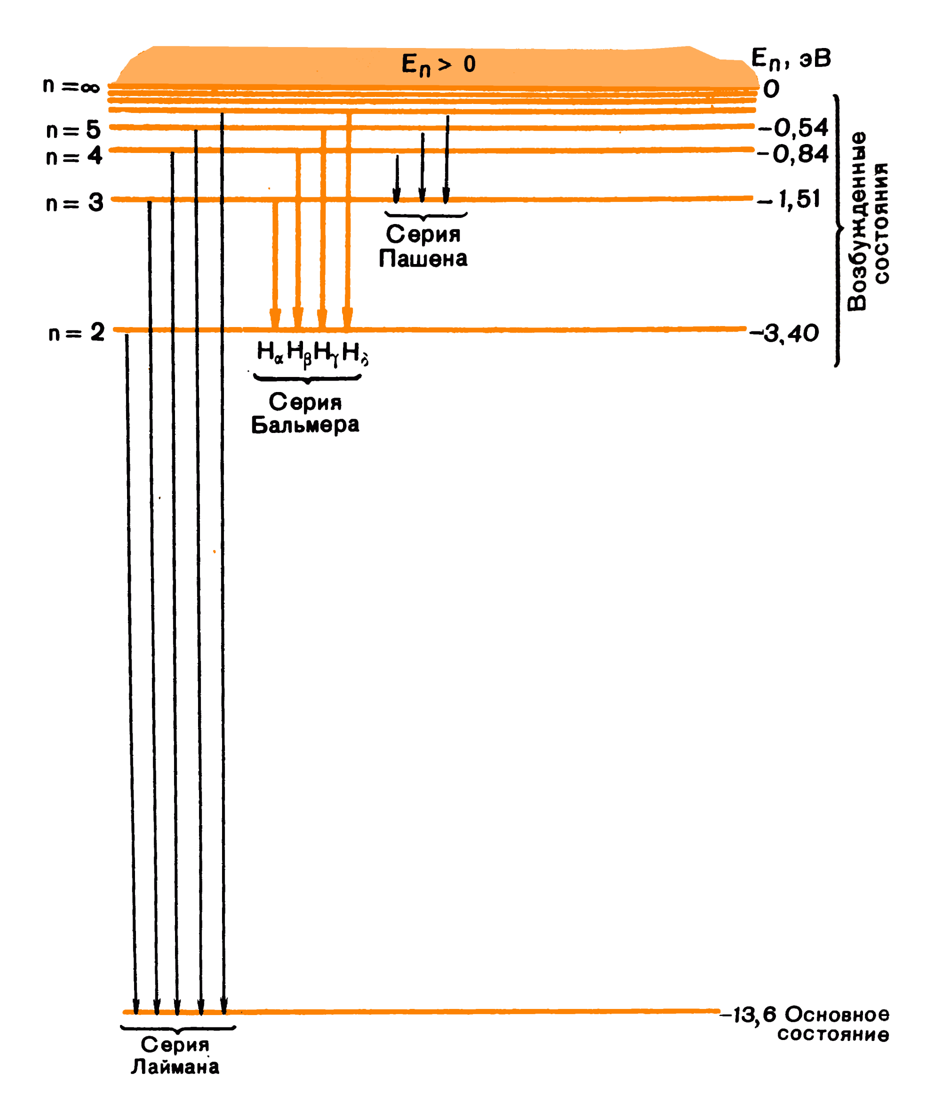


Рис. 12.6

Этот результат (проверенный экспериментально) был использован нами в уравнении (12.5) для планетарной модели атома при расчете боровского радиуса $r_1 = 0{,}53$ Å.

Диаграмма энергетических уровней (см. рис. 12.6) позволяет дать несколько важных определений.

Энергия возбуждения $E_{\text{возб}}$ — это энергия, которую необходимо передать атому, чтобы электрон из основного состояния перешел в возбужденное. Например, $E_{\text{возб}} = -3{,}40$ эВ — ($-13{,}6$ эВ) $= 10{,}2$ эВ — энергия возбуждения для состояния, соответствующего $n = 2$ (первое возбужденное состояние).

Энергия ионизации $E_{ион}$ — это энергия, необходимая для отрыва электрона, находящегося в основном состоянии, от атома. Из рисунка 12.6 видно, что $E_{ион} = 13{,}6$ эВ.

Энергия связи $E_{св}$ для данного состояния — это энергия, необходимая для удаления электрона, находящегося в данном возбужденном состоянии, из атома. Например, $E_{св}$ для состояния, соответствующего $n = 2$, равна 3,40 эВ. Если атом находится в основном состоянии, то $E_{св}$ для этого состояния равна энергии ионизации (13,6 эВ). Когда мы говорим об энергии связи без указания на состояние, то это означает, что $E_{св}$ и $E_{ион}$ имеют одно и то же значение. Именно в этом смысле выше было сказано, что энергия связи атома водорода равна 13,6 эВ.

12.5. Постоянная Ридберга и спектральные серии

В соответствии с постулатом Бора при переходе электрона из исходного состояния n_i с энергией E_i в другое состояние n_f с меньшей энергией E_f испускается фотон, частота которого может быть рассчитана по формуле Бора (12.10):

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{E_i - E_f}{2\pi\hbar}.$$

Воспользовавшись уравнением (12.14) для энергии, приведем эту формулу к виду:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right), \qquad (12.16)$$

откуда может быть получено уравнение для расчета длины волны испущенного фотона:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2 c}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right). \qquad (12.17)$$

Следует заметить, что это уравнение аналогично формулам для спектральных серий, приведенным в табл. 12.1. Если $n_i = n$ и $n_f = 1$, то это уравнение принимает тот же вид, что и эмпирическая формула для серии Лаймана; если $n_f = 2$, то уравнение принимает вид формулы для серии Бальмера и т. д. Таким образом, на основании проведенного сравнения мы можем записать теоретическое выражение для постоянной Ридберга:

$$R = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2 c}. \qquad (12.18)$$

Уравнение (12.17) может быть теперь записано в виде

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right). \qquad (12.19)$$

Если подставить точные численные значения в уравнение (12.18), то для постоянной Ридберга получим: $R = 1{,}0974 \cdot 10^7$ м$^{-1}$, что согласуется с экспериментальным значением R, приведенным в разделе 12.2.

Наиболее часто применяемое на практике уравнение для определения (в электронвольтах) энергии фотона, выделяемой при переходе между стационарными состояниями n_i и n_f, может быть получено соответствующей заменой из уравнений (12.10) и (12.15):

$$E_i - E_f = 13{,}6\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \text{эВ} . \tag{12.20}$$

На диаграмме энергетических уровней (см. рис. 12.6) показаны возможные переходы из состояний $n = 2, 3, 4, \ldots$ в основное состояние $n = 1$ (серия Лаймана); из состояний $n = 3, 4, 5, \ldots$ в состояние $n = 2$ (серия Бальмера); из состояний $n = 4, 5, 6, \ldots$ в состояние $n = 3$ (серия Пашена) и т. д. Переходы между состояниями с отрицательной энергией приводят к образованию линейчатых спектров, в то время как переходы между состояниями с положительной энергией ($E > 0$) и состояниями с отрицательной энергией ($E < 0$) дают непрерывный спектр.

12.6. Модель Бора и принцип соответствия

Рассмотрим одно из интересных применений принципа соответствия (см. раздел 4.2) на примере сравнения частоты испущенных фотонов в случае больших квантовых чисел (применение модели Бора к макромиру) и частоты обращения электрона в классической планетарной модели. Согласно классической электромагнитной теории частота обращения должна быть равна частоте испускаемого электромагнитного излучения.

В соответствии с классической теорией частота обращения электрона по орбите (уравнение 12.7) равна:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m r^3}} .$$

Согласно модели Бора радиусы стационарных орбит определяются по формуле (12.11):

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2 \hbar^2}{m e^2} .$$

Подставляя это выражение в уравнение для частоты обращения, получаем:

$$f = \frac{m e^4}{64\pi^3 \varepsilon_0^2 \hbar^3} \frac{2}{n^3} . \tag{12.21}$$

По Бору, частота фотона, испускаемого при переходе электрона из состояния n_i в состояние n_f, равна:

$$\nu = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right).$$

Это выражение может быть приведено к виду:

$$\nu = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2} \frac{(n_i - n_f)(n_i + n_f)}{n_f^2 n_i^2}.$$

При очень больших, но близких по значению n_i и n_f можно сделать следующие подстановки:

$$n_i - n_f = \Delta n,$$
$$n_i + n_f \approx 2n_i = 2n,$$
$$n_f^2 n_i^2 \approx n^4.$$

В таком случае уравнение для частоты фотона принимает следующий вид:

$$\nu = \frac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2} \frac{2\Delta n}{n^3}.$$

При $\Delta n = 1$ это уравнение совпадает с классическим уравнением для частоты обращения электрона (12.21). Для $\Delta n = 2, 3, 4, \ldots$ мы получаем гармоники основной частоты.

Таким образом, применение модели Бора (призванной объяснить явления микромира) к задачам макромира приводит к результатам, которые идентичны результатам, полученным классическими методами. В этом и заключается основной философский смысл принципа соответствия.

ЗАДАЧИ

12.1. Предположим, что для описания движения электрона в атоме водорода используется планетарная модель. Радиус круговой орбиты электрона равен 0,53 Å. Рассчитайте: а) угловую частоту электрона; б) его линейную скорость; в) его кинетическую энергию (в электронвольтах); г) потенциальную энергию атома (в электронвольтах); д) полную энергию (в электронвольтах).
Определите (в электронвольтах) минимальную энергию, необходимую для ионизации данного атома (энергию связи).

12.2. Найдите отношение гравитационной силы притяжения, действующей между электроном и протоном, к кулоновской силе притяжения, действующей между этими частицами, и покажите, что при исследовании атома водорода гравитационной силой можно пренебречь. (Если бы учитывалась гравитационная сила, то радиус первой боровской орбиты был бы равен $r_1 \approx 1{,}85 \cdot 10^{29}$ м!)

12.3. В планетарной модели атома радиус круговой орбиты электрона равен 0,53 Å, линейная скорость электрона составляет приблизительно $2{,}2 \cdot 10^6$ м/с. Найдите: а) центростремительное ускорение; б) силу, сообщающую центростремительное ускорение; в) электростатическую силу притяжения между протоном и электроном. Какой вывод можно сделать из сравнения этих двух сил?

12.4. а) Определите (в ангстремах) длины волн первых трех линий в серии Лаймана для атома водорода. б) Из рисунка 12.6 определите длину волны (в ангстремах) линии H_α.

12.5. При анализе атомных спектров часто пользуются не длинами волн, а волновыми числами $\bar{\nu}$ (величинами, обратными длинам волн): $\bar{\nu} = 1/\lambda$ (не следует путать с частотой ν). а) Каков физический смысл волнового числа? б) Рассчитайте волновые числа для пунктов а) и б) задачи 12.4.

12.6. Покажите, что энергетические уровни атома водорода могут быть описаны выражением $E_n = -\frac{2\pi\hbar c^2}{n^2}R$, где R — постоянная Ридберга.

12.7. Исследуемый с помощью спектроскопа свет от водородной разрядной трубки падает перпендикулярно на дифракционную решетку, содержащую 590 штрихов на 1 мм. При этом угол отклонения линии H_α серии Бальмера составляет $\theta = 23°$. Рассчитайте: а) длину волны линии H_α (красная линия в серии Бальмера); б) постоянную Ридберга.

12.8. В боровской модели водородоподобного атома орбиты, соответствующие $n = 1, 2, 3, \ldots$, символически обозначаются буквами K, L, M и т. д. Для каждой из первых трех орбит рассчитайте: а) радиус; б) частоту обращения электрона; в) линейную скорость электрона; г) момент импульса; д) полную энергию системы. Для каждой орбиты найдите отношение v/c и выясните, в каком случае может быть применена классическая теория.

12.9. Отношение $\alpha = v_1/c$, где v_1 — линейная скорость электрона на орбите $K\,(n=1)$ в боровской модели атома водорода, называется постоянной тонкой структуры. а) Покажите, что $\alpha = e^2/4\pi\varepsilon_0\hbar c$. б) Подставляя значения величин, найдите, что $\alpha = 1/137$. в) Покажите, что энергетические уровни атома водорода могут быть описаны выражением $E_n = -\alpha^2 mc^2/2n^2$.

12.10. Электрон в атоме водорода переходит из состояния, соответствующего $n = 5$, в основное состояние ($n = 1$). Определите: а) энергию и импульс испущенного фотона; б) скорость и импульс атома отдачи.

12.11. Время жизни атома в возбужденном состоянии составляет примерно 10^{-8} с. Определите число обращений электрона, находящегося в возбужденном состоянии ($n = 4$), до его перехода в основное состояние.

12.12. Определите первые три длины волны для серии Пашена атома водорода. В какой части спектра лежат спектральные линии серии Пашена?

12.13. а) Найдите частоту обращения электрона, находящегося на первой орбите ($n = 1$). б) Определите эквивалентный ток. в) Рассчитайте магнитную индукцию в центре такой круговой траектории. Как направлен вектор магнитной индукции относительно орбитального момента импульса?

12.14. а) С помощью диаграммы энергетических уровней объясните понятия энергии возбуждения $E_{\text{возб}}$, энергии связи $E_{\text{св}}$ и энергии ионизации $E_{\text{ион}}$ для данного состояния. б) Для любого данного n покажите, что $E_{\text{ион}} = E_{\text{возб}} + E_{\text{св}}$. в) Определите энергию возбуждения для $n = 4$ в атоме водорода. г) Найдите энергию связи для электрона в этом же состоянии ($n = 4$) и путем подстановки значений величин проверьте соотношение в пункте б) данной задачи.

12.15. В атоме водорода электрон переходит из состояния с энергией связи 0,54 эВ в состояние с энергией возбуждения 10,2 эВ. а) Определите квантовые числа, соответствующие этим состояниям. б) Рассчитайте длину волны испущенного фотона. в) К какой спектральной серии принадлежит эта линия?

12.16. Определите минимальную энергию, которую необходимо передать атому водорода для получения в его спектре линии H_γ серии Бальмера. Сколько линий будет в спектре атома водорода, если электрон перейдет в основное состояние?

12.17. Найдите длину волны де Бройля электрона, находящегося на орбите $n = 3$ в атоме водорода. К какой части спектра может быть отнесен фотон с такой же длиной волны?

12.18. При неупругом соударении электрона массой m с неподвижным атомом водорода массой M атом переходит в возбужденное состояние, энергия которого на ΔE превышает энергию основного состояния. а) Докажите, что минимальная кинетическая энергия электрона K может быть определена как $K = [(m + M)/M]\,\Delta E$. б) Найдите минимальную кинетическую энергию электрона при неупругом соударении с неподвижным атомом водорода, сопровождающимся переходом атома водорода из основного состояния ($n = 1$) во второе возбужден-

ное состояние ($n = 3$). в) Решите эту же задачу для случая, когда налетающей частицей является протон.

12.19. Фотон с энергией 12,1 эВ, поглощенный атомом водорода, находящимся в основном состоянии, переводит атом в возбужденное состояние. Каково квантовое число этого состояния?

Глава 13
МОДЕЛЬ БОРА (II)

Джеймс Франк
(1882—1964)

Родился в Гамбурге (Германия). В 1901—1902 гг. учился в Гейдельбергском университете, окончил Берлинский университет (1906 г.), возглавлял физическое отделение в Институте физической химии в Берлине. В 1920—1933 гг. Франк — директор Физического института в Геттингене, затем профессор университета Дж. Гопкинса и Чикагского университета. Дж. Франк занимался изучением уровней энергии в атомах и открыл передачу энергии в атомных системах при флуоресценции. За открытие законов, управляющих столкновением электронов с атомами, Дж. Франку и Г. Герцу в 1925 г. была присуждена Нобелевская премия по физике.

Густав Людвиг Герц
(1887—1975)

Родился в Гамбурге (Германия). Получил степень доктора наук в Берлинском университете. Работал в физической лаборатории завода ламп накаливания фирмы «Филлипс», возглавлял научно-исследовательскую лабораторию фирмы «Сименс», был директором Физического института в Лейпциге (1955—1970). В 1913 г. Герц и Франк провели серию опытов по исследованию столкновения электронов с атомами паров ртути, доказав дискретность энергетических уровней в атомах, что явилось непосредственным подтверждением теории Бора. В 1925 г. вместе с Франком получил Нобелевскую премию по физике[1].

13.1. Водородоподобные атомы

Как мы уже выяснили, теория Бора, явившись крупным шагом в развитии теории строения атома, столкнулась со многими принципиальными трудностями. Именно по этой причине мы применяли ее до сих пор только к атому водорода. Однако теорию Бора можно с успехом использовать и при рассмотрении *водородоподобных* ато-

[1] Г. Герц в 1945—1954 гг. работал в Советском Союзе. В 1951 г. был удостоен Государственной премии СССР. — *Прим. ред.*

6—744

Таблица 13.1

Атом водорода	Водородоподобные атомы
$r_n = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{me^2}$ $E_n = -\dfrac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\dfrac{1}{n^2} = -\dfrac{1}{n^2}\,13{,}6$ эВ $R = \dfrac{me^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2 c}$ $\dfrac{1}{\lambda} = R\left(\dfrac{1}{n_f^2} - \dfrac{1}{n_i^2}\right)$	$r_n = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{mZe^2}$ $E_n = -\dfrac{mZ^2e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\dfrac{1}{n^2} = -\dfrac{Z^2}{n^2}\,13{,}6$ эВ $R' = \dfrac{mZ^2e^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2 c} = RZ^2$ $\dfrac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\dfrac{1}{n_f^2} - \dfrac{1}{n_i^2}\right)$

мов, т. е. атомов, состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона. К числу таких атомов относятся однократно ионизованный атом гелия He^+ ($Z=2$), двукратно ионизованный атом лития Li^{2+} ($Z=3$) и т. д. Согласно второму закону Ньютона для водородоподобного атома имеем:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}. \tag{13.1}$$

Другим важным уравнением является уравнение момента импульса, имеющее тот же вид, что и в случае применения теории Бора к атому водорода:

$$L = mvr = n\hbar. \tag{13.2}$$

В табл. 13.1 приведены для сравнения некоторые характерные уравнения для атома водорода и водородоподобных атомов. Можно заметить, что величина e^2 в уравнениях для атома водорода заменяется в уравнениях для водородоподобных атомов на величину Ze^2.

Для одного и того же значения квантового числа n радиус электронной орбиты в водородоподобных атомах меньше радиуса электронной орбиты в атоме водорода в Z раз, а соответствующие значения энергии E_n (по абсолютному значению) в Z^2 раз больше. Например, для однократно ионизованного атома гелия He^+ ($Z=2$) энергия основного состояния $E_1 = -(13{,}6/1^2)\cdot 2^2 = -54{,}4$ эВ. Энергия уровня, соответствующего $n=2$, $E_2 = -(13{,}6/2^2)\cdot 2^2 = -13{,}6$ эВ, что совпадает с энергией основного состояния атома водорода $E_1 = -13{,}6$ эВ. Энергия уровня, соответствующего $n=4$, для He^+ $E_4 = (-13{,}6/4^2)\cdot 2^2 = -3{,}40$ эВ совпадает с $E_2 = -3{,}40$ эВ ($n=2$) для водорода. Следовательно, при переходе электрона в атоме водорода с уровня $n=2$ на уровень $n=1$ испускается фотон с такой же длиной волны, как и при переходе электрона с уровня $n=4$ на уровень $n=2$ в He^+. Эти переходы показаны на рисунке 13.1. Очевидно, что многие линии в серии Лаймана для водорода (переходы на уровень $n=1$) совпадают с некоторыми из линий в *серии Пикеринга* для He^+ (переходы на уровень $n=2$), что было источником путаницы для

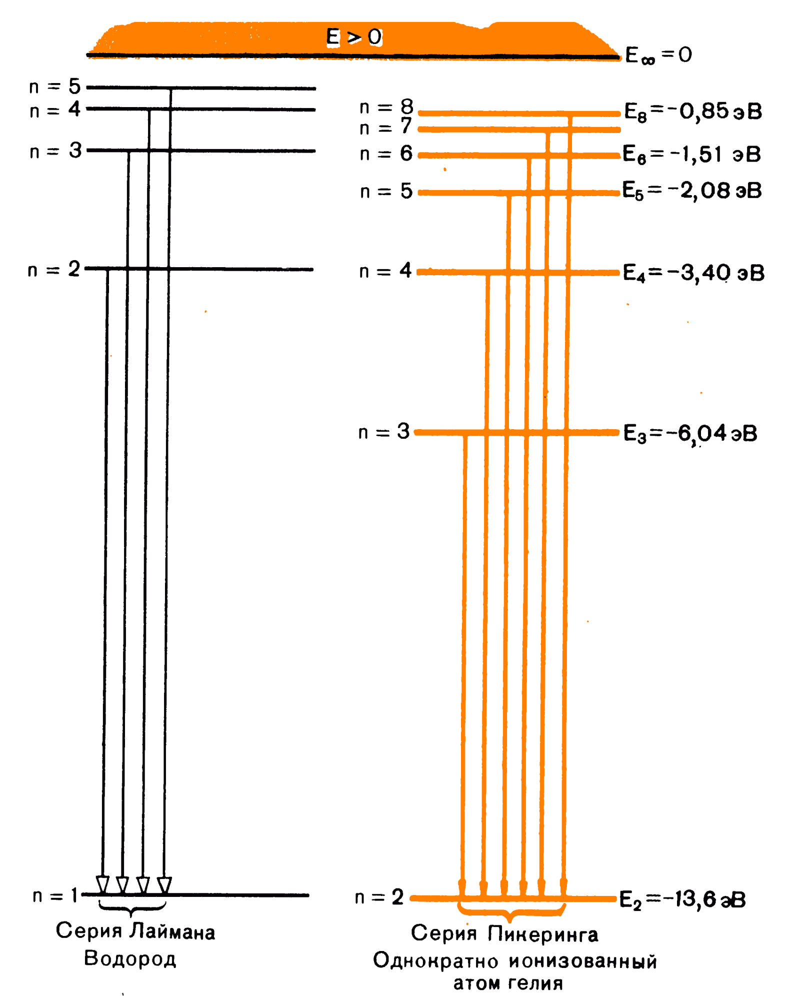


Рис. 13.1

исследователей на ранних этапах развития спектроскопии. Кроме того, из табл. 13.1 также видно, что постоянная Ридберга, а следовательно, и волновое число $\bar{\nu} = 1/\lambda$ для данного перехода $(n_i \to n_f)$ в Z^2 раз больше для He^+, чем для H.

13.2. Поправка на движение ядра

При изложении теории Бора до сих пор предполагалось, что массивное ядро по существу неподвижно, а электрон обращается вокруг ядра. В более точной модели атома водорода и электрон массой m, и протон массой M обращаются вокруг общего центра масс с

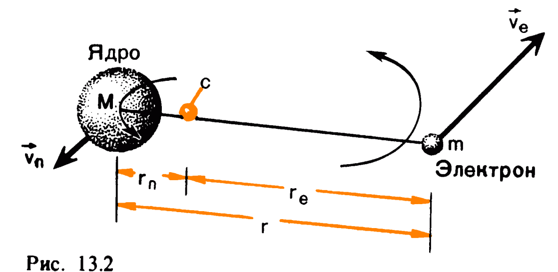


Рис. 13.2

(рис. 13.2). Если r_e и r_n — соответственно расстояния от электрона и ядра до центра масс, то из рисунка 13.2 видно, что

$$r = r_e + r_n. \tag{13.3}$$

По определению центра масс

$$Mr_n = mr_e. \tag{13.4}$$

Решение этих двух уравнений относительно r_e и r_n дает:

$$r_e = \left(\frac{M}{M+m}\right) r, \tag{13.5}$$

$$r_n = \left(\frac{m}{M+m}\right) r. \tag{13.6}$$

Из второго постулата Бора в применении к данному случаю следует, что полный момент импульса относительно общего центра масс равен:

$$L = Mv_n r_n + mv_e r_e = n\hbar, \tag{13.7}$$

где $v_n = \omega r_n$ и $v_e = \omega r_e$ — линейные скорости соответственно ядра и электрона. Таким образом, уравнение (13.7) может быть записано в следующем виде:

$$L = M\omega r_n^2 + m\omega r_e^2 = n\hbar. \tag{13.8}$$

Подставляя в это уравнение выражения для r_n и r_e из (13.5) и (13.6), имеем:

$$\mu\omega r^2 = n\hbar, \tag{13.9}$$

где

$$\mu = \frac{mM}{m+M} \tag{13.10}$$

называется *приведенной массой.*

Уравнение (13.9) аналогично уравнению $L = mvr = n\hbar$, полученному без учета движения ядра. Действительно, так как $v = \omega r$, то для стационарного состояния

$$L = m\omega r^2 = n\hbar. \tag{13.11}$$

Таким образом, уравнение (13.9) практически совпадает с уравнением (12.9), только масса электрона m в нем заменена на приведенную массу μ. Очевидно, уравнение (13.11) является приближенным по отношению к (13.9); это легко показать, если учесть, что $M \gg m$ и $\mu = mM/(m+M) \approx m$.

Потенциальная энергия системы равна:

$$U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r},$$

а кинетическая энергия

$$K = \frac{1}{2}mv_e^2 + \frac{1}{2}Mv_n^2 = \frac{\omega^2}{2}(mr_e^2 + Mr_n^2).$$

После некоторых преобразований это выражение может быть приведено к виду:

$$K = \frac{1}{2}\mu\omega^2 r^2. \qquad (13.12)$$

Применяя второй закон Ньютона к движению электрона, можно записать, что

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = m\frac{v_e^2}{r_e} = m\omega^2 r_e,$$

и после подстановки r_e из уравнения (13.5) получаем:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \frac{mM}{m+M}\omega^2 r,$$

или

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \mu\omega^2 r. \qquad (13.13)$$

Подставив в это уравнение вместо ω^2 выражение, полученное из уравнения (13.11), имеем:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = \mu\left(\frac{n\hbar}{\mu r^2}\right)^2 r,$$

откуда радиусы стационарных орбит

$$r_n = r = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{\mu e^2}. \qquad (13.14)$$

Это выражение совпадает с (12.11), отличаясь лишь тем, что вместо массы m здесь в знаменателе стоит приведенная масса μ.

Из уравнений (13.12) и (13.13) получаем:

$$K = \frac{1}{2}\mu\omega^2 r^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}.$$

Полная энергия системы, представляющая собой сумму потенциальной и кинетической энергии, равна:

$$E = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}.$$

Подставив в это выражение $r = r_n$ из уравнения (13.14), получим:

$$E_n = -\frac{\mu e^2}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2}. \quad (13.15)$$

При переходе электрона из исходного состояния с энергией E_i в состояние с энергией $E_f (E_i > E_f)$ испускается фотон, частота которого в соответствии с формулой (12.10) равна:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{E_i - E_f}{h}.$$

Подставляя выражения для E_i и E_f, найденные из уравнения (13.15), получаем:

$$\nu = \frac{\mu e^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right). \quad (13.16)$$

Таким образом, длина волны испускаемого фотона может быть определена из уравнения

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\mu e^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2 c}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right), \quad (13.17)$$

а постоянная Ридберга с учетом движения ядра получается равной

$$R_\mu = \frac{\mu e^4}{64\pi^3\hbar^3\varepsilon_0^2 c}. \quad (13.18)$$

Выражение для длины волны испускаемого фотона в результате принимает более точный вид:

$$\frac{1}{\lambda} = R_\mu\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right). \quad (13.19)$$

Отношение R_μ к постоянной Ридберга R, определяемой уравнением (12,18) без поправки на движение ядра, равно:

$$\frac{R_\mu}{R} = \frac{\mu}{m} = \frac{1}{1 + m/M} < 1. \quad (13.20)$$

Сравнение энергетических уровней, рассчитываемых с поправкой и без поправки на движение ядра по формулам соответственно (13.15) и (12.14), показывает, что для одного и того же значения n энергетические уровни, рассчитанные с поправкой, «менее отрицательны», чем соответствующие уровни, рассчитанные без поправки, т. е.

E_n (с поправкой) $> E_n$ (без поправки).

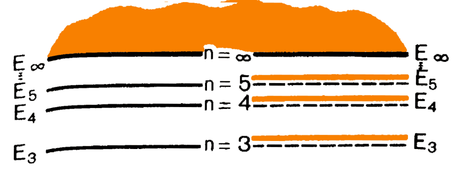
Следовательно, энергетические уровни, рассчитанные с поправкой, слегка смещены в сторону $E_\infty = 0$ (рис. 13.3, *б*).

Сравнив уравнения (12.19) и (13.19), приходим к выводу, что

$\frac{1}{\lambda}$ (с поправкой) $< \frac{1}{\lambda}$ (без поправки).

Это означает, что при учете движения ядра рассчитанные значения длин волн испускаемых фотонов несколько превышают значения, вычисленные по формуле (12.19). Пересчет постоянной Ридберга дает:

$$R_\mu = 1{,}0967758 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$$
(с поправкой),
$$R = 1{,}0973731 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$$
(без поправки).



Ядро атома дейтерия ${}^2_1\text{D}$, тяжелого изотопа водорода, состоит из протона и нейтрона. Так как масса нейтрона лишь незначительно отличается от массы протона, то приведенная масса дейтерия равна:

$$\mu_D = \frac{m}{1 + m/2M}, \qquad (13.21)$$

т. е. $\mu_D > \mu$. Постоянная Ридберга прямо пропорциональна приведенной массе, следовательно, постоянная Ридберга для дейтерия несколько больше, чем для водорода ($R_{\mu_D} > R_\mu$). Именно это небольшое расхождение сыграло важную роль в открытии дейтерия американским физиком Г. К. Юри. За это открытие в 1934 г. Юри была присуждена Нобелевская премия по химии.

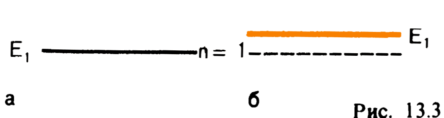


Рис. 13.3

13.3. Упругие и неупругие столкновения

Наиболее непосредственным и поразительным экспериментальным подтверждением существования дискретных стационарных состояний, постулированных теорией Бора, явились опыты Дж. Франка и Г. Герца. Для лучшего понимания выводов, сделанных на основе этих опытов, рассмотрим кратко некоторые вопросы, связанные с возбуждением атомов, сопровождающимся переходами электронов между «оптическими» уровнями.

В тяжелых атомах, таких, как атом ртути ${}^{202}_{80}\text{Hg}$, довольно трудно удалить электроны с внутренних оболочек из-за сильного электростатического притяжения ядер. Энергии связи таких электронов достигают нескольких тысяч электронвольт. Внешние (валентные)

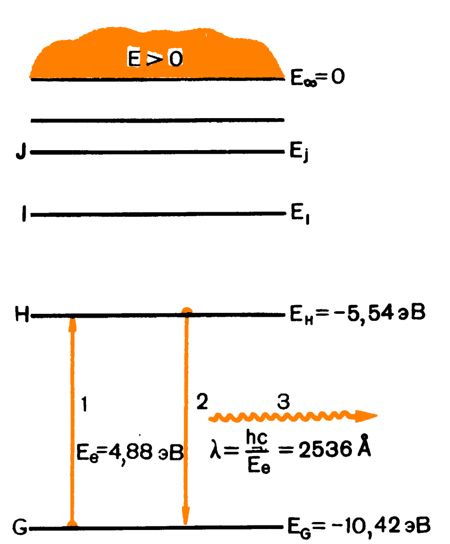


Рис. 13.4

электроны в некоторой степени защищены от ядра экранирующим действием электронов, расположенных на внутренних оболочках. Поэтому энергия связи этих электронов составляет только несколько электронвольт. В опытах Франка и Герца «принимают участие» только внешние (валентные) электроны. Соответствующие энергетические уровни для такого электрона показаны на рисунке 13.4. Эти энергетические уровни обычно называют *оптическими уровнями,* так как при любых переходах между ними поглощаются или испускаются фотоны, длины волн которых лежат в видимой или соседних частях спектра.

Из рисунка видно, что энергия валентного электрона в *основном состоянии* (G) равна: $E_G = -10{,}42$ эВ. Другие энергетические уровни соответствуют возбужденным состояниям H, I, J и т. д. Энергия первого возбужденного состояния (H) равна: $E_H = -5{,}54$ эВ. Энергия, которая требуется для перехода электрона из основного состояния в первое возбужденное состояние (линия *1* на рис. 13.4), равна:

$$E_e = E_H - E_G = -5{,}54 \text{ эВ} - (-10{,}42 \text{ эВ}) = 4{,}88 \text{ эВ};$$

ее, эту энергию, называют *первым критическим потенциалом* атома ртути. Если по какой-либо причине атом ртути перейдет в первое возбужденное состояние, то электрон затем возвратится в основное состояние (линия *2*) за очень короткое время ($\approx 10^{-8}$ с). Такой переход будет сопровождаться излучением фотона (волнистая линия *3*) с энергией $E_e = 4{,}88$ эВ и длиной волны $\lambda = hc/E_e = 2536$ Å. Из рисунка 13.4 также видно, что энергия ионизации атома ртути равна 10,42 эВ.

Рассмотрим случай, когда пучок медленных электронов проходит через пары ртути, находящиеся под низким давлением. Если кинетическая энергия электронов меньше 4,88 эВ, то столкновения таких электронов с атомами ртути будут упругими, т. е. **кинетическая энергия поступательного движения электронов будет оставаться неизменной.** Потеря электронами некоторой части кинетической энергии может быть найдена по формуле

$$\Delta K = \frac{4mM}{(m+M)^2} K = \frac{4m}{M} K, \tag{13.22}$$

где m — масса электрона, M — масса атома ртути, $K = \frac{1}{2} mv^2$ —

кинетическая энергия налетающего электрона. Поскольку $m \ll M$, то потеря кинетической энергии ΔK весьма мала. Энергия K передается атому ртути и проявляется как его энергия отдачи, что схематически может быть представлено следующим образом:

β	+	A	$\rightarrow$	A'	+	β
Медленный электрон $K_1 < 4{,}88$ эВ		Неподвижный атом		Атом с энергией отдачи ΔK		Замедленный электрон $K_2 = K_1 - \Delta K$

Значение ΔK настолько мало, что электрон до полной остановки испытывает значительное число столкновений, двигаясь при этом по зигзагообразной траектории (рис. 13.5).

Однако если кинетическая энергия электрона превышает $E_H - E_G = 4{,}88$ эВ, то возможны неупругие столкновения, сопровождающиеся передачей части его кинетической энергии атому ртути с переходом электрона в атоме ртути из основного состояния в первое возбужденное состояние с энергией E_H. Кинетическая энергия K_2 электрона после неупругого столкновения равна:

$$K_2 = K_1 - (E_H - E_G) = K_1 - 4{,}88 \text{ эВ}.$$

Поскольку время жизни атома в возбужденном состоянии очень мало ($\approx 10^{-8}$ с), то практически сразу же после столкновения возбужденный атом A^* вернется в основное состояние, испустив при этом фотон с энергией $E_H - E_G = 4{,}88$ эВ и длиной волны $\lambda = 2536$ Å (см. рис. 13.4).

Если энергия налетающего электрона K_1 лишь не намного превышает 4,88 эВ, то $K_2 < 4{,}88$ эВ и неупругие столкновения больше наблюдаться не будут. Это означает, что все последующие столкновения этого электрона с атомами ртути будут упругими. Если же $K \gg 4{,}88$ эВ, то $K_2 > 4{,}88$ эВ и неупругие столкновения могут повториться.

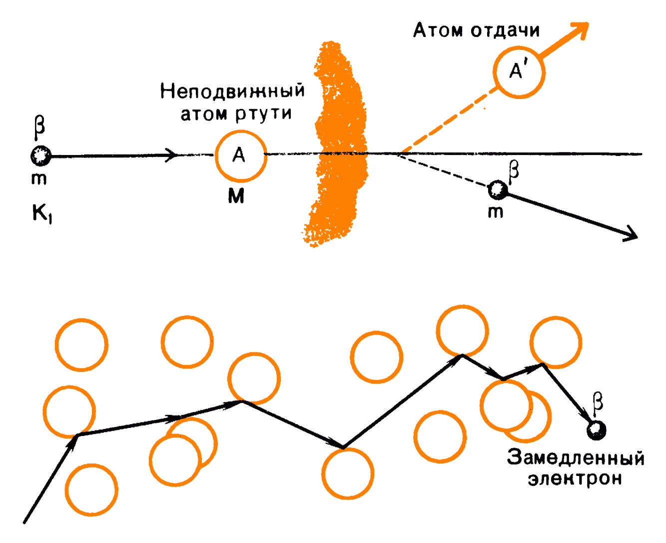


Рис. 13.5

13.4. Опыты Франка и Герца

Рассмотренные в предыдущем параграфе механизмы столкновений были проверены экспериментально Франком и Герцем в 1913 г. Примененная ими установка схематически изображена на рисунке 13.6, *а*. В трубке с горячим катодом *K*, питание которого осуществляется от батареи, с сеткой *C* и анодом *A* находятся пары ртути под низким давлением при температуре около 150 °C. Между катодом и сеткой приложена ускоряющая разность потенциалов V_a, которую можно изменять от 0 до 60 В. Между анодом и сеткой создается небольшое замедляющее поле с разностью потенциалов V_r ($\approx$ 0,5 В). Очень чувствительный гальванометр *Г*, включенный последовательно в цепь анода, служит для измерения анодного тока ($\approx 10^{-9}$ А). Характерная кривая зависимости анодного тока i_a от ускоряющего потенциала V_a приведена на рисунке 13.6, *б*.

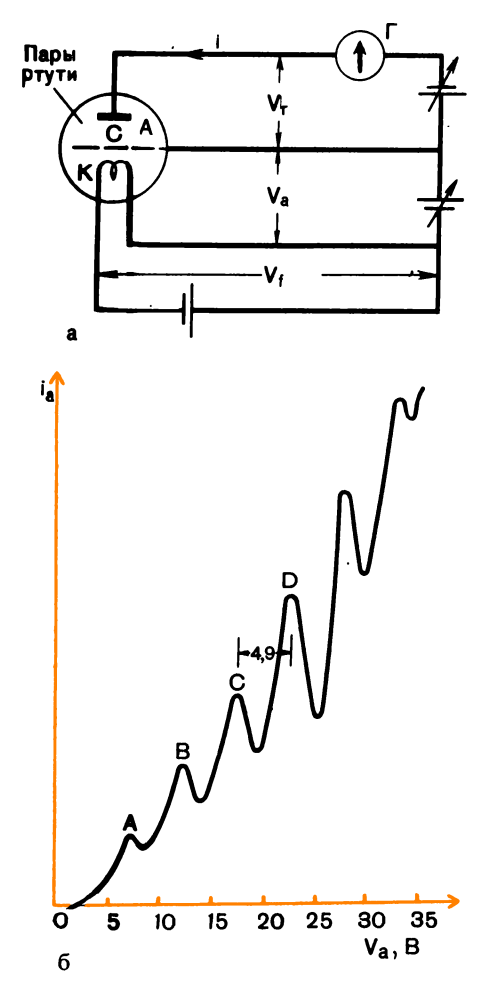


Рис. 13.6

Оказалось, что с увеличением ускоряющего потенциала, как и в любой электронной лампе, анодный ток возрастает, однако этот рост не является монотонным, а сопровождается резкими спадами тока каждый раз, когда ускоряющий потенциал увеличивается приблизительно на 5 В. Объяснение такой зависимости можно дать, рассмотрев поведение электронов, испускаемых катодом. Те электроны, энергия которых слегка превышает 4,88 эВ, испытывают неупругие столкновения с атомами ртути. В результате их энергия настолько уменьшается, что электроны не могут преодолеть слабое задерживающее поле и не достигают анода. Анодный ток при этом резко падает. Если ускоряющий потенциал *V* увеличить еще на 5 В, то электроны могут испытать еще одно неупругое столкновение и потерять при этом полностью свою энергию. Это объясняет второй спад (наблюдается на кри-

вой тока при $V_a = 15$ В), который будет более резким, чем первый спад, так как соответствует электронам, испытавшим два неупругих столкновения. Третий спад соответствует электронам, которые испытали три неупругих столкновения, и т. д. Каждый раз, когда происходит неупругое столкновение, атом ртути переходит в возбужденное состояние и затем, возвращаясь в основное состояние, излучает фотон. Спектральный анализ показал, что длина волны излучения, испускаемого ртутными парами, составляет 2536 Å, т. е. соответствует переходам атома ртути из первого возбужденного состояния в основное состояние. Этот результат, а также тот факт, что расстояние между двумя соседними спадами равно приблизительно 4,9 В, убедительно доказывает существование дискретных энергетических уровней в атоме ртути. Усовершенствование методики эксперимента позволило определить также энергии возбуждения для других энергетических уровней. И неудивительно, что за блестящие опыты, о которых мы рассказали в этой главе, Дж. Франк и Г. Герц в 1925 г. были удостоены Нобелевской премии по физике.

ЗАДАЧИ

13.1. Не учитывая поправку на движение ядра однократно ионизованного атома гелия He^+, найдите значение постоянной Ридберга, рассчитайте энергетические уровни для $n = 1, 2, 3$ и т. д., начертите диаграммы энергетических уровней для He^+ и водорода. Какой вывод можно сделать из сравнения этих диаграмм?

13.2. Решите задачу 13.1 для ионизованного атома лития Li^{2+}.

13.3. Применяя теорию Бора для He^+, рассчитайте для каждой из орбит при $n = 1, 2, 3$: а) радиус; б) частоту обращения электрона; в) линейную скорость электрона; г) полную энергию системы; д) момент импульса; е) отношение v/c. Ответьте, можно ли использовать в данном случае классический подход.

13.4. Решите задачу 13.3 для Li^{2+}.

13.5. а) Рассчитайте первый и второй критические потенциалы для однократно ионизованного атома гелия He^+. б) Определите длины волн фотонов, испущенных при возвращении He^+ из этих возбужденных состояний в основное состояние.

13.6. Тритий ^3_1H смешивают с обычным водородом. Каким разрешением должны обладать спектральные приборы для разделения наблюдаемых в спектре линий H_α?

13.7. Определите длины волн первых двух линий в спектре однократно ионизованного атома гелия, если эти линии соответствуют первым двум линиям в серии Бальмера.

13.8. В трубке, подобной той, которая изображена на рисунке 13.6, *а*, вместо паров ртути содержится газообразный водород. Предполагая, что атомы могут обладать энергией, соответствующей лишь первому критическому потенциалу, определите: а) ускоряющий потенциал, соответствующий появлению первого спада на кривой анодного тока; б) длину волны излучения, испускаемого трубкой.

13.9. Для атома позитрония (см. гл. 9) рассчитайте: а) приведенную массу; б) постоянную Ридберга; в) несколько линий серии Бальмера и границу серии.

13.10. При использовании в опыте Франка и Герца (см. рис. 13.6, *а*) газообразного водорода первые две линии в серии Лаймана появляются, когда энергия налетающих электронов превышает энергию фотона, соответствующего второй линии в серии Лаймана, но меньше энергии фотона, соответствующего третьей линии в этой серии. Определите ускоряющий потенциал, при котором в серии Лаймана появляются первые три линии.

13.11. Какая энергия требуется для полного отрыва электрона от ядра однократно ионизованного атома гелия, если: а) электрон находится в основном состоянии; б) электрон находится в состоянии, соответствующем $n = 3$?

Часть III
АТОМ

Это было одно из самых невероятных событий, которое когда-либо случалось со мной в жизни. Это было почти так же невероятно, как если бы вы выстрелили 15-дюймовым снарядом в лист папиросной бумаги, а снаряд вернулся бы назад и попал в вас.

Эрнест Резерфорд

Эти слова были сказаны Резерфордом по поводу результатов экспериментов Марсдена, исследовавшего рассеяние α-частиц ядрами золота. Анализ причин необычного рассеяния, выполненный Резерфордом, привел его к «открытию» ядра атома. Вскоре после этого Бор сформулировал постулаты, которые легли в основу модели современного атома. Впоследствии уравнение Шредингера и квантовая механика позволили создать еще более усовершенствованную модель атома, которой мы и пользуемся в настоящее время.

Глава 14
УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА (I)

Эрвин Шредингер
(1887—1961)

Родился в Вене (Австрия). Учился в Венском университете. После Макса Планка был профессором Берлинского университета (1927—1933). С 1940 по 1955 г. Шредингер — профессор Института фундаментальных исследований в Дублине. В 20-е годы им была доказана эквивалентность волновой и квантовой механики в матричной форме Гейзенберга. Его работы сыграли значительную роль в становлении квантовой теории и явились фундаментом, на котором была построена современная атомная физика. В 1933 г. за создание волновой механики и исследования в области атомной структуры Шредингер совместно с П. Дираком был удостоен Нобелевской премии.

14.1. Излучение абсолютно черного тела

Описание движения тела, данное в рамках классической механики, как было показано выше, оказывается несостоятельным, когда скорость тела приближается к скорости света. В этом случае ограничения классической механики заставляют нас рассматривать явления с позиций релятивистской механики. Еще с одним ограничением

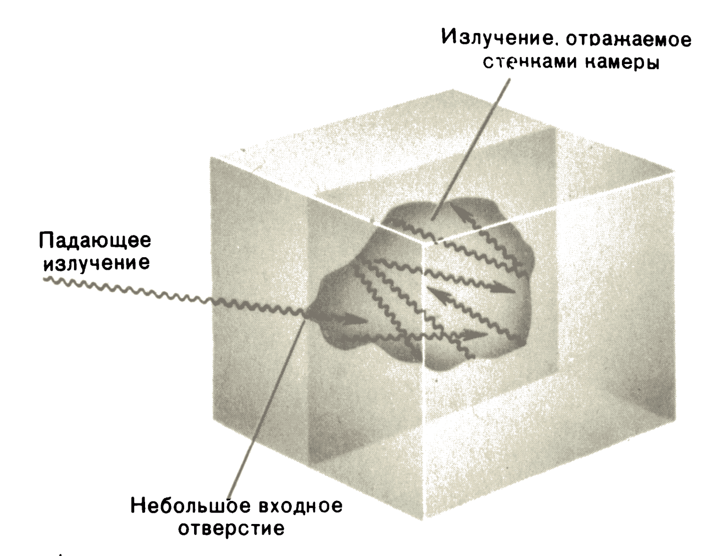


Рис. 14.1

классической теории мы сталкиваемся при изучении объектов очень малых размеров — в микромире атомных и ядерных структур и элементарных частиц. Именно в этом мире, приняв эстафету от классической физики, находят удивительно успешное применение квантовая механика и ее современный вариант — квантовая теория поля.

Рождение квантовой теории можно отнести примерно к 1900 г., когда со всей остротой встал вопрос об объяснении загадочного характера спектра излучения раскаленных твердых тел. В то время, несмотря на все попытки известных физиков, на основе лишь классических представлений не удалось дать полное объяснение форме кривой распределения интенсивности излучения черного тела в зависимости от длины волны. Для упрощения задачи было предложено некоторое идеализированное теоретическое понятие — *абсолютно черное тело*, которое полностью поглощает всю энергию падающего на него излучения любой длины волны[1]. Применение этого понятия позволило исключить параметры, зависящие от индивидуальных свойств излучающего твердого тела. Хорошей практической моделью, близкой к абсолютно черному телу, является небольшое отверстие в стенке разогретой полости (рис. 14.1). Энергия, излучаемая через это отверстие, близка к энергии излучения разогретого абсолютно черного тела.

Если считать, что излучение имеет волновую природу, то справедливо предположить, что излучение черного тела — результат колебаний линейных *гармонических осцилляторов*. Можно построить модель, которая содержит бесконечное число таких «осцилляторов»,

---

[1] Понятие «абсолютно черное тело» ввел в употребление немецкий физик Г. Р. Кирхгоф. В природе, строго говоря, не существует абсолютно черных тел. Все тела отражают и рассеивают хотя бы небольшую часть энергии падающего на них излучения. — *Прим. ред.*

колеблющихся с любой частотой. В соответствии с этой моделью излучение в черной полости представляет собой совокупность стоячих волн, распространяющихся между стенками. Эта модель лежит в основе закона распределения Рэлея—Джинса.

В соответствии с законом Рэлея — Джинса спектр излучения абсолютно черного тела характеризуется следующим распределением энергии:

$$\rho_\lambda d\lambda = 8\pi kT \frac{d\lambda}{\lambda^4}, \qquad (14.1)$$

где ρ_λ — плотность энергии, приходящаяся на единицу длины волны излучения в малом интервале длин волн $d\lambda$, расположенном в центре определенной длины волны λ, T — абсолютная температура, k — постоянная Больцмана. При выводе этого закона Рэлей и Джинс пытались получить формулу, которая бы описывала распределение энергии в спектре излучения черного тела в широком диапазоне значений λ. Однако нетрудно увидеть, что если рассматривать область очень коротких длин волн, то из формулы Рэлея — Джинса следует, что плотность энергии ρ_λ в этом случае резко возрастает и стремится к бесконечности при $\lambda \to 0$. Очевидно, что на самом деле этого не происходит, поскольку абсолютно черное тело излучает в единицу времени только определенное конечное количество энергии и только определенное конечное количество энергии содержится в любом таком теле.

Учитывая все эти трудности в развитии теории излучения, Макс Планк сформулировал следующие существенно новые положения:

1. Осцилляторы абсолютно черного тела не излучают свет непрерывно. Излучение происходит только в момент изменения амплитуды колебания, т. е. переход к меньшей амплитуде от более высокой ведет к излучению света, а переход к более высокой амплитуде сопровождается поглощением света осциллятором.

2. Осциллятор может испускать энергию в поле излучения или поглощать энергию из этого поля только определенными «единицами энергии», так называемыми *квантами*, величина которых равна $h\nu$, где h — постоянная (называется теперь постоянной Планка) и ν — частота осциллятора.

Эти положения легли в основу закона распределения энергии Планка[1]:

$$\rho_\lambda d\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{c_2/\lambda T} - 1}, \qquad (14.2)$$

где $c_1 = 2\pi c^2 h$ и $c_2 = hc/k$ — постоянные. Наличие экспоненциального члена в знаменателе приводит к тому, что плотность энергии стремится к нулю при $\lambda \to 0$. Формула Планка, таким образом, хорошо соответствовала и экспериментальным кривым распределения энер-

[1] Сообщение с изложением закона распределения энергии было представлено Планком Берлинскому физическому обществу 14 октября 1900 г.



Рис. 14.2

гии в спектре абсолютно черного тела (рис. 14.2). Гипотеза Планка о том, что при взаимодействии излучения с веществом поглощение энергии происходит не непрерывно, а «единицами», или квантами, энергии $h\nu$, была использована Эйнштейном в 1905 г. для успешного объяснения механизма фотоэлектрического эффекта.

Свет, как уже отмечалось ранее, обладает волновыми свойствами; в качестве примера волновых явлений можно привести такие, как дифракция и интерференция. Было также показано, что свету присущи и корпускулярные свойства. Доказательством этого может служить тот факт, что световая энергия переносится в виде дискретных малых порций энергии $h\nu$. Согласно специальной теории относительности каждому фотону следует приписать эффективную массу, равную $h\nu/c^2$, и импульс, равный $h/\lambda = h\nu/c$. Дальнейшие эксперименты с пучками света очень слабой интенсивности с целью обнаружения эффектов, вызванных отдельными фотонами, а также с очень узкими пучками лучей для исследования вопроса о возможном расплывании фотона при его движении в пучке подтвердили правильность созданной модели фотона. Было установлено, что фотон не расплывается, сохраняя сколь угодно долго свои размеры. Эти эксперименты завершились открытием А. Комптона (см. гл. 8), который показал, что фотоны рентгеновских лучей рассеиваются электронами, при этом фотоны ведут себя как упругие частицы малых размеров с эффективной массой $h\nu/c^2$ и импульсом $h\nu/c$. Вывод о двойственной природе света был, таким образом, подтвержден экспериментально и лег в основу современной физики, и в частности квантовой электродинамики.

Правомерно теперь поставить такой вопрос: если определенное количество излучаемой энергии (фотон) обладает свойствами, характерными для материальной частицы, то, когда движется частица (например, электрон), будут ли ей присущи свойства, связанные

с «частотой» и, следовательно, с «длиной волны»? Ответ на этот вопрос может быть только положительным, и это было доказано в 1927 г. экспериментом Дэвиссона — Джермера (гл. 10), в котором при отражении потока быстро движущихся электронов от поверхности кристалла наблюдалась дифракционная картина.

Новая система взглядов утвердилась в физике в первые десятилетия XX в., особенно после успеха теории Бора, который применил гипотезу Планка для объяснения строения атомов. Однако теория Бора поставила перед физиками ряд еще более трудноразрешимых загадок. Например, удовлетворительно объяснив наличие энергетических уровней у атома водорода, теория Бора потерпела неудачу при попытке построить энергетические уровни нейтрального атома гелия.

Гипотеза де Бройля, связавшая электрон, который обладает импульсом p, с волновым процессом ($\lambda = h/p$), была затем с успехом применена для интерпретации энергетических состояний электронов в атомах. Новая концепция была сформулирована в предположении, что конечные и дискретные энергетические состояния атома связаны с дебройлевской длиной волны электронов в атоме. Для таких стационарных состояний электронные волны замыкаются в «стационарное» или «неподвижное» волновое кольцо вокруг ядра. Позднее было экспериментально доказано существование волн де Бройля для фотонов, нейтронов и атомов. В настоящее время мы ассоциируем волны де Бройля с любыми движущимися частицами и материальными объектами. Корпускулярно-волновой дуализм, рассмотренный нами на примере частиц и излучения, как казалось первоначально, неизбежно должен был привести к неразрешимому конфликту. Однако этого не случилось, и теперь мы рассматриваем эту двойственность просто как проявление свойств материи. Кванты, введенные Планком, представляют собой дискретные порции энергии, определяемые уравнением (10.1):

$$E = h\nu .$$

Многим показалось невероятным также предположение Бора о том, что энергетические уровни всех веществ характеризуются общими закономерностями, в частном случае каждому фотону сопоставляется электромагнитная волна, при этом амплитуда электромагнитного поля задается функцией $\Psi_E(x, t)$. Электромагнитное поле является источником информации о таких конкретных величинах, как импульс и энергия фотона. В общем случае с любой частицей, будь то фотон или электрон, ассоциируется *волновое поле*, амплитуда которого задается функцией $\Psi(x, t)$, известной как *волновая функция*. Волновое поле служит источником информации о таких величинах, как импульс и энергия частиц, например электронов или α-частиц. Частота и длина волны, ассоциированные с волновым полем, определяются соответственно из соотношений $\nu = E/h$ и $\lambda = h/p$.

14.2. Волновые функции

Интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды волны. Следовательно, интенсивность волнового поля, ассоциированного с частицей, пропорциональна квадрату амплитуды $\Psi(x, t)$. Поскольку волновая функция может быть комплексной (т. е. может содержать комплексные числа вида $a + ib$, где $i = \sqrt{-1}$), интенсивность пропорциональна

$$|\Psi(x, t)|^2 = \Psi^* \Psi , \qquad (14.3)$$

где Ψ^* — функция, комплексно-сопряженная Ψ.

Каков же физический смысл волновой функции? Какие характеристики, описывающие поведение материальных частиц, могут быть найдены с помощью волновой функции? В дальнейшем мы покажем, что волновая функция — это физическое понятие, подобное понятиям электрического или магнитного поля[1]. Волновая функция должна описывать, вообще говоря, местоположение частицы в пространстве-времени, поскольку частица вероятнее всего находится в той области, где интенсивность поля велика. Макс Борн дал следующее определение: волновая функция имеет вероятностную интерпретацию и квадрат ее модуля $|\Psi|^2$ пропорционален вероятности (на единицу длины) нахождения частицы в данной точке пространства в данный момент времени. Вероятность, что частица находится в пределах элемента длины dx, равна:

$$P = \Psi^* \Psi \, dx. \qquad (14.4)$$

Применяя правило нормировки, получаем выражение

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \Psi \, dx = 1 , \qquad (14.5)$$

так как вероятность нахождения частицы во всем пространстве должна быть равна 1 (это характеризует полную достоверность).

В более общем случае $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ и $\Psi^* \Psi \, dx\, dy\, dz$ есть вероятность обнаружения частицы в элементе объема $dv = dx\, dy\, dz$ и

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \Psi \, dv = 1 .$$

Из соотношений неопределенностей следует, что необходимо отказаться от детерминистских принципов, применяемых в классической физике[2]. Действительно, поскольку местоположение и скорость частицы не могут быть измерены одновременно с абсолютной точностью, нельзя предсказать точно ее будущее. Следовательно, в кван-

---

[1] Как понятие волновая функция подобна понятию электромагнитного поля в том смысле, что она характеризует полевую величину. Однако они различны по физическому содержанию. С электромагнитным полем связана распределенная в пространстве плотность электромагнитной энергии, а с волновой функцией — распределенная в пространстве плотность вероятности. — *Прим. ред.*

[2] См. сноску на с. 115. — *Прим. ред.*

товой механике мы не можем говорить о траектории частицы. Единственное, что мы сделаем, — это оценим плотность вероятности $\Psi^* \Psi$ нахождения частицы в данной точке в данный момент времени.

14.3. Уравнение Шредингера

Эрвин Шредингер, исследуя проблемы корпускулярно-волнового дуализма, в основу своих построений положил соотношения де Бройля и Планка: $\lambda = h/p$ и $\nu = E/h$, определив при этом полную энергию частицы как

$$E = \frac{p^2}{2m_0} + U\,. \tag{14.6}$$

В этом уравнении m_0 — масса покоя, $p^2/2m_0 = K$ — классическая кинетическая энергия, p — импульс частицы. Отметим, что это нерелятивистская форма записи энергии и энергия покоя $E_0 = m_0c^2$ не включена в уравнение.

Групповая скорость волнового пакета из уравнения (10.9) определяется как $v_{гр} = d\omega/dk$, где $\omega = 2\pi\nu$ — угловая частота и $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число.

Из уравнений (10.8) и (10.9) также следует, что

$$v_{гр} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp}\,.$$

Если энергия E определяется уравнением (14.6), то групповая скорость равна:

$$v_{гр} = \frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp}\left(\frac{p^2}{2m_0} + U\right) = \frac{p}{m_0} = v\,.$$

Таким образом, по Шредингеру, групповая скорость также равна скорости отдельной частицы. В связи с этим следует отметить, что для фотона групповая скорость равна скорости света c, как было показано в гл. 10.

Покажем, что *фазовая скорость* свободной частицы, по Шредингеру, $v'_ф$ отличается от фазовой скорости, получаемой по теории де Бройля $v_ф$. По де Бройлю,

$$v_ф = \lambda\nu = \frac{h}{p}\frac{E}{h} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v}\,,$$

а из соотношения Шредингера для энергии имеем:

$$v'_ф = \lambda\nu = \frac{hE}{ph} = \frac{E}{p}$$

и

$$v'_ф = \frac{E}{p} = \frac{p^2 2m_0}{p} = \frac{p}{2m_0} = \frac{v}{2}\,.$$

Так как рассматривается случай свободной частицы, потенциальную энергию U мы положили здесь равной нулю[1].

Для «плоской волны» уравнение, объединяющее воедино теорию де Бройля и волновую функцию, известное как **уравнение Шредингера**, имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + U\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}. \qquad (14.7)$$

Несмотря на то что Шредингер при получении своего уравнения пользовался классическими представлениями о «волнах материи», это уравнение нельзя вывести непосредственно из фундаментальных законов классической физики. Уравнение Шредингера, подобно, например, второму закону Ньютона, само по себе является фундаментальным соотношением. Частный вид уравнения (14.7) известен как *общее (или временнóе) уравнение Шредингера*, поскольку потенциальная энергия в общем случае представляет собой функцию координат и времени.

Волновая функция служит как бы полезным инструментом, средством для описания физических явлений. Чтобы выполнить эту роль, волновая функция как решение уравнения Шредингера должна удовлетворять определенным требованиям:

1. Она должна быть совместимой со следующими соотношениями:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad \nu = \frac{E}{h}, \quad E = \frac{p^2}{2m} + U.$$

2. Она должна быть линейной относительно всевозможных решений уравнений Шредингера. Это означает, что если $\Psi_1(x,t)$, $\Psi_2(x,t)$, ..., $\Psi_n(x,t)$ являются решениями уравнения Шредингера, то функция

$$\Psi(x,t) = a_1\Psi_1 + a_2\Psi_2 + \ldots + a_n\Psi_n = \sum_{i=1}^{n} a_i\Psi_i,$$

где $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — некоторые постоянные, представляет также возможную волновую функцию.

3. Функция $\partial\Psi(x,t)/\partial x$ также должна быть линейной.

4. Функция $\Psi(x,t)$, как и ее производная $\partial\Psi(x,t)/\partial x$, должна себя «хорошо вести», т. е. должна быть однозначной, конечной и непрерывной.

5. Если $x \to \pm\infty$, то функция $\Psi(x,t)$ должна стремиться к нулю:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\Psi(x,t) \to 0.$$

В 1925 г. Вернер Гейзенберг на основе матричной алгебры разработал математический метод решения тех же задач квантовой меха-

[1] Различия в выражениях для фазовой скорости по соотношению де Бройля и уравнению Шредингера обусловливаются исключительно тем, что в уравнении Шредингера для свободной частицы под E понимается нерелятивистская кинетическая энергия $mv^2/2$, а в соотношении де Бройля — полная релятивистская энергия mc^2.— *Прим. ред.*

ники, которые решались с помощью волновой механики Шредингера. Теория Гейзенберга была новой и трудной, но уже вскоре было доказано, что оба подхода эквивалентны, хотя и выражаются при помощи разных математических языков.

14.4. Стационарное уравнение Шредингера

Мы начнем с доказательства того, что волновая функция

$$\Psi(x, t) = A\exp[-(i/\hbar)(Et - px)] \tag{14.8}$$

является решением стационарного уравнения Шредингера (14.7) и описывает в рамках квантовой механики движение *свободной* частицы с полной энергией E и импульсом p. Поскольку частица свободная, то и E, и p — постоянные. Они связаны соотношением

$$E = \frac{p^2}{2m} + U = \text{const},$$

которое совпадает с формулой Шредингера для полной энергии частицы (14.6). В нерелятивистском случае масса покоя m и ее потенциальная энергия постоянны. Для частицы, которая движется несвободно в консервативном поле, функция $U = U(x)$ не зависит от времени, и импульс является переменной величиной, хотя полная энергия E постоянна.

Вторая производная уравнения (14.8) по координате x равна:

$$\frac{\partial^2\Psi(x, t)}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2}\Psi(x, t), \tag{14.9}$$

а дифференцирование по времени дает:

$$\frac{\partial\Psi(x, t)}{\partial t} = -i\frac{E}{\hbar}\Psi(x, t). \tag{14.10}$$

Подставляя уравнения (14.9) и (14.10) в зависящее от времени уравнение (14.7), получаем:

$$-\frac{h^2}{2m}\left[-\frac{p^2}{\hbar^2}\Psi(x, t)\right] + U\Psi(x, t) = i\hbar\left[-i\frac{E}{\hbar}\Psi(x, t)\right].$$

После сокращения на общий множитель Ψ и упрощений имеем:

$$E = \frac{p^2}{2m} + U.$$

Таким образом, мы доказали, что уравнение (14.8) является решением общего уравнения Шредингера и представляет собой математическое описание движения свободной частицы.

Представим теперь уравнение (14.8) в виде

$$\Psi = (Ae^{ipx/\hbar})(e^{-iEt/\hbar}), \tag{14.11}$$

где переменные x и t разделены. Если пространственный член равен:

$$\psi(x) = Ae^{ipx/\hbar}, \tag{14.12}$$

то уравнение (14.11) может быть записано в виде

$$\Psi(x, t) = \psi(x) e^{-iEt/\hbar}. \qquad (14.13)$$

Дифференцируя (14.13) дважды по координате x, получаем:

$$\frac{\partial^2\Psi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi(x)}{dx^2} e^{-iEt/\hbar}, \qquad (14.14)$$

а дифференцирование по времени дает:

$$\frac{\partial\Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E\psi(x)e^{-iEt/\hbar} \qquad (14.15)$$

Подставляя соотношения (14.13), (14.14) и (14.15) в уравнение (14.7), получаем:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} e^{-iEt/\hbar} + U\psi(x)e^{-iEt/\hbar} = i\hbar(-\frac{i}{\hbar} E\psi(x) e^{-iEt/\hbar}.$$

Наконец, после сокращений на общий множитель $e^{-iEt/\hbar}$ и некоторых упрощений будем иметь:

$$\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U\psi(x) = E\psi(x); \qquad (14.16)$$

это есть стационарное, или *не зависящее от времени, уравнение Шредингера.* Иногда его записывают в более удобном виде:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi(x) = 0\,.$$

В этом уравнении функция $\psi(x)$ также называется волновой функцией. Потенциальная функция $U(x)$ не содержит время в явном виде, и полная энергия частицы E постоянна.

ЗАДАЧИ

14.1. Волновая функция $\psi(x) = A_n \sin(2n\pi x/L)$ определена только в области $0 \leqslant x \leqslant L$. Используйте это условие нормировки для оценки постоянной A_n.

14.2. Определите постоянную A_n для волновой функции $\Psi(x, t) = A_n \sin\frac{n\pi x}{L} e^{-iE_0t/\hbar}$, которая определена в области $0 \leqslant x < L$.

14.3. Для волновой функции (см. задачу 14.2) вероятность нахождения частицы в области (a, b) $(0 < a \leqslant b \leqslant L)$ равна $\int_a^b \Psi^*\Psi dx$. а) Определите вероятность обнаружения частицы внутри промежутка $0 \leqslant x \leqslant L/4$. б) Чему равна средняя плотность вероятности?

14.4. Докажите, что функция $\Psi(x, t) = Ae^{i/\hbar(p_x x - Et)}$ является решением уравнения Шредингера. Будет ли решением функция $\Psi + \Psi^*$?

14.5. Выясните, является ли решением уравнения Шредингера функция $\Psi(x, t) = A\sin(kx - \omega t)$.

14.6. Будет ли каждая из функций $\Psi_1(x, t) = A_1 e^{-i\omega_1 t}\cos k_1 x$ и $\Psi_2(x, t) = A_2 e^{-i\omega_2 t}\sin k_2 x$ решением уравнения Шредингера?

14.7. Покажите, что для свободной частицы функция $\psi(x, t) = A\cos(kx - \frac{E}{\hbar}t) + iA\sin(kx - \frac{E}{\hbar}t)$, где $k = \sqrt{2mE}/\hbar$, является решением уравнения Шредингера.

14.8. Для электрона с дебройлевской длиной волны, равной 1,0 Å, определите: а) групповую скорость; б) фазовую скорость (по де Бройлю); в) фазовую скорость (по Шредингеру).

Глава 15

УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА (II)

Макс Борн
(1882—1970)

Уроженец Бреслау (ныне Вроцлав), Борн учился и работал в университетах Геттингена, Кембриджа и Эдинбурга. Своими исследованиями Борн внес существенный вклад в развитие квантовой механики, а также теории строения атома и кинетической теории газов. Совместно с Оппенгеймером разработал теорию строения двухатомных молекул. Активный борец за мир, Борн выступал против использования научных достижений в военных целях. В 1954 г. получил Нобелевскую премию за статистическую интерпретацию волновых функций.

15.1. Гамильтониан

В предыдущей главе мы получили уравнение Шредингера (14.16) в форме, не содержащей в явном виде зависимость от времени:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + U\psi = E\psi\,, \tag{15.1}$$

где $\psi = \psi(x)$ — волновая функция, $U = U(x)$ — потенциальная энергия и E — полная энергия. Уравнение справедливо только для консервативных полей, т. е. таких полей, для которых полная энергия

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U = \text{const} \tag{15.2}$$

сохраняется неизменной в процессе движения.

Если выразить кинетическую энергию не через скорость v, а через импульс p, то уравнение (15.2) примет следующий вид:

$$H = \frac{p^2}{2m} + U = E = \text{const}\,. \tag{15.3}$$

В классической механике функция $H(p, x)$ называется *гамильтонианом* системы. Уравнение (15.1), поскольку оно содержит только функции, зависящие от координат, обычно называют стационарным или *не зависящим от времени* волновым уравнением Шредингера. Здесь полезно вспомнить картину какой-либо стоячей волны. Если в частном случае уравнение (15.1) имеет решение $\psi = \psi(x)$, то мы можем предположить, что при отражении волны тем или иным способом «назад и вперед» возникает стоячая волна. При этом поверхности, от которых происходит отражение волны ψ, пересекают ось x в двух

фиксированных точках. Частица (поведение которой можно описать этой функцией) должна упруго отскакивать от двух таких стенок, будучи запертой между ними. Можно, очевидно, также получить систему стоячих волн, амплитуда которых затухает со временем. В этом случае лучше использовать общее уравнение (14.7):

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + U\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}, \tag{15.4}$$

но с волновой функцией, записанной в виде (14.13):

$$\Psi(x,t) = \psi(x)\,e^{-iEt/\hbar}, \tag{15.5}$$

т. е. с разделением переменных x и t.

Если частица движется в консервативном поле сил, то потенциальная функция $U = U(x)$ не зависит от времени, полная энергия $H = p^2/2m + U = E$ постоянна и следует использовать уравнение (15.1). В частном случае для свободной частицы $U(x)$ есть величина постоянная, которую можно произвольно положить равной нулю.

15.2. Операторы

Различные виды волнового уравнения, которые мы рассматривали выше, могут быть записаны в более удобной форме с помощью операторов. В общем случае *оператор* — это некоторое правило, согласно которому каждой функции, заданной в некоторой области, ставятся в соответствие новые функции, заданные в той же области. Например, число 2, выступая в роли множителя, преобразует каждое значение функции, заданной на некотором промежутке, удваивая его, причем область определения остается неизменной. В этом случае говорят, что 2 есть *арифметический оператор. Дифференциальный оператор* $\frac{d}{dx}$, примененный к функции $f(x)$ в обычном смысле, преобразует каждое значение $f(x)$ в значение ее производной: $(d/dx)f(x) = f'(x)$.

Рассмотрим теперь стационарное уравнение (15.1). Перепишем его в следующем виде:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + U\right)\psi = E\psi. \tag{15.6}$$

Выражение, стоящее в скобках, можно определить теперь как оператор

$$\mathrm{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + U, \tag{15.7}$$

который называется *оператором Гамильтона* ввиду его сходства с *функцией Гамильтона* в классической механике (см. уравнение 15.3). Стационарное уравнение (15.6) можно записать теперь в следующем виде:

$$\mathrm{H}\psi = E\psi. \tag{15.8}$$

Функция ψ в этом уравнении не может быть сокращена, поскольку H не является простым скалярным множителем в отличие от значения энергии E. Уравнение (15.8) следует понимать так: оператор H, действующий на функцию ψ, равен полной энергии, умноженной на функцию ψ.

Для трехмерного случая уравнение (15.1) принимает вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right)+U\psi=E\psi, \qquad (15.9)$$

где $\psi=\psi(x, y, z)$, $U=U(x, y, z)$, и оператор Гамильтона для трехмерной задачи запишется как

$$\mathrm{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)+U. \qquad (15.10)$$

Сравним теперь уравнения (15.3) и (15.6). Они одинаковы, но при условии, что обе части уравнения (15.3) мы будем понимать как операторы, каждый из которых действует на волновую функцию ψ, а также если импульс p, содержащийся в уравнении (15.3), определяется как оператор

$$\mathrm{p}=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{dx}. \qquad (15.11)$$

При переходе к более общему трехмерному оператору (15.10) мы должны использовать дифференциальный оператор в частных производных, чтобы с его помощью представить компоненты импульса $\vec{p}$; например, x-компоненте будет отвечать дифференциальный оператор

$$\mathrm{p}_x=\frac{\hbar}{i}\frac{d}{\partial x}. \qquad (15.12)$$

Две другие компоненты оператора импульса запишутся в виде

$$\mathrm{p}_y=\frac{\hbar}{i}\frac{d}{\partial y} \quad \text{и} \quad \mathrm{p}_z=\frac{\hbar}{i}\frac{d}{\partial z}.$$

Возвращаясь теперь к общему одномерному уравнению Шредингера (15.4), мы можем, используя простые алгебраические преобразования, записать:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+U\Psi=-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi}{\partial t}, \qquad (15.13)$$

или

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial}{\partial x^2}+U\right)\Psi=-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi}{\partial t}. \qquad (15.14)$$

Но $\mathrm{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial}{\partial x^2}+U$ — оператор Гамильтона, следовательно, общее уравнение Шредингера может быть записано в более сокращенном виде:

$$\mathrm{H}\Psi=-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi}{\partial t}. \qquad (15.15)$$

Сравнивая уравнения (15.8) и (15.15), мы можем теперь записать выражение для оператора, отвечающего энергии:

$$E = -\frac{\hbar}{i}\frac{d}{\partial t}. \tag{15.16}$$

Таким образом, с помощью операторов общее уравнение Шредингера может быть записано в виде

$$H\Psi = E\Psi. \tag{15.17}$$

Легко заметить, что это уравнение очень похоже на стационарное уравнение (15.8).

Еще раз напомним, что функцию $\Psi(x, t)$ в уравнении (15.17) нельзя сократить, поскольку смысл уравнения заключается в следующем: **оператор H, действующий на функцию Ψ, равен оператору E, действующему на функцию Ψ, т. е. H и E не являются простыми скалярными множителями.**

Если общее уравнение Шредингера (15.15) описывает движение свободной частицы, которая не испытывает действия каких-либо сил, то полная энергия E может принимать любые значения. Это находит выражение в бесконечно большом числе возможных решений $\Psi_i(x, y, z, t)$ волнового уравнения. Если свободная частица заключена в некотором конечном объеме, ограниченном упругими стенками, то следует рассматривать это как стационарный случай и использовать уравнение $H\psi = E\psi$, где $\psi(x, y, z)$ является функцией только координат. В этом случае допустимы не любые, а только некоторые значения энергии E_i, и эти значения соответствуют определенным решениям $\psi_i(x, y, z)$ волнового уравнения. Последние тождественны решениям, описывающим систему стоячих волн, когда каждая длина волны и каждая частота соответствуют какому-то определенному решению ψ_i. Допустимые решения ψ_i часто называют *собственными функциями*, а соответствующие значения энергий E_i — *собственными значениями*.

15.3. Потенциальная яма

В качестве простого примера применения стационарного уравнения Шредингера рассмотрим частицу, попавшую в *потенциальную яму* бесконечной глубины. Пусть внутри этой ямы, изображаемой конечной областью на оси x, потенциальная энергия равна нулю, а вне ее возрастает до бесконечности (рис. 15.1). Наглядно это можно представить, рассматривая движение частицы вдоль оси x внутри «ящика» с бесконечно твердыми, совершенно жесткими стенками, от которых частица упруго отскакивает.

Потенциальная энергия в нашей задаче должна удовлетворить следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} &U = 0 \text{ при } 0 < x < L, \\ &U = \infty \text{ при } x \leqslant 0, \\ &U = \infty \text{ при } x \geqslant L. \end{aligned} \tag{15.18}$$

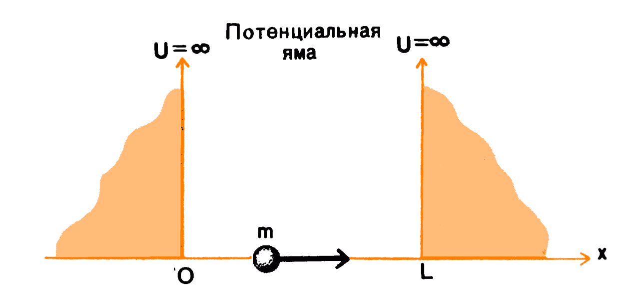


Рис. 15.1

При такой формулировке задачи частица находится внутри ящика, и только внутри его, и за пределы ящика выйти она не может. На волновую функцию накладываются при этом следующие условия:

$$\psi(x) = 0 \text{ при } \begin{cases} x \leqslant 0 \\ x \geqslant L \end{cases} \tag{15.19}$$

и

$$\int_0^L \psi^* \psi \, dx = 1.$$

Так как неизвестно, где точно находится частица внутри ящика в каждый момент времени, нельзя использовать величины, зависящие от времени. Применим стационарное уравнение Шредингера (15.1). Полагая в соответствии с условиями (15.18) $U = 0$, получим:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) = E\psi(x).$$

Это уравнение можно записать в виде

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \alpha^2\psi = 0, \tag{15.20}$$

где

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}. \tag{15.21}$$

Уравнение (15.20) характеризует положение частицы внутри ящика. Оно имеет решение:

$$\psi(x) = Ae^{+i\alpha x} + Be^{-i\alpha x}, \tag{15.22}$$

которое представляет собой суперпозицию двух волн в ящике, распространяющихся в противоположных направлениях вдоль оси x. Тем самым волновая функция представлена в виде стоячих волн, если только соблюдены соответствующие граничные условия (наличие идеально твердых стенок). Полезно проверить, что функция (15.22) действительно является решением уравнения Шредингера (15.20).

Для определения постоянных A и B в уравнении (15.22) следует использовать граничные условия (15.19). При $x = 0$ имеем: $\psi(x) = 0$,

и уравнение (15.22) принимает вид:

$$0 = A + B$$

и

$$A = -B.$$

Следовательно,

$$\psi(x) = A(e^{i\alpha x} - e^{-i\alpha x}).$$

С помощью формулы Эйлера эту функцию можно привести к виду:

$$\psi(x) = 2iA \sin \alpha x.$$

Второе граничное условие (при $x = L$ $\psi(x) = 0$) дает:

$$0 = 2iA \sin \alpha L,$$

и поскольку $A \neq 0$, то $\sin \alpha L = 0$, а значит, $\alpha L = n\pi$ и $\alpha = n\pi / L$ при $n = 1, 2, 3, \dots$.

Подставляя полученное для α выражение в уравнение (15.21), находим формулу для энергии:

$$E_n = \frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots . \tag{15.23}$$

Частица может иметь только те значения энергии, которые определяются соотношением (15.23). Об этой ситуации говорят, что **энергия квантуется на дискретные значения, или уровни**, и что частица находится в каком-то одном из множества дискретных состояний, доступных для нее. Разумеется, она может иметь в какой-либо момент времени только одно значение энергии из всех возможных. Чтобы частица перешла на другой уровень, она должна получить или потерять некоторое количество энергии. В обоих случаях количество энергии, полученное или потерянное, должно быть достаточным, чтобы перевести частицу в какое-либо другое возможное состояние.

Отметим также, что частица не может иметь энергию, равную нулю. Наименьшее возможное значение E_1 энергии получается, если в уравнении (15.23) положить $n = 1$:

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}. \tag{15.24}$$

Другие значения энергии будут равны $4E_1$, $9E_1$, $16E_1$, ... , соответственно для $n = 2, 3, 4, \dots$. При этом минимальное значение E_1 существенно отлично от нуля.

Значение E_1, определяемое соотношением (15.24), принимается за *нулевую энергию*. Иначе говоря, частица не может иметь энергию, равную нулю[1]. Это заключение противоречит классической механике и вытекает из соотношения неопределенностей, что становится ясным из следующих рассуждений. Поскольку частица зажата в области,

---

[1] **Энергия формульно равна нулю при $n = 0$, но состояние с $n = 0$ невозможно, так как в этом случае $|\psi|^2 = 0$, что означало бы отсутствие частицы в потенциальном ящике. — *Прим. ред.***

на границах которой потенциал бесконечен, то ее положение известно с неточностью $\Delta x \approx L$. Следовательно, из соотношения неопределенностей Гейзенберга неточность в определении импульса должна быть $\Delta p \geqslant \hbar / L$. Таким образом, энергия никогда не может быть равна нулю, поскольку это потребовало бы выполнения условия: $\Delta p = 0$.

Значения импульса, сопряженные с каждым из допустимых значений E_n, можно найти из соотношения

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = \frac{p_n^2}{2m},$$

откуда

$$p_n = \frac{n\pi\hbar}{L}, \quad n = 1, 2, 3 \ldots . \tag{15.25}$$

Таким образом, импульс также квантуется, принимая дискретные допустимые значения[1]. Еще раз отметим, что размеры потенциального ящика должны быть очень малыми. Читателю предоставляется возможность самому убедиться в том, что правая часть равенства (15.23) имеет размерность энергии, а равенства (15.25) — импульса.

Выражение для волновой функции теперь можно записать в виде

$$\psi = 2iA \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right),$$

откуда

$$\psi^* = -2iA \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right)$$

и плотность вероятности оказывается равной

$$\psi^* \psi = 4A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L} x\right). \tag{15.26}$$

Используя условие нормирования (14.5), которое выражает достоверность обнаружения частицы где-нибудь внутри потенциального ящика, имеем:

$$\int_0^L \psi^*(x)\, \psi(x)\, dx = \int_0^L 4A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx = 1.$$

Последующее интегрирование дает:

$$4A^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi}{L} x\right) dx = 2A^2 \left[x - \frac{L}{2n\pi} \sin\left(\frac{2n\pi}{L} x\right)\right]_0^L = 2A^2 L.$$

---

[1] Это утверждение неправильно. Формула $E = p^2/2m$, связывающая импульс и энергию, справедлива лишь для свободных частиц. В потенциальной яме частица не свободна, и это соотношение для нее применять нельзя. В каждом стационарном состоянии имеется определенное непрерывное распределение вероятностей различных значений импульса. А это и означает, что импульс в стационарном состоянии частицы в потенциальной одномерной яме не имеет какого-то конкретного постоянного значения. — *Прим. ред.*

Приравнивая полученное выражение к единице, мы можем найти постоянную A: $A = 1/\sqrt{2L}$. Нормированные собственные функции, следовательно, будут равны:

$$\psi_n(x) = i\frac{2}{\sqrt{2L}}\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right),$$

или

$$\psi_n(x) = i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right). \qquad (15.27)$$

Таким образом, для рассматриваемого случая, когда частица находится в потенциальной яме бесконечной глубины (в ящике с абсолютно жесткими и идеально отражающими стенками), вероятность обнаружения ее внутри малого интервала, заданного значениями $x_1 = a$ и $x_2 = b$ и расположенного полностью внутри ящика, равна:

$$\int_a^b \psi^*\psi\,dx = \int_a^b \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right)dx. \qquad (15.28)$$

Результаты решения задачи для частицы, находящейся внутри потенциального ящика, обобщены в табл. 15.1.

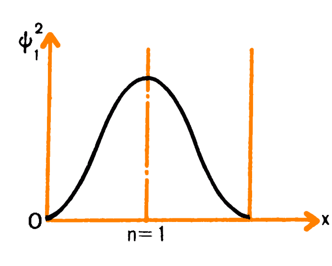
Таблица 15.1

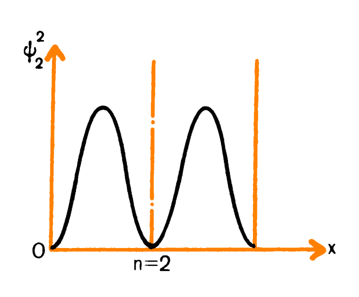
n	Собственная функция $\psi(x)$	Плотность вероятности $\psi^*\psi$	Собственное значение энергии E_n
1	$i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{\pi x}{L}$	$\frac{2}{L}\sin^2\frac{\pi x}{L}$	$\frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$
2	$i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{2\pi x}{L}$	$\frac{2}{L}\sin^2\frac{2\pi x}{L}$	$\frac{4\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$
3	$i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{3\pi x}{L}$	$\frac{2}{L}\sin^2\frac{3\pi x}{L}$	$\frac{9\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$
4	$i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{4\pi x}{L}$	$\frac{2}{L}\sin^2\frac{4\pi x}{L}$	$\frac{16\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$i\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{n\pi x}{L}$	$\frac{2}{L}\sin^2\frac{n\pi x}{L}$	$\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$

На рисунке 15.2 представлены графики распределения плотности вероятности (вероятность на единицу длины) при $n = 1, 2, 3$. Для собственной функции при $n = 1$ вероятность обнаружения частицы в точке $x = L/2$ больше, чем вероятность обнаружения в каком-либо другом месте.

Отметим, однако, что для собственной функции при $n = 2$ вероятность обнаружения частицы в точке $x = L/2$ равна нулю. Таким

образом, если частица занимает энергетический уровень F_2, то она может находиться в точке $x = L/2$.





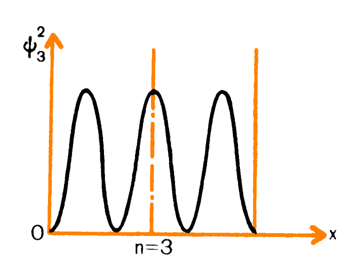


Рис. 15.2

ЗАДАЧИ

15.1. Пусть частицей является электрон, помещенный в ящик длиной $L = 2{,}0$ Å. Используя соотношения, полученные в разделе 15.3, определите: а) наименьшее возможное значение энергии E_1, которую может иметь частица (в электронвольтах); б) разность между наименьшей энергией E_1 и следующим, более высоким значением энергии E_2, т. е. $\Delta E = E_2 - E_1$; в) длину волны фотона с энергией ΔE.

15.2. Для электрона, помещенного в ящик длиной $L = 2{,}0$ Å, вычислите: а) наименьшее значение импульса; б) неточность в определении импульса электрона, находящегося внутри ящика (в процентах).

15.3. Песчинка массой $1{,}0 \cdot 10^{-7}$ кг помещена в потенциальную яму, длина которой $L - 1{,}0$ мм. Определите: а) наименьшую энергию E_1 (в электронвольтах); б) разность энергии $\Delta E = E_2 - E_1$. Сравните это значение со значением, полученным в задаче 15.1.

15.4. Найдите приближенное значение n: а) для электрона, находящегося в ящике длиной $L = 5{,}0$ Å и движущегося со скоростью $7{,}3 \cdot 10^6$ м/с; б) молекулы кислорода ($m = 5{,}3 \cdot 10^{-26}$ кг), помещенной в ящик длиной 10 000 Å и движущейся со скоростью 460 м/с; в) для частицы массой $1{,}0 \cdot 10^{-6}$ кг, находящейся в ящике длиной $L = 1{,}0$ мм и движущейся со скоростью 0,0010 м/с.

15.5. Для потенциальной ямы бесконечной глубины, используя уравнение (15.27), определите вероятность обнаружения электрона при заданных ниже условиях:

Квантовое число n	1	1	2	2
Интервал	$0 \to \frac{1}{2} L$	$\frac{1}{4} L \to \frac{3}{4} L$	$0 \to \frac{1}{2} L$	$\frac{1}{4} L \to \frac{3}{4} L$

Найдите плотность вероятности, соответствующую точкам, лежащим в середине интервалов при заданных квантовых числах.

Глава 16

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

Вернер Карл Гейзенберг
(1901—1976)

Родился в Вюрцбурге (Германия). Учился в Мюнхенском университете у Арнольда Зоммерфельда. В течение трех лет работал в Копенгагене вместе с Нильсом Бором, а позднее стал директором Физического института им. Макса Планка в Геттингене. Гейзенберг — один из создателей квантовой механики (1925). В 1927 г. Гейзенберг сформулировал принцип неопределенности, согласно которому, чем меньше пространство, занимаемое электроном, тем больше должна быть его энергия. За создание квантовой механики в матричной форме Гейзенбергу в 1932 г. была присуждена Нобелевская премия по физике.

16.1. Классический гармонический осциллятор

Классическая механика представляет собой частный случай более общей квантовой механики. Самый простой, но замечательный пример различия между двумя механиками дает рассмотрение теории гармонического осциллятора. Проблема идеального гармонического осциллятора — одна из тех немногих задач, которая может быть в аналитическом виде решена с помощью уравнения Шредингера. Результаты, получаемые при решении этой проблемы, могут быть эффективно использованы для рассмотрения в первом приближении такой сложной задачи, как задача о колебательной энергии молекул. (Строго говоря, единственной моделью, которая может быть описана точно методами квантовой механики, является модель свободной частицы.)

Ознакомимся с решением задачи о гармоническом осцилляторе в рамках классической механики. Пусть частица массой m (рис. 16.1) совершает простое гармоническое колебание, смещаясь на расстояние x от положения равновесия. Частица движется под действием силы

$$F = -kx, \tag{16.1}$$

где k — постоянная и F — абсолютное значение вектора, направленного всегда в сторону фиксированной нулевой точки. Применив второй закон Ньютона, это уравнение можно записать в

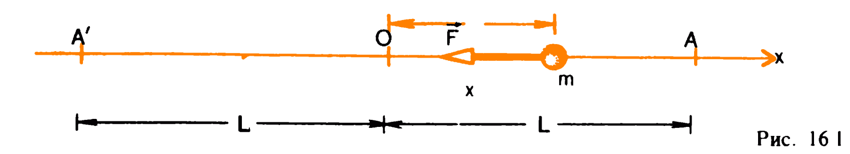


Рис. 16.1

следующем виде:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx, \tag{16.2}$$

или

$$m\frac{dx}{dt}\frac{d^2x}{dt^2}dt = -kxdx.$$

Последующее интегрирование дает:

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{const} = E. \tag{16.3}$$

Первый член — это кинетическая энергия частицы:

$$K = \frac{1}{2}mv^2, \tag{16.4}$$

второй член — ее потенциальная энергия:

$$U = \frac{1}{2}kx^2. \tag{16.5}$$

Таким образом, полная механическая энергия системы постоянна:

$$K + U = E = \text{const}. \tag{16.6}$$

При любом конечном значении энергии частица будет совершать колебательное движение между двумя точками, например A (с координатой $x = L$) и A' ($x = -L$). Поскольку E может принимать любое значение, зависящее от x и v, спектр допустимых значений E непрерывен.

Вводя обозначение

$$\omega^2 = \frac{k}{m}, \tag{16.7}$$

можно уравнение (16.2) переписать в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0. \tag{16.8}$$

Это уравнение удивительно похоже на волновое уравнение (15.20). Его решение по аналогии с решением уравнения (15.20) можно записать в следующей форме:

$$x = Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t}. \tag{16.9}$$

Значения постоянных A и B могут быть определены, исходя из начальных значений координат и скорости частицы. Это решение, применив формулу Эйлера, можно преобразовать к виду:

$$x = C\cos\omega t + D\sin\omega t. \tag{16.10}$$

Полученное соотношение представляет собой уравнение движения, определяющее положение частицы в зависимости от времени. Ско-

рость частицы в любой момент времени равна:

$$v = \frac{dx}{dt} = -C\omega \sin \omega t + D\omega \cos \omega t. \qquad (16.11)$$

Пусть частица находится в точке $x = L$ в момент времени $t = 0$ и имеет в этот момент времени скорость $v = 0$. При таких начальных условиях из уравнений (16.10) и (16.11) имеем: $C = L$ и $D = 0$. Можно теперь записать оба эти уравнения в окончательном виде:

$$x(t) = L \cos \omega t \qquad (16.12)$$

и

$$v(t) = -L\omega \sin \omega t. \qquad (16.13)$$

Полная энергия равна:

$$E = \frac{1}{2} m L^2 \omega^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} k L^2 \cos^2 \omega t. \qquad (16.14)$$

Максимальную скорость $v_{max} = \omega L$ частица будет иметь в момент прохождения через положение равновесия, т. е. в точке $x = 0$. В этой точке потенциальная энергия равна 0, а полная энергия

$$E = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 L^2. \qquad (16.15)$$

Когда частица находится в крайних положениях A или A', кинетическая энергия ее равна нулю, так как скорость $v = 0$. Полная энергия в этом случае определяется только потенциальной энергией, следовательно,

$$E = \frac{1}{2} k x_{max}^2 = \frac{1}{2} k L^2. \qquad (16.16)$$

16.2. Гармонический осциллятор в квантовой механике

Рассмотрение той же самой механической системы методами квантовой механики сводится к решению соответствующего уравнения Шредингера. Мы должны, следовательно, составить уравнение, описывающее тот же гармонический осциллятор, классическое решение для которого было найдено выше. При этом, однако, необходимо учесть, что волновая функция не локализована в какой-либо точке на оси x, поэтому определить точное местоположение частицы в любой заданный момент времени невозможно. Произведение $\psi^*\psi$ дает плотность вероятности обнаружения частицы в любой малой области dx на оси x. Таким образом, уравнение, в котором сила является функцией местоположения частицы, не может быть применено для решения задачи, как это было сделано нами для классического осциллятора, когда мы использовали уравнение (16.1). И в самом деле, для квантовомеханической модели понятие силы теряет свой смысл, хотя мы и можем по-прежнему оперировать такими понятиями, как импульс и энергия. Из тех же соображений следует, что мы не сможем получить соотношения, подобные уравнениям (16.12) и (16.13) для классического осциллятора, которые бы описывали положение частицы и ее скорость как функции времени.

Можно, однако, рассмотреть энергию системы, так как эта величина и в классической, и в квантовомеханической задачах выражается через потенциальную энергию как функцию координаты x. В классическом случае выражение для потенциальной энергии в уравнении (16.5) было получено нами из выражения для действующей силы с помощью второго закона Ньютона. Но при квантовомеханическом подходе потенциальная энергия

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (16.17)$$

представляет собой исходную и основную величину, характеризующую механическую систему. Это обстоятельство по-новому ставит перед нами задачу определения функции $U(x)$.

Вспомним, что в классическом случае уравнение (16.16) было получено в предположении, что частица имеет максимальное смещение $L = x_{max}$ и полная энергия при этом максимальном смещении равна потенциальной энергии частицы. Это, однако, нельзя использовать для выражения x_{max} через полную энергию. Поэтому, если не наложить на функцию $U(x)$ новых условий, область ее определения будет расширена до $x = \pm\infty$. Это вовсе не означает, что при этом получается волновая функция ψ; имеющая конечное значение на бесконечности, поскольку ее нельзя нормировать и определить с ее помощью вероятность обнаружения частицы в конечных областях пространства. Таким образом, на волновую функцию налагается следующее условие: $\psi(x) \to 0$ при $x \to \pm\infty$.

Теперь картина движения частицы уже не похожа на прежнюю, когда частица колеблется около некоторой точки под действием упругой силы, абсолютное значение которой пропорционально смещению частицы относительно положения равновесия. Эта картина скорее напоминает систему волн, заключенную в своего рода потенциальную «кастрюлю» или «яму», форма которой определяется уравнением (16.17). При этом можно будет вычислить вероятность обнаружения частицы в различных областях как внутри, так и вне ямы и ответить на вопрос, чему равна энергия частицы при всевозможных условиях, задаваемых формой ямы. Что касается системы волн, которая ограничена каким-либо способом со всех сторон, то, очевидно, мы имеем здесь не что иное, как систему стоячих волн внутри ямы.

Следовательно, задача заключается в том, чтобы найти ψ_n — *собственные функции*, представляющие собой различные возможные системы стоячих волн, а также в том, чтобы определить соответствующие энергии E_n, т. е. *собственные значения*.

Рассмотренная нами модель линейного гармонического осциллятора легко обобщается на случай с любым числом измерений и является наиболее характерной из задач на потенциальную яму, которые часто встречаются в квантовой механике.

Если форма потенциальной ямы определяется потенциальной энергией, связанной с классическим гармоническим осциллятором:

$U = \frac{1}{2}kx^2$, то уравнение Шредингера принимает следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{kx^2}{2}\psi = E\psi. \qquad (16.18)$$

Интересно отметить, что это волновое уравнение и способ его решения были хорошо известны математикам еще до того, как физики применили их к реальным физическим системам. Подробное решение волнового уравнения достаточно утомительно и выходит за рамки нашего изложения, поэтому мы сразу перейдем к рассмотрению уже полученных собственных значений и собственных функций[1].

Собственные значения (допустимые значения полной энергии) определяются формулой

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega = (n + \frac{1}{2})h\nu, \qquad (16.19)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ и $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$. Этот спектр значений энергии является дискретным в отличие от сплошного спектра, полученного в классической механике. Разность между энергетическими уровнями в этом спектре равна $h\nu$.

В каком же смысле в этом случае можно рассматривать классическую механику как частный случай более общей квантовой механики? Ответ на этот вопрос можно дать, рассмотрев конкретный пример. Предположим, что мы имеем дело с такими музыкальными механическими устройствами, как тарелки, или органная труба, или камертон. Тогда частота получаемых с их помощью звуковых колебаний будет лежать где-то в области 100—10 000 Гц, а энергия колебательной системы может быть порядка нескольких джоулей. Разность между допустимыми энергетическими уровнями для таких устройств также будет равна $h\nu$, и, поскольку $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, разность между уровнями оказывается в пределах 10^{-30} Дж. В сравнении с полной энергией разность между уровнями настолько мала, что практически она близка к нулю, поэтому спектр допустимых тонов будет практически сплошным.

Однако в мире атомов и ядер частоты могут значительно превосходить 10^{12} Гц, а энергия системы оказывается равной 10^{-24} Дж и менее. В этих случаях разность между уровнями ($h\nu = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с × × 10^{12} $c^{-1} = 6{,}626 \cdot 10^{-22}$ Дж) ярко выражена, и спектр допустимых энергетических уровней становится заметно дискретным. Следует помнить, что подобные дискретные энергетические спектры могут быть получены, только если квантовомеханическая система как-либо ограничена. «Свободная» же частица, т. е. такая частица, которая находится вне силовых полей в области постоянной потенциальной энергии, может иметь любое значение энергии, и, таким образом, у нее действительно сплошной энергетический спектр.

---

[1] Подробное решение задачи о гармоническом осцилляторе читатель может найти в кн.: Шпольский Э. В. Атомная физика. М., 1974, т. 1. — *Прим. ред.*

Из задачи о квантовомеханическом осцилляторе можно сделать еще один удивительный вывод, а именно энергия осциллятора *не может* обратиться в нуль. Из уравнения (16.19) следует, что наименьшее значение энергии E не равно нулю и так называемая *нулевая энергия* равна $\frac{1}{2}h\nu$. (Аналогичная ситуация уже обсуждалась в гл. 15 в связи с уравнением 15.23.)

В табл. 16.1 приводятся некоторые собственные значения энергии E_n и соответствующие собственные функции ψ_n гармонического осциллятора для различных значений n.

Таблица 16.1

n	Собственные значения энергии E_n	Нормированные собственные функции $\psi_n(x)$
0	$E_0 = \frac{1}{2}h\nu$	$\Psi_0 = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} e^{-\alpha^2x^2/2}$
1	$E_1 = \frac{3}{2}h\nu$	$\Psi_1 = \left(\frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} 2\alpha x e^{-\alpha^2x^2/2}$
2	$E_2 = \frac{5}{2}h\nu$	$\Psi_2 = \left(\frac{\alpha}{8\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} (4\alpha^2x^2-2)\, e^{-\alpha^2x^2/2}$
3	$E_3 = \frac{7}{2}h\nu$	$\Psi_3 = \left(\frac{\alpha}{48\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} (8\alpha^3x^3-12\alpha x) e^{-\alpha^2x^2/2}$
⋮	⋮	⋮
n	$E_n = (n+\frac{1}{2})h\nu$	$\Psi_n = \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}\,2^n n!}\right)^{1/2} \cdot H_n(\alpha x)\, e^{-\alpha^2x^2/2}$, где $\alpha^2 = \frac{4\pi^2 m\nu}{h}$ и $H_{n+1} = 2(\alpha x)H_n - 2nH_{n-1}$

Полиномы

$$H_0 = 1,$$
$$H_1 = 2\alpha x,$$
$$H_2 = 4\alpha^2x^2 - 2,$$
$$H_3 = 8\alpha^3x^3 - 12\alpha x,$$
$$\vdots$$
$$H_n = (-1)^n e^{\zeta^2}\frac{d^n}{d\zeta^n}(e^{-\zeta^2}),$$

где $\zeta = \alpha x$, входящие в соответствующие собственные функции, называются *полиномами Эрмита* и рассматриваются во многих учебниках математики.

Плотность вероятности обнаружения частицы в данной области на оси x определяется произведением $\psi^*\psi$ или в обычных обозначениях как $|\psi|^2$. Распределение плотности вероятности для некоторых значений допустимых энергий показано на рисунке 16.2, на котором изображен график потенциальной функции $U(x)$ линейного гармонического осциллятора. Точки A и A', B и B' и т. д. представляют собой те точки, где потенциальная энергия равна допустимой полной энер-

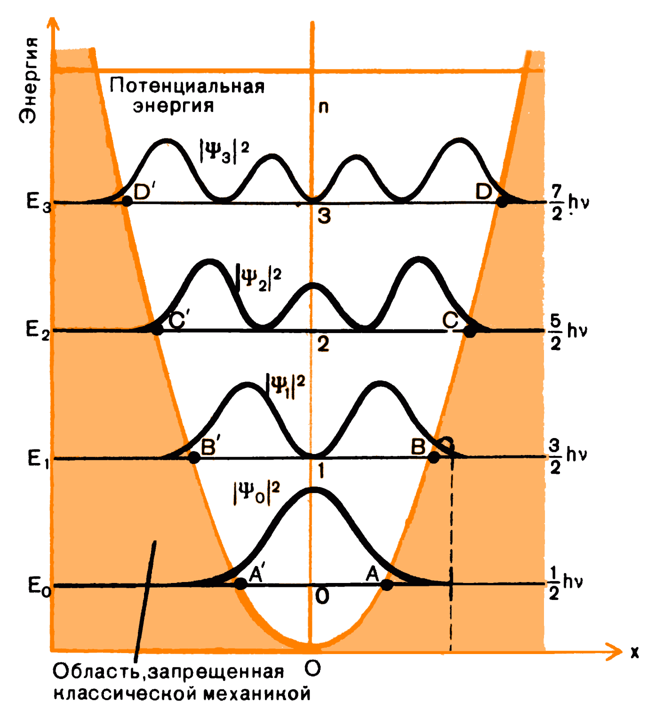


Рис. 16.2

гии для данного значения квантового числа *n*. Классический осциллятор в соответствии с уравнением (16.16) не может выйти «за пределы» этих точек. Для квантового осциллятора плотность вероятности имеет конечные значения и за этими крайними точками, т. е. имеется небольшая, но конечная вероятность обнаружить частицу в областях за пределами потенциальной ямы.

16.3. Туннельный эффект

Как показано на рисунке 16.2, волновая функция отлична от нуля вне потенциальной ямы. Это означает, что вероятность найти частицу за классическими пределами, т. е. за пределами потенциальной ямы, имеет конечное значение. Плотность вероятности внутри потенциальной ямы образуется от системы стоячих волн, описываемых функцией ψ для каждого допустимого уровня энергии. Поскольку стоячая волна возникает как результат наложения двух волн, проходящих в противоположных направлениях между отражающими поверхностями, мы можем рассматривать волновую функцию на любой из стенок как состоящую из падающей и отраженной волн. В этом случае волна проникает на небольшое расстояние внутрь стенки, и отражение происходит как внутри слоя конечной толщины, так и от поверхности самой стенки.

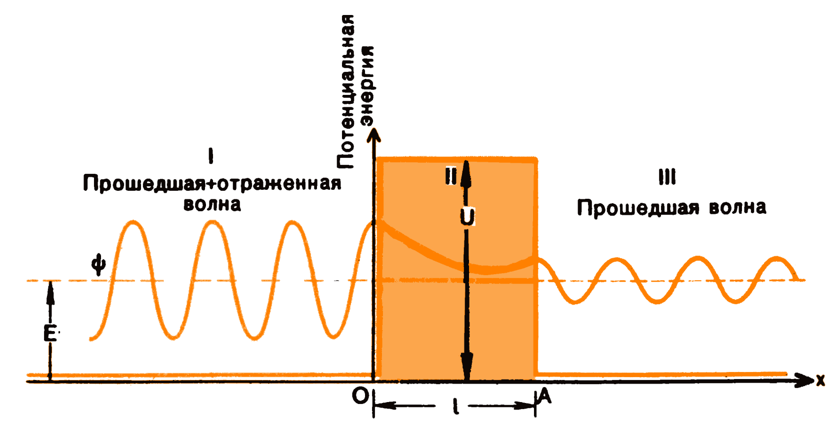


Рис. 16.3

Предположим теперь, что стенка в области проникновения волновой функции очень тонкая; иначе говоря, потенциальная функция резко уменьшается до нуля сразу же за точкой A, или B, или C так, как это показано пунктирной линией вблизи точки B (см. рис. 16.2). Тогда волновая функция может иметь конечную амплитуду в этой точке. Что же происходит с ней чуть дальше?

Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим упрощенную модель, используя понятие тонкой потенциальной стенки — *потенциального барьера*. Пусть это будет небольшая область на оси x, на границах которой потенциал делает резкие скачки: один — от нуля до конечного значения U, другой — от U до нуля. На рисунке 16.3 изображен потенциальный барьер ($U > E$); первый скачок происходит в точке $x = 0$ — исходной точке, второй — в точке $x = A$. В результате ось x делится на три области:

область I: $x < 0$, $U_{\text{I}} = 0$;
область II: $0 < x < l$, $U_{\text{II}} = U \neq 0$;
область III: $x > l$, $U_{\text{III}} = 0$.

Пусть волна падает на барьер слева. Барьер построен нами так, что его толщина мала по сравнению с глубиной проникновения волны, поэтому в области III справа волна должна иметь некоторую конечную амплитуду.

На рисунке 16.3 мы изобразили один из энергетических уровней, указанных для гармонического осциллятора (см. рис. 16.2). Отметим, что полная энергия уровня (скажем, E_1) меньше высоты барьера, который мы огибаем вблизи точки x, лежащей чуть правее точки B, как показано пунктирной линией. Максимальная потенциальная энергия барьера больше полной энергии частицы на этом уровне, но вместе с тем мы уже сказали, что волновая функция имеет конечную амплитуду за пределами барьера. Это означает, что вероятность обнаружения частицы за пределами барьера конечна, даже если полная

ее энергия меньше высоты барьера. Конечную амплитуду волновой функции в области III мы должны изобразить так, как это показано на рисунке 16.3. Обозначив волновые функции в области I, II и III ψ_1, ψ_2, ψ_3, перепишем уравнения Шредингера следующим образом:

$$\text{область I:} \quad -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_1}{dx^2} = E\psi_1, \text{ так как } U_I = 0;$$

$$\text{область II:} \quad -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + U\psi_2 = E\psi_2, \text{ так как } U_{II} = U; \quad (16.20)$$

$$\text{область III:} \quad -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_3}{dx^2} = E\psi_3, \text{ так как } U_{III} = 0.$$

Преобразуя эти уравнения и определяя величины α^2 и β^2 как

$$\alpha^2 = \frac{2m}{\hbar^2}E \text{ и } \beta^2 = \frac{2m(U-E)}{\hbar^2},$$

получаем:

$$\text{область I:} \quad \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \alpha^2\psi_1 = 0;$$

$$\text{область II:} \quad \frac{d^2\psi_2}{dx^2} - \beta^2\psi_2 = 0; \quad (16.21)$$

$$\text{область III:} \quad \frac{d^2\psi_3}{dx^2} + \alpha^2\psi_3 = 0.$$

Решениями этих уравнений будут функции:

$$\text{область I:} \quad \psi_1 = Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x};$$

$$\text{область II:} \quad \psi_2 = Fe^{-\beta x} + Ge^{\beta x}; \quad (16.22)$$

$$\text{область III:} \quad \psi_3 = Ce^{i\alpha x} + De^{-i\alpha x},$$

где постоянные A, B и т. д. являются амплитудами соответствующих компонент каждой волны. Они могут быть определены следующим образом:

A — амплитуда волны, падающей на барьер слева;
B — амплитуда отраженной волны в области I;
F — амплитуда волны, прошедшей через барьер в область II;
G — амплитуда отраженной волны (от поверхности в точке A) в области II;
C — амплитуда волны, прошедшей в область III;
D — амплитуда отраженной (несуществующей) волны в области III.

Следует отметить, что мы изобразили волновую функцию в трех областях на рисунке 16.3 так, что она непрерывна и однозначно определена в любой точке на оси x. Выполнение этих условий дает возможность, решая уравнение, выразить различные амплитуды в явном виде через энергию частицы, высоту барьера и его толщину.

Поскольку плотность вероятности, связанная с волновой функцией, пропорциональна квадрату амплитуды этой функции, мы можем

определить *коэффициент прозрачности* барьера как

$$T = \frac{|C|^2}{|A|^2}, \tag{16.23}$$

а *коэффициент отражения* для поверхности барьера в точке $x = 0$ как

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2}. \tag{16.24}$$

Если барьер выше, чем полная энергия частицы, или имеет бóльшую толщину по сравнению с длиной волны соответствующей волновой функции, то коэффициент прозрачности будет равен:

$$T \approx 16\frac{E}{U}\left(1 - \frac{E}{U}\right) e^{-(2l/\hbar)\sqrt{2m(U-E)}}, \tag{16.25}$$

где l — пространственная толщина барьера.

Из рассмотренного выше следует замечательный вывод: если частица с энергией E падает на тонкий энергетический барьер, высота которого больше E, то имеется конечная вероятность прохождения частицы сквозь барьер. Это явление, называемое *туннельным эффектом*, может быть объяснено только в рамках квантовой механики и не может иметь классической интерпретации.

Среди ранних успешных применений квантовой теории в ядерной физике можно назвать использование туннельного эффекта для объяснения α-распада Гамовым в 1928 г. и независимо Кондоном и Гарни в 1929 г. Нуклоны ядра, например ядра урана, состоят из нейтронов и протонов. Эти частицы образуют внутри ядра сгустки (кластеры) с малым временем жизни из двух протонов и двух нейтронов (α-частицы). На основе теории туннельного эффекта вычислено, что если такая α-частица наталкивается с внутренней стороны на потенциальный барьер ядерных сил, которые удерживают ядро воедино, то примерно в одном случае из 10^{38} частица может просочиться сквозь барьер и выйти из ядра. Это испускание частиц ядрами представляет собой не что иное, как радиоактивное α-излучение.

Ядро имеет диаметр порядка 10^{-14} м, и α-частица движется в нем со скоростью порядка 10^7 м/с, поэтому каждую секунду происходит около 10^{21} столкновений с барьером. Таким образом, можно провести простой расчет:

$$\frac{10^{38}}{10^{21}\ \text{с}^{-1}} = 10^{17}\ \text{с},$$

т. е. потребуется около $3 \cdot 10^9$ лет для того, чтобы α-частица совершила возможный вылет. Этим объясняется, почему период радиоактивного полураспада урана составляет более миллиарда лет.

Высота потенциального барьера ядра полония ниже высоты потенциального барьера урана, и здесь один случай вылета α-частицы из ядра приходится уже на каждые 10^{17} столкновений с барьером. Приняв частоту столкновений равной 10^{21} с$^{-1}$, можно рассчитать, что просачивание α-частицы из ядра изотопа полония возможно примерно через каждые 10^{-4} с. Туннельный эффект в квантовой механике

при α-распаде обнаруживает существенное различие во времени жизни радиоактивных изотопов (которое может меняться от миллиарда лет до нескольких миллисекунд) при сравнительно небольших изменениях высоты потенциального барьера.

Пример 16.1. Задача о потенциальном барьере служит хорошей аппроксимацией для задачи об электроне в металле, находящемся вблизи его поверхности. Вычислите вероятность прохождения электрона с энергией 1 эВ сквозь потенциальный барьер высотой 4 эВ, если ширина барьера равна 2,0 Å.

Решение. Из уравнения (16.25) коэффициент прозрачности равен:

$$T \approx 16\left(\frac{1,0\text{ эВ}}{4,0\text{ эВ}}\right)\left(1 - \frac{1,0\text{ эВ}}{4,0\text{ эВ}}\right) \times$$
$$\times \exp\left[-\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-10}\text{ м}}{1,05 \cdot 10^{-34}\text{ Дж} \cdot \text{с}}\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}\text{ кг }(4-1) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ Дж}}\right] \approx$$
$$\approx 0,084.$$

Следовательно, только около восьми электронов с энергией 1 эВ из каждых ста пройдут сквозь барьер.

ЗАДАЧИ

16.1. Маятник в первом приближении представляет собой гармонический осциллятор. Определите энергию нулевых колебаний для маятника длиной 10 м, находящегося в гравитационном поле Земли.

16.2. Покажите, что собственная функция Ψ_0 в табл. 16.1 нормирована.

16.3. Пользуясь табл. 16.1, найдите выражение для собственной функции $\psi_4(x)$ гармонического осциллятора.

16.4. Чему равна частота колебаний электрона, нулевая энергия которого равна 15 эВ? Каково следующее допустимое значение энергии для этого электрона?

16.5. Если электроны с энергией 1 эВ падают на потенциальный барьер, высота которого 8 эВ (что соответствует работе выхода из металла), то сколько электронов пройдет сквозь этот барьер, если его толщина 5,0 Å?

16.6. Частица с энергией E падает на ступеньку потенциальной энергии $U > E$ так, как показано на рисунке 16.4. а) Составьте уравнения Шредингера для областей I и II и найдите выражение для волновой функции в каждой области. б) Используйте граничные условия и определение волновой функции для нахождения постоянных волновых функций. (Если $\alpha^2 = 2m/\hbar^2 E$ и $\beta^2 = 2m(U-E)\hbar^2$, то постоянная, связанная с $e^{\beta x}$, должна быть равна 0.) в) Если A — амплитуда падающей волновой функции и B — амплитуда отраженной волновой функции, то покажите, что коэффициент отражения равен единице, т. е.

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = 1.$$

Каков физический смысл этого выражения?

16.7. Электроны захвачены поверхностью металлической пластины на глубину 3 Å. Какова вероятность выхода электронов из пластины, если потенциальный барьер равен 8,0 эВ, а энергия электронов равна: а) 1,0 эВ; б) 4,0 эВ; в) 7,0 эВ?

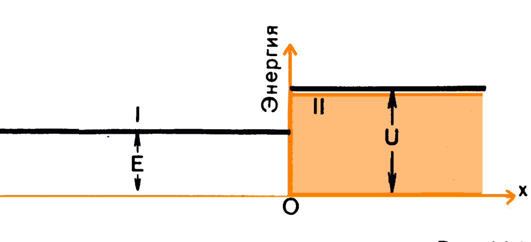


Рис. 16.4

16.8. Формула (16.25) справедлива только в том случае, если барьер или высокий, или широкий. Точное выражение для коэффициента прозрачности имеет вид:

$$T = \left\{1 + \frac{\text{sh}^2\sqrt{(2mUl^2/\hbar^2)(1-E/U)}}{4E/U(1-E/U)}\right\}^{-1}$$

а) Покажите, что если l или U велики, то эта формула переходит в формулу (16.25). б) Решите задачу 16.6, используя более точное выражение для T, и сравните результаты.

16.9. α-Частица захватывается ядром, радиус которого $r_0 = 1{,}4 \cdot 10^{-15}$ м. Какова вероятность выхода α-частицы из ядра, если ее энергия равна: а) 2,0 МэВ; б) 1,0 МэВ? Потенциальный барьер на поверхности ядра равен 4,0 МэВ.

16.10. Для классического гармонического осциллятора вероятность P обнаружения частицы на участке dx пропорциональна времени пребывания частицы в области dx, т. е. dx/v. а) Докажите, что вероятность пропорциональна $dx/\sqrt{2m(E-\frac{1}{2}kx^2)}$. б) Покажите, что коэффициент пропорциональности A в интеграле

$$P = \int_a^b \frac{A\,dx}{a\sqrt{2m(E-\frac{1}{2}kx^2)}} = 1$$

равен k^2m^2/π. Чему равны пределы интегрирования a и b для классического гармонического осциллятора?

Глава 17

РАЗЛИЧНЫЕ МОДЕЛИ МЕХАНИКИ

Поль Адриен Морис Дирак
(р. 8.VIII 1902 г.)

Родился в Бристоле (Англия). Окончил в 1926 г. Кембриджский университет. В 1932—1969 гг. профессор Кембриджского университета. Значительный вклад Дирак внес в развитие волновой механики, применив ее (в 1928 г.) для исследования частиц высоких энергий (создал релятивистскую квантовую механику). Им также было предсказано существование позитрона. За открытие новых и плодотворных форм атомной теории Дираку совместно с Э. Шредингером в 1933 г. была присуждена Нобелевская премия по физике.

17.1. Модели механики

Остановимся на этом вопросе особо и рассмотрим различные основные модели физического мира, которые мы можем отнести к механике. В этой главе мы дадим краткую характеристику каждой модели. Что касается подробных доказательств и примеров, то они приведены в главах, посвященных той или иной модели в отдельности. Здесь же речь будет идти лишь об основных результатах, что позволит нам сравнить различные подходы к решению задач механики. Для нас очень важно понять, что эти модели не какие-то соперничающие точки зрения, не различные взаимоисключающие отображения природы, которые мы должны проверить, сравнив между собой, чтобы однажды оставить одну из них, отбросив все остальные. Раз-

нообразные модели, созданные физиками, являются в действительности лишь некоторыми *приближениями* к реальной природе, которые применяют при тех или иных условиях. Мы пока еще не располагаем достаточным числом таких приближенных моделей, чтобы описать все то многообразие явлений, которое наблюдается в природе. Не существует и какой-либо единой универсальной теории, которой можно было бы воспользоваться для описания любого явления. Развитие физики — это поиск новых приближенных моделей, дающих объяснение новым наблюдениям, это разработка таких обобщений, которые в соединении с новыми моделями ведут к созданию некоторой единой теории. Математические приближения вместе с системой понятий, связывающей их с частью природы, мы и будем называть *моделями*.

В этой главе рассмотрим модели, принятые названия которых такие: 1) ньютоновская, или классическая, механика; 2) специальная релятивистская механика; 3) квантовая, или волновая, механика.

17.2. Классическая механика

Классическая, или ньютоновская, механика исторически была первой разработанной системой понятий и законов, развитие которой привело к созданию того, что мы теперь называем физикой. Основанная на наблюдениях за движением обычных тел в повседневной жизни, классическая механика нашла успешное применение при описании движения этих тел и их взаимодействий. Ньютоновская механика имела дело с материальными телами, которые по своим размерам, с одной стороны, не были сверхбольшими, как галактики, а с другой стороны, не были и сверхмалыми, как отдельные атомы. При этом скорости движения материальных тел были невелики — значительно меньше скорости света.

Классическая механика в своем простейшем виде основана на трех ньютоновских законах движения.

Закон инерции (первый закон Ньютона) утверждает, что свободное тело или находится в состоянии покоя, или движется с постоянной скоростью.

Второй закон Ньютона утверждает, что сила $\vec{F}$, действующая на частицу массой m, равна скорости изменения импульса $\vec{p} = m\vec{v}$:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}). \tag{17.1}$$

Закон действия и противодействия (третий закон Ньютона) утверждает, что если тело A действует с силой $\vec{F}_A$ на тело B любым способом, то тело B в свою очередь действует с равной и противоположно направленной силой $\vec{F}_B$ на тело A, т. е.

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B. \tag{17.2}$$

Закон инерции определяет условие равновесия тела и может быть выведен из закона сохранения импульса. Оба эти закона, а также закон действия и противодействия могут быть получены на основа-

нии уравнения (17.1)[1], поэтому мы можем считать второй закон Ньютона фундаментальным законом классической механики. Возможен и другой подход — принять в качестве основного закон сохранения импульса[2,3]. Рассмотрим пучок из n частиц, движущихся свободно и не испытывающих действия внешних сил. Пусть между частицами действует произвольно большое число сил, и пусть массы и скорости частиц соответственно равны m_1, m_2, ..., m_n и $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, ..., $\vec{v}_n$. Из закона сохранения импульса следует, что полный импульс пучка определяется векторной суммой импульсов всех частиц и что эта сумма остается постоянной, даже если изменится импульс отдельной частицы. Это означает, что

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n = \text{const}. \tag{17.3}$$

Следовательно, если изменится импульс одной из частиц, то должен измениться импульс по крайней мере еще одной какой-либо частицы, чтобы сумма в уравнении (17.3) осталась постоянной. Взаимодействие между частицами, которое вызывает такое совместное действие, называется «силой», а второй и третий законы Ньютона вытекают отсюда как логическое следствие. Закон сохранения импульса, записанный в форме уравнения (17.3), совместно со следствием (17.1) служит для определения понятия силы. Отметим, однако, что понятие силы утрачивает свой смысл как в микроскопическом мире квантовой механики, так и в макроскопическом мире общей теории относительности.

При рассмотрении классической задачи о движении частицы ее масса m считается постоянной, и тогда в развернутом виде уравнение (17.1) запишется так:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \tag{17.4}$$

Здесь $\vec{r}$ — радиус-вектор, соединяющий начало произвольной инерциальной системы координат с движущейся частицей:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z. \tag{17.5}$$

Система не обязательно должна быть декартовой — она может быть сферической, цилиндрической или любой другой пространственной прямоугольной системой координат.

---

[1] Высказываемая авторами точка зрения, что существует только один независимый закон Ньютона, встречает серьезные возражения (см., например, кн.: Матвеев А. Н. Механика и теория относительности. М., 1976, с. 129—136). — *Прим. ред.*

[2] Целесообразность этого состоит в том, что в более сложных моделях, таких, как квантовомеханическая модель, понятие силы теряет свое значение, тогда как закон сохранения импульса остается незыблемым и применяется во всех принятых моделях.

[3] Ситуация здесь несколько сложнее, потому что, строго говоря, взаимодействующие частицы не составляют замкнутую систему и поэтому к ним нельзя применить непосредственно закон сохранения импульса. Необходимо учесть импульс поля, посредством которого осуществляется взаимодействие. — *Прим. ред.*

Уравнение движения, описывающее положение частицы как функцию времени t, получаем, проинтегрировав уравнение (17.4):

$$\vec{r} = \vec{r}(t, c_1, \dots, c_6), \tag{17.6}$$

где шесть значений c являются постоянными интегрирования. Определение этих постоянных основано на фундаментальном положении, что в некоторый начальный момент времени, когда $t = t_0$, как местоположение частицы

$$\vec{r}_0 = \vec{i}x_0 + \vec{j}y_0 + \vec{k}z_0, \tag{17.7}$$

так и ее скорость

$$\vec{v}_0 = \vec{i}\frac{d}{dt}x_0 + \vec{j}\frac{d}{dt}y_0 + \vec{k}\frac{d}{dt}z_0 \tag{17.8}$$

заданы *одновременно* и *с абсолютной точностью*. Теоретически возможность точного знания этих величин бесспорна; достижимо это или нет, зависит только от нашего опыта в проведении измерений.

Уравнение движения (17.6) было получено относительно некоторой частной выбранной нами инерциальной системы отсчета. Если соответствующее уравнение требуется решить относительно какой-то другой системы отсчета, то мы можем или начать все с самого начала, или же выполнить с этой целью «преобразование координат». Такое преобразование заключается в установлении соотношений между координатами частицы в первой исходной системе отсчета и ее координатами в новой системе. В классической механике эту связь между координатами в двух произвольных инерциальных системах отсчета называют преобразованием Галилея.

Рассмотрим, например, рисунок 17.1, где через $S_1(x_1, y_1, z_1, t_1)$ обозначена некоторая произвольная инерциальная система координат и через $S_2(x_2, y_2, z_2, t_2)$ — вторая инерциальная система, движущаяся относительно S_1 с постоянной скоростью $\vec{v}$. Координаты в системе S_1 некоторого события $E(x_1, y_1, z_1, t_1)$, происходящего в точке P, связаны с координатами в системе S_2 *того же самого* события

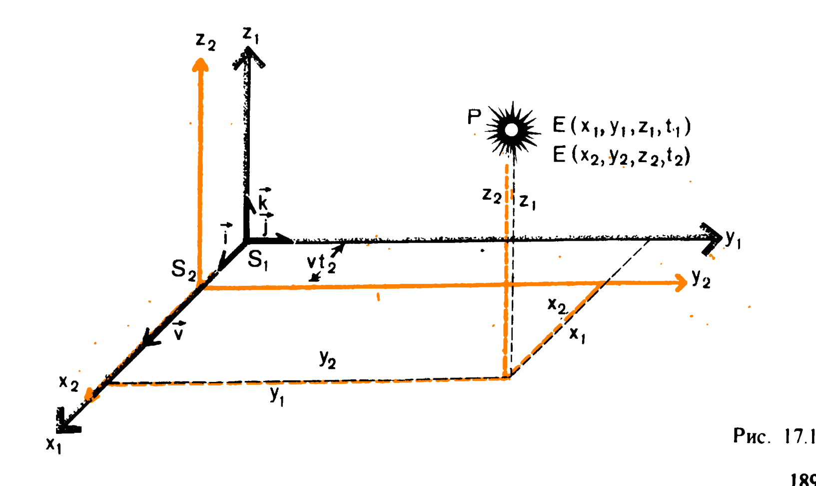


Рис. 17.1

$E(x_2, y_2, z_2, t_2)$ *в той же самой* точке P следующим образом:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 + vt_2, \\ y_1 &= y_2, \\ z_1 &= z_2, \\ t_1 &= t_2. \end{aligned} \tag{17.9}$$

Эта система уравнений представляет собой *преобразование Галилея в декартовой системе координат.* Оно может быть записано также и в других системах координат, например сферических или цилиндрических.

Мы упростили задачу, направив относительную скорость $\vec{v}$ вдоль оси x как в системе S_1, так и в системе S_2. Поэтому значения координат y и z в обеих системах оказались равными, как это видно из уравнений (17.9). Равенство величин t_1 и t_2 в любой момент и в любой точке, отсчитанных по часам в системах S_1 и S_2, не зависит от относительного движения и принимается как некоторое фундаментальное положение.

Из уравнения (17.9) можно найти соответствующее преобразование Галилея для скоростей:

$$\begin{aligned} v_{1x} &= v_{2x} + v, \\ v_{1y} &= v_{2y}, \\ v_{1z} &= v_{2z}, \end{aligned} \tag{17.10}$$

где скорость частицы в точке P, измеренная в системе S_1, равна:

$$\vec{v}_1 = \vec{i}\, v_{1x} + \vec{j}\, v_{1y} + \vec{k}\, v_{1z}, \tag{17.11}$$

а скорость *той же* частицы в *той же* точке P и в *тот же* момент времени $t_1 = t_2$, но измеренная в системе S_2, равна:

$$\vec{v}_2 = \vec{i}\, v_{2x} + \vec{j}\, v_{2y} + \vec{k}\, v_{2z}. \tag{17.12}$$

Классическая, или галилеевская, формула сложения скоростей имеет следующий вид:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}. \tag{17.13}$$

И наконец, ускорения частицы, измеренные в двух системах координат, равны между собой:

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2. \tag{17.14}$$

Поскольку в классической механике масса *m постоянна*, из уравнения (17.14) следует, что

$$m\vec{a}_1 = m\vec{a}_2,$$

т. е. законы Ньютона *имеют одинаковый вид* в обеих системах S_1 и S_2. Следовательно, система S_2 также является инерциальной.

Важно помнить, что преобразование — это операция, которую можно представить самыми разнообразными способами, один из которых задан системой уравнений (17.9). Прямым следствием преобразования Галилея является *принцип относительности классической механики,* который утверждает, что **законы механики имеют одинаковый вид во всех инерциальных системах, движущихся друг отно-**

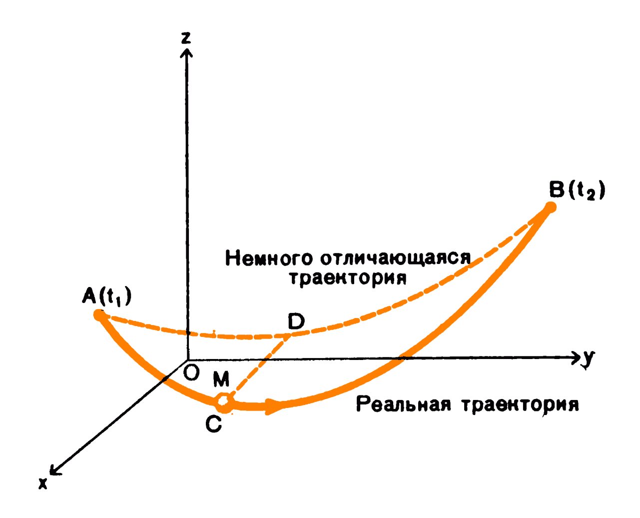


Рис. 17.2

сительно друга с относительной постоянной скоростью, значение которой мало в сравнении со скоростью света в вакууме[1].

В основе классической механики лежит или концепция сил, действующих на массы (законы Ньютона), или как альтернатива закон сохранения импульса. Существуют также другие исходные модели, используемые в различных вариантах классической механики, и, разумеется, все они должны дать одни и те же результаты при решении любой механической задачи. Каждая из них дает несколько различное представление об изначальной природе физического мира, и каждая имеет свои собственные особые преимущества при решении современных задач. Очень важный подход в классической механике, который мы не будем здесь подробно рассматривать, но который широко используется в классической динамике и может быть использован как в релятивистской, так и в квантовой механике, — это подход, основанный на принципе Гамильтона.

Рассмотрим динамическую задачу, в которой частица под действием сил проходит путь между двумя точками A и B за время $t = t_2 - t_1$ (рис. 17.2). Кинетическая энергия K и потенциальная энергия U определены здесь как функции местоположения и времени вдоль траектории частицы. Согласно принципу Гамильтона **интегралы** $\int_{t_1}^{t_2} (K - U)\, dt$ **от функции** $(K - U)$ **по промежутку времени** $t = t_2 - t_1$ **одинаковы независимо от того, берутся ли они вдоль действительного пути** ACB **или вдоль бесконечно близкой траектории** (например, ADB).

Величина $L = K - U$ называется *функцией Лагранжа* или *кинети-*

---

[1] Сохранение вида физического закона при преобразованиях координат называется инвариантностью этих законов относительно соответствующих преобразований. Поэтому принцип относительности классической механики кратко выражается в виде утверждения об инвариантности законов механики относительно преобразований Галилея. — *Прим. ред.*

ческим потенциалом. Говорят, что интеграл по времени между двумя точками вдоль динамической траектории имеет стационарное значение относительно тех же интегралов, взятых по любому другому допустимому (или «варьированному») пути. Для большинства случаев интеграл вдоль реальной траектории имеет минимальное значение по сравнению со значением интеграла вдоль *любых* соседних путей. Все законы классической динамики могут быть получены из принципа Гамильтона, что позволяет взять за основу механической модели скалярную величину — *энергию*, а не векторные величины — силу и импульс.

17.3. Релятивистская механика

Рассмотрим теперь динамическую задачу на движение тел, скорости которых близки к скорости света. Приближение, используемое для ее решения, называют *релятивистской механикой.* Если предполагается наличие больших ускорений или если имеются большие массы, какими обладают, например, нейтронные звезды, то в этом случае мы должны применять одну из моделей механики, связанную с *общей теорией относительности.* Избежать возникающие при этом трудности можно, потребовав, чтобы массы тел не были слишком большими, а скорости, даже если они и очень велики, были постоянными или менялись достаточно плавно. Это есть не что иное, как ограничения специальной теории относительности.

Важную роль в становлении специальной теории относительности сыграли результаты, полученные в *эксперименте Майкельсона — Морли.* Основное предположение, которое было сделано после рассмотрения этих результатов, состоит в том, что скорость данного светового пакета в вакууме (c) одинакова для всех инерциальных наблюдателей[1], даже если они движутся друг относительно друга с произвольными постоянными скоростями. Поскольку во всех экспериментах, преследующих цель исследовать то или иное явление природы, используются разного рода электромагнитные поля, следует применять преобразования координат, в корне отличные от преобразований Галилея, заданных уравнениями (17.9). Такими преобразованиями будут *преобразования Лоренца.* Для систем, представленных на рисунке 17.1, преобразования Лоренца имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} x_1 &= \gamma(x_2 + vt_2), \\ y_1 &= y_2, \\ z_1 &= z_2, \\ t_1 &= \gamma\left(t_2 + v\frac{x_2}{c^2}\right), \end{aligned} \tag{17.15}$$

где γ — *лоренцев множитель,*

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{17.16}$$

[1] Инерциальный наблюдатель — это наблюдатель, который находится в состоянии покоя относительно инерциальной системы отсчета.

Отношение относительной скорости v к скорости света c часто обо значают символом β:

$$\beta = \frac{v}{c}. \qquad (17.17$$

Читатель может самостоятельно доказать, что как только становится очень малым по сравнению с c, преобразования Лоренц: (17.15) автоматически переходят в преобразования Галилея (17.9) Релятивистское, или лоренцево, преобразование скоростей, соответ ствующее уравнениям (17.15), определяется следующим образом

$$v_{1x} = \frac{v_{2x} + v}{1 + \beta v_{2x}/c},$$

$$v_{1y} = \frac{v_{2y}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \beta v_{2x}/c}, \qquad (17.18$$

$$v_{1z} = \frac{v_{2z}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \beta v_{2x}/c}.$$

Эти уравнения также переходят в преобразования Галилея дл: скоростей (17.10), если

$$\beta = \frac{v}{c} \to 0. \qquad (17.19)$$

Следствием преобразований Лоренца является тот факт, что раз ность между двумя значениями координат (скажем, длина отрезка на оси x) зависит от скорости относительно данной оси наблюдателя измеряющего этот отрезок. Это следует из первого уравнения (17.15) где γ является общим множителем для любых двух значений x_1 и таким образом, длина любого отрезка на оси x умножается на этот множитель. Легко найти, что закон преобразования длин отрезков имеет вид:

$$L_1 = \frac{1}{\gamma} L_2. \qquad (17.20)$$

Поскольку γ всегда больше единицы, то L_1 всегда меньше L_2, и мы говорим о *сокращении* длины.

На интервал времени между двумя значениями t_1 также влияет относительная скорость. Закон преобразования для интервалов времени имеет вид:

$$T_1 = \gamma T_2, \qquad (17.21)$$

поэтому интервалы времени *удлиняются* или *растягиваются*[1].

Теперь мы можем расширить определение принципа относительности, данное в классической физике, и сформулироват его так: **законы природы инвариантны относительно преобразований Лоренца, применимых для всех инерциальных систем отсчета, движу-**

---

[1] Иначе говоря, длина движущихся тел уменьшается, а темп хода движущихся часов замедляется. — *Прим. ред.*

щихся друг относительно друга с постоянной по абсолютному значению, но во всех остальных отношениях произвольной скоростью.

Закон сохранения импульса, определяемый уравнением (17.3), очень важен, поскольку он справедлив как в релятивистской, так и в классической механике[1]. Этот факт позволяет выбрать его как некоторую отправную точку при построении модели природы. Этот закон, взятый вместе с преобразованиями Лоренца, дает определение массы, которая также зависит от относительной скорости тела:

$$m = \gamma m_0, \tag{17.22}$$

где m_0 — *масса покоя*, т. е. масса, измеренная наблюдателем в той системе координат, где это тело неподвижно. Причем значение этой массы будет наименьшим из всех возможных значений m для данного тела.

Формула для силы имеет в релятивистской механике тот же вид, что и в классической механике:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}). \tag{17.23}$$

Это выражение представляет собой не что иное, как второй закон Ньютона, за исключением лишь того, что m теперь является функцией v в соответствии с уравнением (17.22).

Уравнение (17.23) может быть теперь использовано для определения кинетической энергии в релятивистском смысле:

$$K = \int_0^s \vec{F}\cdot d\vec{s} = \int_0^s \frac{d}{dt}(mv)\,ds = \int_0^v v\,d(mv), \tag{17.24}$$

где кинетическая энергия — это работа, совершенная силой $\vec{F}$, действующей на тело и изменяющей его скорость от 0 до $\vec{v}$. В уравнении (17.24) мы приняли, что сила $\vec{F}$ действует параллельно $\vec{v}$, но результат, который будет сейчас получен, справедлив также и для криволинейного движения.

Релятивистское выражение для кинетической энергии на основании уравнения (17.24) можно записать в следующем виде[2]:

$$K = (m - m_0)c^2. \tag{17.25}$$

Если $v/c \to 0$, то это выражение превращается в классическую формулу

$$K = \frac{1}{2}m_0 v^2 = \frac{p^2}{2m}, \tag{17.26}$$

где $p = m_0 v$ — классический импульс. Для полной энергии имеем:

$$E = E_0 + K = \sqrt{p^2c^2 + E_0^2} = mc^2, \tag{17.27}$$

[1] Это, конечно, не означает, что законы сохранения энергии и момента импульса менее важны или в каком-то смысле второстепенны в сравнении с законом сохранения импульса. Они также справедливы как в релятивистской, так и в классической механике. Значение закона сохранения импульса не большее, чем законов сохранения энергии и момента импульса. — *Прим. ред.*

[2] Необходимо учесть, что $vd(mv) = d(mc^2)$. — *Прим. ред.*

где

$$E_0 = m_0c^2 \qquad (17.28)$$

— *энергия покоя* и

$$\vec{p} = m\vec{v} = \gamma m_0\vec{v} \qquad (17.29)$$

— релятивистский импульс. Закон сохранения импульса и данное выше определение энергии приводят к закону сохранения энергии, который утверждает, что **для изолированной системы сумма энергии покоя, кинетической и потенциальной энергии есть величина постоянная.**

17.4. Квантовая механика

Квантовая механика, глубоко отличающаяся от других известных моделей в механике, создана для исследования систем микромира. Пример, который будет нами рассмотрен ниже, взят из нерелятивистской квантовой теории Шредингера. Отметим, что не менее успешным был подход с применением матричной алгебры, разработанный Гейзенбергом; хотя он и отличался по форме, но по существу был эквивалентен волновой механике Шредингера. Релятивистское решение задач квантовой механики, впервые выполненное П. Дираком, явилось новым шагом к более глубокому отображению явлений природы, включая антивещество. Мы не будем здесь подробно рассматривать этот вопрос, поскольку он выходит за рамки настоящей книги.

Комплексная волновая функция $\psi(x)$, возникшая на основе концепции волновой природы материи, предназначена для полного описания физического состояния частицы или системы частиц, таких, как атом. Известно, что физический смысл имеет не сама функция $\psi(x)$, а квадрат ее модуля

$$\psi^*(x)\psi(x) = |\psi(x)|^2 \qquad (17.30)$$

— действительная величина, представляющая собой вероятность (на единицу длины или на единицу объема, если речь идет о трехмерном пространстве) обнаружения частицы в заданной точке, т. е. плотность вероятности. Достоверность обнаружения частицы *где-нибудь* в пространстве выражается с помощью условия нормирования и может быть записана в следующем виде:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x)\psi(x)dx = 1. \qquad (17.31)$$

Если волновая функция $\Psi(x, t)$ зависит от местоположения и времени, то соответствующее *зависящее от времени уравнение Шредингера* имеет вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{d^2\Psi(x,\,t)}{dx^2} + U\Psi(x,\,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(x,\,t)}{\partial t} \qquad (17.32)$$

и произведение $\Psi^*\Psi = |\Psi|^2$ представляет собой *вероятность на единицу длины* обнаружения частицы в данный момент времени и в данной точке.

Если уравнение описывает стационарное состояние, в котором Ψ и U не являются функциями времени, то уравнение (17.32) приводится к *стационарному* виду:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x). \quad (17.33)$$

Определив полную энергию как

$$E = K + U = \frac{p^2}{2m} + U \quad (17.34)$$

и оператор Гамильтона как

$$\mathrm{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + U(x), \quad (17.35)$$

стационарное уравнение Шредингера (17.33) запишем следующим образом:

$$\mathrm{H}\psi(x) = E\psi(x). \quad (17.36)$$

Для того чтобы результаты согласовывались с физическими наблюдениями, волновой функции $\psi(x)$ необходимо предъявить некоторые дополнительные требования:

1. Функция $\psi(x)$ должна себя «хорошо вести», т. е. во всей области она должна быть однозначно определена и непрерывна.

2. Если $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, ..., $\psi_n(x)$ являются решениями уравнения (17.36), то линейная комбинация

$$\psi(x) = a_1\psi_1(x) + a_2\psi_2(x) + \ldots + a_n\psi_n(x)$$

также должна быть решением этого уравнения.

3. Волновая функция $\psi(x)$ должна стремиться к нулю при $x \to \pm\infty$.

В целях краткости описания типичного подхода к задачам квантовой механики мы рассматриваем простой *стационарный* случай, когда частица (или система частиц) заключена в своего рода пределы, что накладывает определенные «граничные условия» на решения уравнения. Потенциальная функция $U(x)$ определена в явном виде и входит в оператор Гамильтона H. Решение уравнения в таком случае дает систему функций ψ_1, ψ_2, ..., ψ_n, являющихся дискретными решениями (собственными функциями), каждое из которых определяет некоторое состояние системы. Каждая собственная функция в отдельности удовлетворяет условию нормирования:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi_i^*(x)\psi_i(x)dx = 1, \quad (17.37)$$

так же как и *условию ортогональности*, которое гарантирует, что группы волн, которым соответствуют различные состояния, не будут интерферировать:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi_i^*(x)\psi_j(x)dx = 0 \qquad (i \neq j). \quad (17.38)$$

В простейшем случае имеется одно-единственное значение энергии E_i, связанное с каждым решением ψ_i. Все значения энергии пред-

ставляют собой соответствующие *собственные значения*, и спектр определяется *квантовыми энергетическими состояниями*, допустимыми для системы.

17.5. Корпускулярно-волновой дуализм

В квантовой механике частицу массой m, импульсом $\vec{p} = m\vec{v}$ и полной энергией $E = p^2/2m + U$ представляют как *волновой пакет*. Любой волновой пакет можно рассматривать как суперпозицию (или как результат интерференции) бесконечного числа волн, амплитуды которых могут быть представлены в виде

$$\Psi_i = \Psi_i \cos(\omega_i t - k_i x), \tag{17.39}$$

где $\omega_i = 2\pi\nu_i$ — угловая частота и $k_i = 2\pi/\lambda_i$ — волновое число i-й компоненты волны. Рассматриваемая частица как бы «локализована» в области интерференционного максимума, получаемого в результате наложения большого количества волн. Частота и длина волны в центре пакета соответственно равны: $\nu = E/h$ и $\lambda = h/p$.

Групповая скорость пакета как целого определяется соотношением

$$v_{гр} = \frac{dE}{dp} \tag{17.40}$$

и равна скорости частицы, которой сопоставляется волновой пакет. Эта скорость определяется путем дифференцирования уравнения (17.34):

$$\frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp}\left(\frac{p^2}{2m} + U\right) = v, \tag{17.41}$$

поскольку U есть величина, постоянная для «свободной частицы».

Естественным образом встает вопрос: «Имеем ли мы дело в принципе с частицей, характеризуемой массой, энергией и импульсом, или же с волной, характеризуемой амплитудой, частотой и длиной волны?» Очевиден ответ: частица — волна обладает двойственной природой. Проявит ли данная система свою *волновую* или *корпускулярную* природу, это зависит от способов наблюдения и от постановки задачи при проведении эксперимента. Проблема двойственности возникает во многом из-за слишком упрощенного характера наших математических расчетов. С применением более сложной квантовой теории поля эта проблема в значительной мере теряет свою значимость.

17.6. Принцип неопределенности

Другой характерной особенностью микромира, тесно связанной с проблемой двойственности, является **принцип неопределенности Гейзенберга**. Этот принцип утверждает, что имеются пары величин, характеризующие микроскопическую систе-

му, которые не могут быть известны *одновременно* с бесконечной точностью. Рассмотрим, например, электрон. Его координата x и импульс p известны только с некоторой точностью. Если Δx — это неточность определения местоположения и Δp — неточность определения импульса, то

$$\Delta x \Delta p \geqslant h, \qquad (17.42)$$

где h — постоянная Планка. Если оказывается, что местоположение x известно с высокой точностью, то из принципа неопределенности следует, что мы ничего не знаем о значении p, и наоборот. Такое же соотношение, получаемое как следствие из соотношения (17.42), имеет место для энергии и времени, связанных с некоторым данным событием или состоянием:

$$\Delta E \Delta t \geqslant h. \qquad (17.43)$$

Принцип неопределенности является следствием того факта, что мы представили частицу в виде волнового пакета (рис. 17.3), в котором бесконечно большое число монохроматических волн, образующих пакет, имеет некоторый эффективный разброс по частоте порядка $\Delta\nu = \Delta E/h$. Частица находится где-то в области Δx внутри пакета и неточность определения импульса равна:

$$\Delta p = \Delta\left(\frac{h}{\lambda}\right) = -h\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}. \qquad (17.44)$$

Эта неточность свойственна самой природе систем, которые мы рассматриваем, и является отражением того предела, которого достигли наши знания о микромире. Эта неточность не имеет ничего общего с какими бы то ни было техническими трудностями, возникающими в настоящее время при конструировании более точных измерительных приборов[1].

[1] Но она накладывает абсолютные ограничения на принципиально достижимую точность многих измерений. — *Прим. ред.*

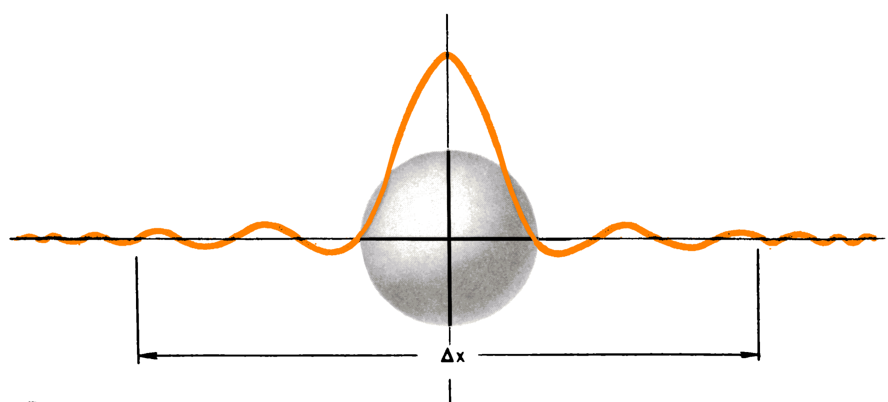


Рис. 17.3

17.1. В инерциальной системе отсчета S_1 тело массой $m_1 = 2{,}0$ кг движется со скоростью $\vec{v}_1 = 5{,}0\vec{i} + 3{,}0\vec{j}$, м/с и наталкивается на тело массой $m_2 = 3{,}0$ кг, движущееся со скоростью $\vec{v}_2 = -10\vec{i} - 6{,}0\vec{j}$, м/с. Определите: а) импульс каждого тела после столкновения; б) импульс каждого тела, если измерения производит наблюдатель, движущийся со скоростью $\vec{v}_0 = 6\vec{i}$, м/с относительно системы S_1.

17.2. Радиолокационная станция осуществляет слежение за полетом двух космических кораблей, скорости которых соответственно равны: $\vec{v}_1 = 0{,}54c\vec{i} + 0{,}72c\vec{j}$ и $\vec{v}_2 = 0{,}54c\vec{i}$. Чему равна скорость первого корабля относительно второго?

17.3. Лауреат Нобелевской премии Э. Лоуренс предложил проект циклотрона с магнитом массой 4000 т, в котором ионы ускоряются суммарной разностью потенциалов 100 МВ. Определите: а) релятивистскую массу протона, ускоренного такой разностью потенциалов; б) релятивистскую массу магнита, измеренную наблюдателем, находящимся на протоне.

17.4. Определите длину волны кванта света, «эффективная масса» которого равна массе покоя: а) электрона; б) протона.

17.5. Частица массой покоя m_0, движущаяся со скоростью $0{,}90c\vec{i}$, сталкивается с такой же частицей (столкновение абсолютно неупругое). а) Определите скорость объединенных масс, если бы они двигались дальше вместе. б) Чему равно изменение кинетической энергии?

17.6. Покажите, что волновая функция

$$\psi(x) = Ax\exp\left[-\left(\sqrt{mk}/2\hbar\right)x^2\right]$$

может быть решением уравнения Шредингера для гармонического осциллятора, масса которого m и постоянная квазиупругой силы k.

17.7. Импульсный рубиновый лазер с выходной мощностью 2,0 ГВт создает импульс длительностью 10 пс. Чему равна неточность в измерении энергии лазера?

17.8. Чему равна скорость электрона с релятивистской массой, равной 1,1 m_0? Какая энергия (в электронвольтах) необходима, чтобы электрон достиг этой массы?

17.9. Определите длину волны, связанную с электроном, движущимся со скоростью: а) 0,80 c; б) 0,90 c.

Глава 18

КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ АТОМА ВОДОРОДА

Арнольд Иоганн Вильгельм Зоммерфельд (1868—1951)

Родился в Кенигсберге (ныне Калининград). Окончил Кенигсбергский университет. С 1906 по 1940 г. профессор теоретической физики Мюнхенского университета. Зоммерфельд — автор и соавтор около 300 научных статей и двенадцати книг. Его научные работы посвящены квантовой теории атома, спектроскопии, квантовой теории спектральных линий, математической физике. Среди его многочисленных наград — медаль Планка (1931), медаль Лоренца (1939) и медаль Эрстеда (1948).

18.1. Волновое уравнение. Разделение переменных

Теория Бора, отличавшаяся смелостью и простотой, дала ответы на многие вопросы, волновавшие физиков-экспериментаторов того времени. Однако, как оказалось, несмотря на первоначальный успех,

эта теория не смогла удовлетворительно разрешить целый ряд проблем:

1. Почему переходы осуществляются именно между данными энергетическими уровнями, а не между какими-либо другими?

2. Почему электроны не излучают электромагнитную энергию и не падают по спирали на ядро?

3. Какова природа спектров более сложных атомов, в частности гелия или лития?

Теория Э. Шредингера, использовавшего понятия квантовой механики и волновых функций, была как бы завершающим шагом в создании теории строения атома, развитием тех идей, которые впервые высказал Бор. Атом водорода с его самой простой внутренней структурой представляет собой очень хороший объект для первоначального применения теории Шредингера. Успешные результаты, полученные при исследовании структуры спектра водорода, являются первыми большими достижениями квантовой механики. В дальнейшем при изложении материала мы будем стремиться показать физический смысл полученных результатов, не вдаваясь в подробные математические выкладки.

На рисунке 18.1 схематически изображен атом водорода, как это принято в классическом представлении. Покоящийся тяжелый протон (масса протона 1836 m_e) находится в начале прямоугольной системы координат; электрон (масса электрона m_e) вращается вокруг него по орбите радиусом r под действием кулоновской силы притяжения. На нашем рисунке показано, что вращение осуществляется вокруг центра протона, хотя правильнее было бы рассматривать модель, согласно которой две частицы вращаются вокруг общего центра масс, лежащего вблизи центра протона. Здесь, однако, мы воспользуемся упрощенной моделью.

Потенциальная энергия для кулоновского поля равна:

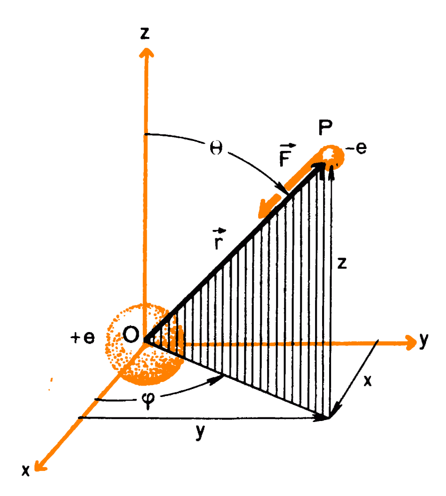


Рис. 18.1

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}, \qquad (18.1)$$

где e — заряд электрона и ε_0 — электрическая постоянная ($8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф $\cdot$ м$^{-1}$).

С точки зрения квантовой механики электрон представляет собой систему волн, ограниченную потенциальной ямой кулоновского поля. Это приводит в результате к утверждению о существовании совокупности допустимых систем стоячих волн, каждая из которых соответствует отдельному возможному значению полной энергии.

Волновое уравнение следует

теперь написать в трехмерном виде. Поскольку атом водорода находится в стационарном состоянии, то удобнее использовать не зависящее от времени уравнение Шредингера. Напомним, что полная энергия в этом случае равна:

$$E = \frac{p^2}{2m} + U. \qquad (18.2)$$

И оператор Гамильтона для трехмерного случая в прямоугольной системе координат записывается в виде

$$\mathrm{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) + U. \qquad (18.3)$$

Из симметрии самой задачи следует, что наиболее подходящей координатной системой будет сферическая. Такая система изображена на рисунке 18.1, где сферическими координатами являются радиус-вектор $\vec{r}$, полярный угол θ и азимутальный угол φ.

Формулы перехода от сферических координат к прямоугольным имеют вид:

$$\begin{aligned} x &= r\sin\theta\cos\varphi, \\ y &= r\sin\theta\sin\varphi, \\ z &= r\cos\theta. \end{aligned} \qquad (18.4)$$

С помощью обычных математических преобразований оператор Гамильтона может быть записан в сферической системе координат. После такой операции стационарное уравнение Шредингера принимает следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}\right] + \left(\frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\psi\right) = E\psi, \qquad (18.5)$$

и волновая функция теперь будет зависеть от r, θ и φ:

$$\psi = \psi(r, \theta, \varphi). \qquad (18.6)$$

Пусть полученное нами уравнение имеет решения, которые могут быть выражены как произведение функций трех координат, т. е.

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi). \qquad (18.7)$$

Подставляя это выражение для волновой функции в уравнение Шредингера (18.5) и умножая на $2mr^2/\hbar^2$, мы получаем:

$$\Theta\Phi\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{R\Theta}{\sin^2\theta}\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + \frac{\Phi R}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)R\Theta\Phi = 0. \qquad (18.8)$$

Наконец, деление этого уравнения на $\psi = R\Theta\Phi$ дает нам выражение, в котором члены, зависящие от координаты r, не зависят от θ или φ. Это обстоятельство позволяет нам сгруппировать две части: *радиальную*, которая зависит только от r, и *угловую*, зависящую только

от θ и φ, и приравнять каждую из них к некоторой постоянной, причем к одной и той же. Это можно выполнить потому, что ортогональность трех осей исключает функциональную зависимость одной сгруппированной части от другой. Мы выберем постоянную в форме $l(l+1)$, имея в виду конечный результат, и приравняем к ней обе части:

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(E + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)R = l(l+1)R \tag{18.9}$$

и

$$\frac{1}{\Phi\sin^2\theta}\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + \frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) = l(l+1). \tag{18.10}$$

Аналогично в уравнении (18.10) можно выделить две части — одну, зависящую только от полярного угла θ, и вторую, зависящую только от азимута φ. Это достигается умножением уравнения (18.10) на $\sin^2\theta$ и последующей группировкой членов:

$$\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + \frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) - l(l+1)\sin^2\theta = 0. \tag{18.11}$$

Как и ранее, каждую часть нужно приравнять к постоянной. Поскольку любое решение полученных двух уравнений содержит соответствующее значение l в виде параметра, то постоянную разделения обозначим как $-m_l^2$. Приравнивая к ней обе части, после выполнения необходимых преобразований получим два уравнения:

$$\frac{m_l^2}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) = l(l+1) \tag{18.12}$$

и

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m_l^2\Phi = 0. \tag{18.13}$$

Волновое уравнение Шредингера для идеализированной модели атома водорода разбито, таким образом, на три уравнения, каждое из которых зависит только от одной координаты, при этом в процессе преобразований в задачу были введены две постоянные в явном виде. (Ниже кратко будет показано, что система решений зависит не от двух, а от трех постоянных, взятых в виде параметров.)

18.2. Азимутальное уравнение

Из трех уравнений наиболее просто интерпретировать азимутальное волновое уравнение (18.13), которое описывает поведение волновой функции при вращении системы вокруг оси z. По виду это уравнение сходно с уравнением гармонического осциллятора, которое имеет среди своих решений две действительные и одну комплексную периодическую функции:

$$\begin{aligned} \Phi &= A\sin m_l\varphi, \\ \Phi &= A\cos m_l\varphi, \\ \Phi &= Ae^{im_l\varphi}. \end{aligned} \tag{18.14}$$

Физически понятно, что если атом совершит полный оборот вокруг оси z, решение Φ примет прежнее значение, когда азимутальный угол окажется опять равным φ. Такому условию функции (18.14) удовлетворяют всякий раз, когда величина $m_l\varphi$ кратна 2π. Так как φ измеряется в радианах, m_l должно иметь целые значения. Поскольку необходимо учесть также значение, равное нулю, и вращение в противоположном направлении, то единственными допустимыми значениями m_l будут следующие:

$$m_l = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \ldots . \tag{18.15}$$

В соответствии с установленной ранее терминологией возведенные в квадрат значения m_l в выражении (18.15) являются *собственными значениями*, соответствующими различным *собственным функциям* (18.14), которые в свою очередь являются допустимыми решениями азимутального уравнения (18.13). Постоянная m_l представляет собой первое полученное нами *квантовое число*, характеризующее нашу модель атома водорода. По причинам, о которых будет сказано ниже, эту постоянную называют *магнитным квантовым числом*.

18.3. Уравнение в полярных координатах

Еще одним уравнением, описывающим поведение волновой функции при изменении угла относительно начального положения, является полярное уравнение (18.12). Это уравнение, рассматриваемое при изучении шаровых гармонических функций, имеет решения типа так называемых *присоединенных полиномов Лежандра*, которые обозначаются:

$$P_{l,m_l}(\cos\theta). \tag{18.16}$$

Подробно математические свойства этих полиномов здесь мы рассматривать не будем, отметим лишь, что они зависят от $\cos\theta$ и двух параметрических постоянных m_l и l. Поскольку m_l может принимать только положительные или отрицательные целые значения, а также значения, равные нулю, то для системы, изображенной на рисунке 18.1, где полярный угол может меняться от 0 до π, из свойств полиномов Лежандра следует, что решения, определяемые выражением (18.16), существуют только тогда, когда l есть целое число и когда оно равно или больше абсолютного значения m_l. Это накладывает условия на второе квантовое число, известное как *орбитальное квантовое число*. В итоге мы имеем:

$$\begin{aligned} &l = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots, \\ &m_l = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots,\ \pm l. \end{aligned} \tag{18.17}$$

Поскольку l должно быть больше или равно абсолютному значению m_l, то, если $l = 0$, значит, и $m_l = 0$, или, если $l = 1$, тогда m_l может быть равно 0, или $+1$, или -1 и т. д. В общем случае каждому данному значению l соответствует $(2l + 1)$ возможных решений, поскольку m_l принимает такое число допустимых значений. Это поло-

жение можно сформулировать так: состояние, соответствующее данному значению l, *имеет* $(2l+1)$-*кратное вырождение относительно* m_l. Если $(2l+1)$ *собственных значений энергии*, соответствующих данному l, равны между собой, то состояние называется *вырожденным*. Если, с другой стороны, под влиянием какого-либо физического явления собственные значения расщепляются, то вырождение снимается и полученное состояние называют *невырожденным*. Магнитное поле, если в него поместить атом водорода, может снять вырождение относительно m_l. Это и послужило поводом назвать число m_l *магнитным квантовым числом*.

18.4. Радиальное уравнение

Последнее, еще не рассмотренное нами волновое уравнение (18.9) является радиальным уравнением, которое описывает поведение волновой функции в зависимости от расстояния от протона. Как и в предыдущем случае, решение этого уравнения мы будем искать в форме, которая совпадает с хорошо известными *полиномами Лагерра* $L_{n,l}(r)$. Подробные математические выкладки, касающиеся такого класса полиномов, мы предлагаем читателю рассмотреть самостоятельно. Достаточно отметить, что получаемая система решений радиального волнового уравнения, т. е. *радиальные собственные функции*, имеет вид:

$$R_{n,l} = e^{-nr} r^l L_{n,l}(r), \tag{18.18}$$

где n — любое отличное от нуля положительное целое число и l — орбитальное квантовое число, взятое из других уравнений. Число n называется *главным* или *полным квантовым числом*. Из свойств полиномов Лагерра следует, что решения для уравнения (18.18) существуют только, когда $n \geqslant l+1$. Теперь мы получили систему трех квантовых чисел для простой модели атома водорода, которые связаны между собой следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\text{полное квантовое число } n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots; \\
&\text{орбитальное квантовое число } l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ (n-1); \\
&\text{магнитное квантовое число } m_l = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots,\ \pm l.
\end{aligned} \tag{18.19}$$

В рассмотренном нами идеализированном случае учитывалась только кулоновская потенциальная функция в чистом виде и не принимался во внимание собственный момент импульса электрона или протона, а также действие внешних возмущающих факторов, таких, например, как магнитные поля.

Общее число независимых решений полного уравнения Шредингера для данного значения n равно:

$$\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = n^2. \tag{18.20}$$

18.5. Полная волновая функция

Полное волновое уравнение для рассматриваемой модели атома водорода может быть получено, если сначала пронормировать каждое из трех уравнений в соответствующих пределах для каждой координаты, а затем все их перемножить так, как это было сделано в уравнении (18.7). И если полученное результирующее полное волновое уравнение решается в его собственных функциях, то можно показать, что каждая из них характеризуется некоторой изменяющейся амплитудой. Пространство вокруг начала координат разделяется узловыми поверхностями на секции, причем в каждых двух соседних секциях колебания амплитуды противоположны по фазе. Число узловых поверхностей равно $n-1$.

Если собственные значения энергии рассчитываются для конкретной системы квантовых чисел, то, как оказалось, они зависят только от полного квантового числа n. Это является выражением вырождения системы для нашей очень упрощенной, как это отмечалось ранее, модели. Полная энергия электрона должна быть меньше потенциальной энергии при каждом значении радиуса, для того чтобы, находя квантовое решение задачи, получить дискретные собственные значения энергии. **Если полная энергия больше, чем $U(r)$, то существует континуум решений и электрон может обладать любой энергией выше указанного значения. Электрон в этом случае является свободным.**

Для связанных состояний собственные значения энергии определяются в виде

$$E_n = \frac{-me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} = (-13{,}6)\frac{1}{n^2}eU, \quad n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots, \tag{18.21}$$

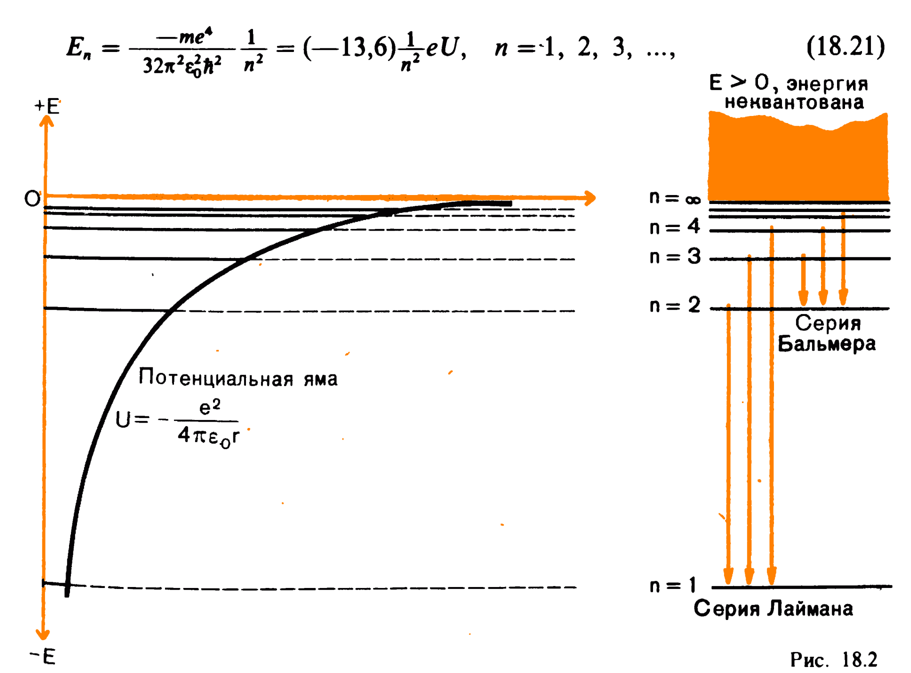


Рис. 18.2

что находится в полном соответствии со значениями, предсказанными теорией Бора. Многие другие результаты, которые нельзя получить на основе теории Бора, вытекают из квантовомеханических представлений. Квантовая механика позволила, в частности, решить проблему, связанную с вырождением энергетических уровней, а также уточнить атомную модель, приведя ее в лучшее соответствие со свойствами атомов, существующих в природе.

На рисунке 18.2 схематически изображена кулоновская потенциальная яма и соответствующие энергетические уровни для системы со связанным электроном, находящимся в этой яме. Указаны также некоторые оптические переходы между этими уровнями, которые дают серию Бальмера для водорода.

ЗАДАЧИ

18.1. Нормированные волновые функции ψ_{n,l,m_l} (уравнение 18.7) для некоторых состояний самых малых энергий имеют вид:

$$\psi_{1,0,0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2} e^{-r/r_1}, \qquad n = 1,\ l = 0,\ m_l = 0;$$

$$\psi_{2,0,0} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(1 - \frac{r}{2r_1}\right) e^{-r/2r_1}, \qquad n = 2,\ l = 0,\ m_l = 0;$$

$$\psi_{2,1,0} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2} \frac{r}{2r_1} e^{-r/2r_1} \cos\theta, \qquad n = 2,\ l = 1,\ m_l = 0,$$

где $r_1 = 4\pi\varepsilon_0\hbar^2/me^2$ — радиус Бора. Путем замены в уравнении (18.5) найдите соответствующие собственные значения E_{n,l,m_l}.

18.2. Покажите, что если $x = \cos\theta$, $\Theta(\theta) = y(x)$ и $\sin\theta\, d\Theta/d\theta = -(1 - x^2)\, dy/dx$, то уравнение (18.12) преобразуется к виду:

$$(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{1 - x^2}\right]y = 0.$$

(Если l — целое и равно или больше m_l, то уравнение имеет решения в виде однозначно определенных и непрерывных функций, известных как присоединенные полиномы Лежандра.)

18.3. Для полного квантового числа $n = 4$ укажите возможные значения l и m_l.

18.4. Покажите, что $\Theta_{l,m_l} = \sqrt{\frac{5}{8}}(3\cos^2\theta - 1)$, где $l = 2$ и $m_l = 0$, и $\Theta_{l,m_l} = \sqrt{\frac{15}{4}}\sin\theta\cos\theta$, где $l = 2$ и $m_l = \pm 1$, являются решениями уравнения (18.12).

18.5. При условии, что собственные значения энергии определяются уравнением (18.21), покажите, что решениями радиального уравнения (18.9) являются следующие выражения:

а) $$R_{n,l} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(2 - \frac{r}{r_1}\right)e^{-r/2r_1}, \qquad n = 2,\ l = 0;$$

б) $$R_{n,l} = \frac{1}{2\sqrt{6}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(\frac{r}{r_1}\right) e^{-r/2r_1}, \qquad n = 2,\ l = 1;$$

в) $$R_{n,l} = \frac{1}{9\sqrt{3}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(6 - \frac{4r}{r_1} + \frac{4r^2}{9r_1^2}\right)e^{-r/3r_1}, \qquad n = 3,\ l = 0,$$

где r_1 — радиус Бора (см. задачу 18.1).

18.6. Докажите, что решения задачи 18.4 удовлетворяют условию нормирования:

$$\int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \Theta^*\Theta \sin\theta\, d\theta = 1.$$

18.7. Докажите, что решения задачи 18.5 удовлетворяют условию нормирования:

$$\frac{1}{4\pi}\int_{r=0}^{\infty} R^{*}_{n,l} R_{n,l} dV = 1,$$

где $dV = 4\pi r^2 dr$ — объем некоторой оболочки, ограниченной радиусами r и $r + dr$, а $R^{*}_{n,l}R_{n,l}/4\pi$ — вероятность на единицу объема и единицу телесного угла, взятая по направлению r.

18.8. Используя условие нормирования:

$$\int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \Phi^{*}_{m_l}\Phi_{m_l} d\varphi = 1,$$

докажите, что в решениях

$$\Phi_{m_l} = Ae^{im_l\varphi}$$

азимутального уравнения (18.3) постоянная нормировки A равна $1/2\pi$.

Глава 19

КВАНТОВЫЕ ЧИСЛА (I). МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ

Макс Карл Планк
(1858—1947)

Планк родился в Киле (Германия). В 1879 г. окончил Берлинский университет. В 1885—1889 гг. Планк — профессор теоретической физики Кильского и позднее Берлинского университетов. Научные исследования Планка относятся к области термодинамики и теории энтропии, оптическим и электрическим явлениям, связанным с тепловым излучением и квантовой теорией. В 1918 г. за развитие теории излучения абсолютно черного тела, которая с исторической точки зрения положила начало квантовой механике, Планк был награжден Нобелевской премией.

19.1. Орбитальное квантовое число

В последней главе мы использовали уравнение Шредингера для анализа упрощенной модели атома водорода. Один из первых результатов этого анализа — полученная нами система трех независимых волновых уравнений, в которой каждое уравнение содержало функцию только одной из трех переменных в сферической полярной системе координат. Затем для *связанных состояний* (когда полная энергия электрона меньше высоты локального потенциального энергетического барьера) были получены три квантованные постоянные. Они были названы так по аналогии с квантовыми числами теории Бора для атома водорода. Наконец, мы получили выражение для допустимых значений энергии связанной системы — для *собственных значений энергии*:

$$E_n = \frac{-me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{13{,}6}{n^2}eU, \quad n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \qquad (19.1)$$

Эта формула, в которой n — полное квантовое число, аналогична соответствующему выражению в теории Бора (уравнение 12.14).

Напомним, что в теории Бора электрон рассматривается как частица, совершающая движение по орбите вокруг протона, и что для создания квантовых условий в атомной системе было введено некоторое правило квантования момента импульса электрона. Теперь мы должны найти квантовые соотношения для момента импульса, но уже основываясь на результатах квантовой механики.

Для этой цели проще всего рассмотреть непосредственно радиальное волновое уравнение (18.9), которое после группировки членов и обозначения функции потенциальной энергии через $U(r)$ имеет вид:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{2m}{\hbar^2}\left[E-U(r)-\frac{\hbar^2}{2mr^2}l(l+1)\right]R=0. \qquad (19.2)$$

Очевидно, что три члена в квадратных скобках, которые умножаются на радиальную функцию R, должны иметь одну и ту же размерность, т. е. размерность энергии. Записав, что третий из этих членов равен некоторой энергии, и решая полученное уравнение относительно $\hbar^2 l(l+1)$, мы получаем:

$$\hbar^2 l(l+1)=r^2(2mK)=r^2p^2, \qquad (19.3)$$

где K — это кинетическая энергия и p — импульс[1].

Произведение радиуса на импульс — *момент импульса* L, поэтому мы можем записать, что

$$L=\hbar\sqrt{l(l+1)}. \qquad (19.4)$$

Это выражение есть условие Шредингера для квантованного орбитального момента импульса, которым обладает электронная волна в связанном состоянии в атоме водорода.

Существует много способов, на основе которых можно рассматривать понятие момента импульса в механике. Напомним, например, что операторы импульса были определены в виде

$$\mathrm{p}_x=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}.$$

Вид этого оператора имеет самую общую форму, так что вместо координаты x может быть подставлена любая другая координата. Соответствующий импульс — это компонента полного импульса вдоль указанной координатной оси. Частные производные по угловым координатам θ и φ являются операторами момента импульса. Наличие в волновом уравнении (18.5) таких производных свидетельствует о том, что рассматриваемая система характеризуется распределением не только *плотности энергии*, но и *плотности момента импульса.*

В последней главе было показано, что возможные значения квантового числа l включают также нуль. Следовательно, состояние

---

[1] Так как в уравнении (19.2) первый член в квадратных скобках E — это полная энергия, второй член $U(r)$ — потенциальная энергия, а третий член K есть не что иное, как кинетическая энергия, то в уравнении (19.3) возможна замена: $2mK=p^2$.

с нулевым моментом импульса, запрещенное в теории Бора, допустимо в рамках теории Шредингера. В остальном уравнение (19.4) очень похоже на квантовые условия для момента импульса в боровской модели. По Бору, $L = mvr = n\hbar$, где $n = 1, 2, 3, \ldots$ — полное квантовое число для электрона, движущегося по орбите вокруг ядра. Что касается квантового числа l, то оно получено из рассмотрения свойств *сферических гармонических функций*, которые описывают ту часть полной волновой функции, которая характеризует ее распределение по различным направлениям вокруг начала координат. В теории Бора n — единственное квантовое число (l и m_l исключены), но для больших значений l уравнение (19.4) дает:

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)} \approx l\hbar,$$

что аналогично постулату Бора:

$$L = n\hbar.$$

Символы, приведенные в табл. 19.1, взяты из терминологии, принятой в оптической спектроскопии еще со времен первых исследователей атомных спектров.

Таблица 19.1

Значение l	0	1	2	3	4	
Состояние	*s*	*p*	*d*	*f*	*g*	

Состояние s при $l = 0$ является состоянием, обладающим нулевым моментом импульса. Из трех волновых функций для атома водорода в этом случае остается лишь одна радиальная, поэтому система не зависит ни от θ, ни от φ. Она будет сферически симметричной. Поскольку l принимает значения, отличные от нуля, то полная волновая функция не обладает сферической симметрией и система имеет момент импульса. Отметим, что третий член в квадратных скобках в уравнении (19.2) оказывает точно такое же влияние на волновую функцию R, как и кулоновский потенциальный барьер $U(r)$. Из этих соображений третий член часто называют *барьером момента импульса*.

19.2. Магнитное квантовое число

В теории Шредингера магнитное квантовое число m_l, умноженное на $\hbar$, представляет собой компоненту момента импульса в направлении произвольной координаты, например вдоль оси z. Это накладывает ограничения на сам вектор момента импульса, для которого возможны лишь определенные направления в этой координатной системе, выбранные из заданного дискретного множества направлений, которые определяются допустимыми значениями m_l. Это вы-

ражается в так называемом пространственном квантовании момента импульса. Какой же физический смысл следует придать этому квантовому числу в свете волновой механики Шредингера? Чтобы дать ответ на этот вопрос, мы должны ввести *оператор момента импульса*, который в сферических координатах имеет вид:

$$\mathrm{L}_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}. \qquad (19.5)$$

В классической механике момент импульса частицы определяется векторным уравнением

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \qquad (19.6)$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор, характеризующий положение частицы относительно начала координат, $\vec{p}$ — ее импульс.

В прямоугольной системе координат компонента, сопряженная оси z, определяется, таким образом, уравнением

$$\mathrm{L}_z = xp_y - yp_x, \qquad (19.7)$$

где p_y и p_x — компоненты импульса $\vec{p}$ вдоль осей y и x. Заменяя эти компоненты импульса соответствующими операторами квантовой механики, мы получим:

$$\mathrm{L}_z = \frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right). \qquad (19.8)$$

Это выражение представляет собой оператор момента импульса для z-компоненты в прямоугольной системе координат. Его можно записать и в сферических полярных координатах с помощью прямого преобразования координат в уравнении (19.8). Это дает выражение

$$\mathrm{L}_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}, \qquad (19.9)$$

которое является *оператором момента импульса*, как было установлено в уравнении (19.5)

Точно так же как оператор Гамильтона, примененный к волновой функции, определяет систему энергетических состояний (собственных значений), что выражается уравнением

$$\mathrm{H}\psi = E\psi, \qquad (19.10)$$

оператор момента импульса, примененный к волновой функции, определяет систему состояний z-компоненты момента импульса (собственных значений z-компоненты момента импульса):

$$\mathrm{L}_z\psi = L_z\psi, \text{ или } \frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} = L_z\psi. \qquad (19.11)$$

Это уравнение имеет решение вида:

$$\psi = f(r, \theta)e^{iL_z\varphi/\hbar}. \qquad (19.12)$$

Вспоминая требования, налагаемые на решения азимутального волнового уравнения (18.13), повторим, что функция ψ должна быть

непрерывна, однозначно определена и иметь период 2π по φ. Это означает, что

$$L_z = m\hbar, \quad m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \ldots . \qquad (19.13)$$

Можно показать, что m — это та же постоянная, что и m_l, т. е. представляет собой магнитное квантовое число, которое было получено нами ранее (уравнение 18.15).

Из уравнений (19.12) и (19.13) следует, что собственные функции, связанные с собственными значениями L_z, определяются соотношением $\Phi = Ae^{im\varphi}$, где A — постоянная, значение которой может быть получено из соответствующего условия нормировки $\int_0^{2\pi} \Phi^* \Phi d\varphi = 1$. Собственные функции Φ были получены в уравнении (18.14) как решения азимутального уравнения. Они соответствуют допустимым значениям z-компоненты орбитального момента импульса:

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}. \qquad (19.14)$$

Тот же результат был получен нами ранее (уравнение 19.4).

Одно из многих ограничений в теории Бора состояло в том, что в ней не признавалась возможность состояния с нулевым моментом импульса. Другое ограничение заключается в том, что в теории Бора квантование L постулировано, тогда как в формулировке Шредингера этот результат получается как следствие волнового уравнения и свойств решений в виде сферических гармоник.

Полярный угол вектора полного момента импульса может теперь принимать только те значения, которые удовлетворяют условию:

$$\cos\theta = \frac{L_z}{L} = \frac{m_l\hbar}{\hbar\sqrt{l(l+1)}} = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}. \qquad (19.15)$$

Графически это показано на рисунках 19.1 и 19.2.

Интересно отметить, что для очень больших значений момента импульса, когда $l \gg 1$, $l(l+1) \approx l^2$, уравнение (19.14) преобразуется к виду:

$$L = l\hbar. \qquad (19.16)$$

В этом случае разность между последовательными значениями момента импульса мала по сравнению с полным моментом, и спектр разрешенных значений L стремится к сплошному. Однако условия, налагаемые на L_z, продолжают оставаться в силе. Максимальные значения m_l равны $\pm l$. Для больших l и максимальных значений $|m_l|$ уравнение (19.15) принимает вид:

$$\cos\theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} = \pm\frac{l}{l} = \pm 1, \qquad (19.17)$$

т. е. по существу все ориентации вектора момента импульса, заключенные между 0 и π, возможны.

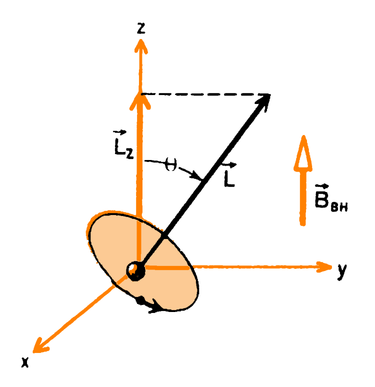


Рис. 19.1

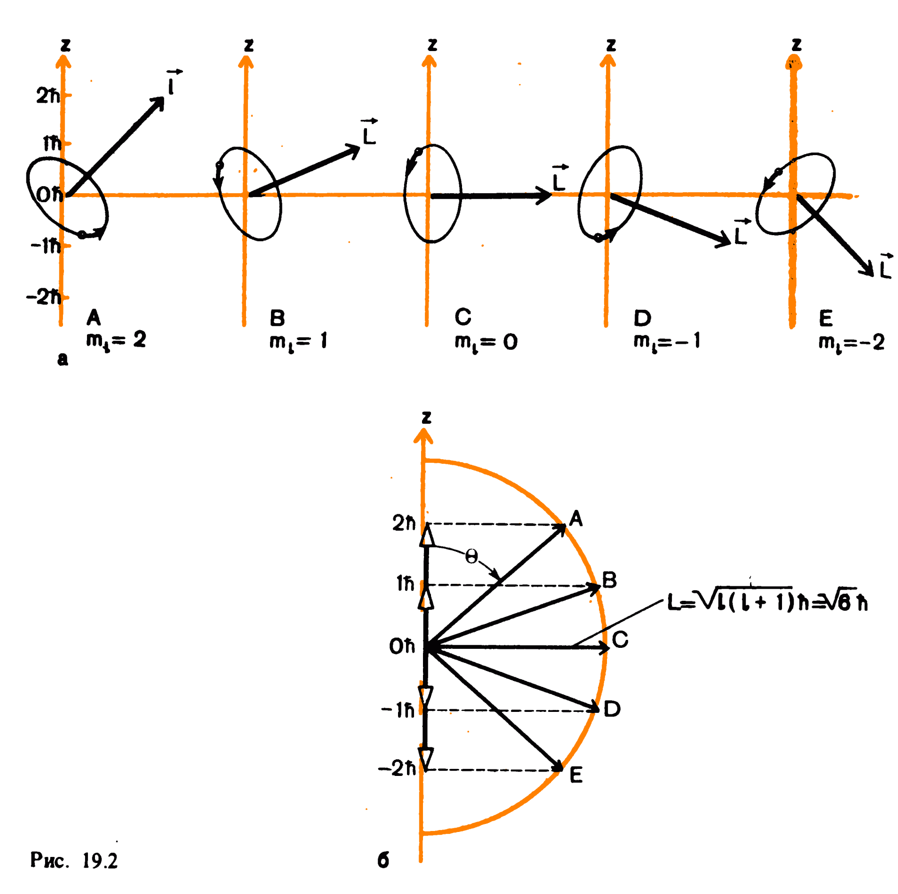


Рис. 19.2

В заключение отметим, что в квантовой механике $\hbar$ представляет собой универсальную единицу момента импульса.

19.3. Магнитный момент атома водорода

Момент импульса движущегося по окружности электрического заряда связан с образованием своего рода замкнутого тока. Согласно теории Максвелла замкнутый электрический ток создает магнитное поле. Это объясняет тот факт, что атом водорода имеет свое собственное постоянное магнитное поле, подобное полю, создаваемому магнитом в виде стержня. Напряженность такого поля можно выразить через магнитный момент. Рассмотрим атом водорода, в котором электрон движется по круговой орбите вокруг протона (рис. 19.3), и вычислим предполагаемый магнитный момент системы.

Если частота обращения электрона равна f, то эквивалентный ток равен:

$$i = -ef, \tag{19.18}$$

и если m — масса электрона, R — радиус орбиты, v — линейная скорость электрона, то момент импульса равен:

$$L = (mv)R = m2\pi f R^2, \qquad (19.19)$$

где $v = 2\pi f R$.

Далее, если ток i течет по замкнутому контуру площадью A, то магнитное поле, которое он создает, тождественно полю магнита, имеющего магнитный момент

$$\mu_l = iA \qquad (19.20)$$

(для нашего случая $A = \pi R^2$).

Отношение, найденное делением выражения для магнитного момента (19.20) на выражение для момента импульса (19.19),

$$\frac{\mu_l}{L} = -\frac{ef\pi R^2}{m2\pi f R^2} = -\frac{e}{2m} = 8{,}8 \cdot 10^9 \text{ Кл/кг} \qquad (19.21)$$

известно как *гиромагнитное отношение*.

Вспомним, что орбитальный момент импульса электрона квантован и равен $\hbar\sqrt{l(l+1)}$. В этом случае из уравнения (19.21) следует, что абсолютное значение *магнитного дипольного момента* атома водорода равно:

$$\mu_l = \frac{e}{2m} L = \frac{e\hbar}{2m}\sqrt{l(l+1)}. \qquad (19.22)$$

Полученный результат связан с орбитальным движением электрона. Поскольку электрический заряд электрона отрицателен, то вектор магнитного дипольного момента направлен в сторону, противоположную вектору момента импульса.

Множитель, который содержится в уравнении (19.22), равный

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = \beta = 9{,}27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}, \qquad (19.23)$$

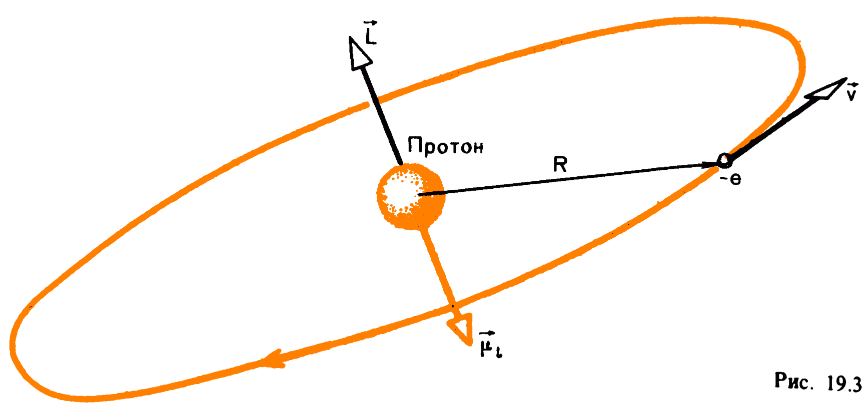


Рис. 19.3

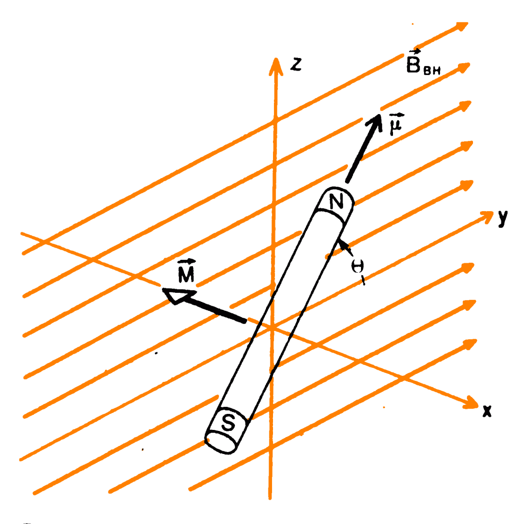


Рис. 19.4

представляет собой универсальную единицу магнитного дипольного момента, известную под названием *магнетона Бора.* Позднее будет показано, что электрону и протону приписывается некоторое дополнительное магнитное поле, которое обусловлено их внутренними свойствами, и поэтому уравнение (19.22) не отражает полной картины.

Если поместить магнитный диполь с дипольным моментом $\vec{\mu}$ во внешнее магнитное поле с индукцией $\vec{B}_{вн}$, то возникает вращающий момент (рис. 19.4), равный

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}_{вн}, \qquad (19.24)$$

который стремится повернуть вектор дипольного момента в направлении индукции внешнего поля. Вращающий момент, соответствующий уравнению (19.24), достигает максимального значения, когда угол θ между $\vec{\mu}$ и $\vec{B}_{вн}$ равен 90°. Потенциальная энергия магнитного диполя для любого значения угла θ равна:

$$\Delta U_{м} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_{вн} = -\mu B_{вн} \cos\theta. \qquad (19.25)$$

ЗАДАЧИ

19.1. Чему равны энергия и момент импульса электрона в атоме водорода в состоянии 3 p; в состоянии 4 p? (Символ 3 p означает, что $n = 3$, $l = 1$; символ 4 p означает, что $n = 4$, $l = 0$ и т. д.)

19.2. Может ли электрон находиться в состоянии $2f$? Объясните.

19.3. Электрон ускоряется разностью потенциалов 15 000 В и затем обращается по круговой траектории в плоскости, перпендикулярной направлению линий индукции однородного магнитного поля ($B = 0{,}20$ Тл). Определите магнитный дипольный момент, создаваемый этим электроном.

19.4. Найдите отношение моментов импульса 3 d-электрона, вычисленных по теории Бора и по теории Шредингера.

19.5. Используя соотношения $B = \mu_0 i/2R$ и $L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar = 2\pi f m R^2$, определите индукцию магнитного поля, созданного электроном, находящимся на первой боровской орбите. Чему равен соответствующий эффективный ток? (Помните, что $R = n^2 r_1$, где $r_1 = 0{,}53$ Å — радиус Бора).

19.6. Определите максимальные значения момента импульса и магнитного дипольного момента электрона в оболочке M.

19.7. Чему равна максимальная потенциальная энергия, соответствующая магнитному дипольному моменту 4 p-электрона, помещенного во внешнее магнитное поле с индукцией $B = 0{,}25$ Тл?

19.8. Вычислите орбитальное квантовое число l: а) для электрона на первой боровской орбите ($r_1 = 0{,}53$ Å и $v_1 = 2{,}2 \cdot 10^6$ м/с); б) для насекомого массой 1,0 мг, сидящего на конце минутной стрелки часов длиной 2 см.

19.9. Протон, обладающий энергией 5,0 эВ, обращается по круговой орбите, плоскость которой перпендикулярна линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0{,}0063$ Тл). Чему равен орбитальный момент импульса протона (квантовое число l)? Определите эффективный ток протона. Определите магнитный дипольный момент, создаваемый протоном. Скольким магнетонам Бора он равен?

Глава 20

КВАНТОВЫЕ ЧИСЛА (II). ЭФФЕКТ ЗЕЕМАНА

Питер Зееман
(1865—1943)

Уроженец Зоннемайра (Нидерланды). Зееман окончил Лейденский университет, где затем преподавал физику. С 1900 г. профессор Амстердамского университета. Позже, в 1908 г., Зееман становится директором Физического института в Амстердаме. В 1896 г. открыл явление, названное его именем, — эффект Зеемана, который состоит в том, что при спектроскопическом анализе светового луча, если источник света поместить в магнитное поле, происходит уширение или расщепление спектральных линий. За исследования в этой области в 1902 г. Зееман совместно с Х. Лоренцем получил Нобелевскую премию по физике.

20.1. Атом во внешнем магнитном поле

В 1892 г. Питер Зееман работал в Лейденском университете и занимался проблемами оптической спектроскопии. В одном из экспериментов он обнаружил, что ярко-желтые линии в спектре пламени натрия заметно уширяются, когда пламя находится между полюсами мощного электромагнита. Х. А. Лоренц, проанализировав этот результат на основе разработанной им электронной теории, высказал предположение, что спектральные линии, обнаруживающие уширение, должны быть поляризованы. При наблюдении в направлении, перпендикулярном линиям индукции поля, Зееман обнаружил, что для крайних частей спектральных линий плоскость поляризации была параллельна направлению вектора индукции внешнего магнитного поля, а для центральной части перпендикулярна ему. Совершенствование спектроскопических методов позволило исследовать структуру линий, полученных Зееманом. Оказалось, что они состоят в свою очередь из трех линий, поляризованных так, как было показано выше. Такая группа из трех линий известна под названием *триплета Лоренца*.

Вскоре было обнаружено, что для большинства элементов картина расщепления спектральных линий в присутствии внешнего магнитного поля значительно сложнее: в некоторых случаях наблюдалось большое число компонент со сложным характером поляризации. Эти случаи известны как *аномальный эффект Зеемана*, который явился предметом многих исследований в последующие годы. Были, в частности, изучены такие проблемы, как разрешение компонент

по частоте, их относительной яркости и типу поляризации, а также зависимость наблюдаемых эффектов от температуры и напряженности магнитного поля. В 1912 г. Ф. Пашен и Э. Бак обнаружили, что в очень сильных магнитных полях аномальный эффект Зеемана для близких дублетов и триплетов преобразуется в обычные простые триплеты Лоренца. (Эту простую картину называют обычно *нормальным эффектом Зеемана*.) Полное объяснение эти эффекты получили на основе современных квантовомеханических представлений о строении атома и их взаимодействиях с внешними силовыми полями.

На рисунке 20.1 схематически изображен атом водорода, находящийся в сильном внешнем магнитном поле с индукцией $\vec{B}_{вн}$. Магнитный дипольный момент $\vec{\mu}_l$ кругового тока, ассоциируемого с электроном, движущимся по орбите вокруг протона, взаимодействует с внешним магнитным полем. Потенциальная энергия, связанная с таким взаимодействием, равна в этом случае (сравните с уравнением 19.25):

$$\Delta U_m = -\vec{\mu}_l \cdot \vec{B}_{вн} = \mu_l B_{вн} \cos(\pi - \theta),$$

или

$$\Delta U_m = \mu_l B_{вн} \cos\theta. \qquad (20.1)$$

Если использовать значение $\vec{\mu}_l$, полученное в гл. 19 (уравнение 19.22), то потенциальная энергия, приобретаемая атомом при таком взаимодействии, может быть записана в виде

$$\Delta U_m = \frac{e}{2m} L B_{вн} \cos\theta = \frac{e}{2m} \vec{L} \cdot \vec{B}_{вн},$$

или, так как орбитальный момент импульса электрона $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$,

$$\Delta U_m = \frac{e\hbar}{2m}\sqrt{l(l+1)} B_{вн} \cos\theta = \mu_B \sqrt{l(l+1)} B_{вн} \cos\theta, \qquad (20.2)$$

где $\mu_B = e\hbar/2m$ — магнетон Бора, определяемый уравнением (19.23).

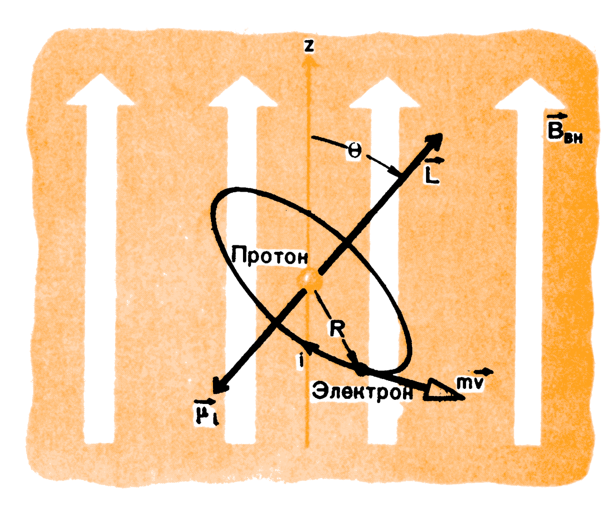


Рис. 20.1

В результате полная энергия атома водорода в магнитном поле равна:

$$E_{n,l,m_l} = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} + \mu_B\sqrt{l(l+1)}B_{\text{вн}}\cos\theta,$$

где первый член представляет собой энергию кулоновского взаимодействия между электроном и протоном, а второй — энергию взаимодействия между внешним магнитным полем и магнитным дипольным моментом циркулирующего электрона.

Отметим, что полная энергия записана с использованием трех квантовых чисел, что указывает также на зависимость энергии от магнитного квантового числа m_l. Действительно, из уравнения (19.15) имеем:

$$\cos\theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}},$$

и выражение для энергии принимает следующий вид:

$$E_{n,l,m_l} = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} + \mu_B m_l B_{\text{вн}}. \qquad (20.3)$$

Полученный результат дает возможность объяснить влияние магнитного поля на энергетические уровни атома. При $B_{\text{вн}} = 0$ (внешнее поле отсутствует) энергетический уровень определяется только первым членом. Как только индукция становится достаточно большой и второй член начинает играть существенную роль, появляется необходимость учитывать различные допустимые значения m_l. Напомним, что при заданных n и l имеется $2l+1$ возможных значений для m_l $(0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l)$. Каждому допустимому значению m_l соответствует некоторое значение E_{n,l,m_l}, что означает расщепление первоначального энергетического уровня на $2l+1$ уровней.

П р и м е р 20.1. Каковы возможные энергетические уровни атома с электроном в состоянии $n = 4$, если атом помещен во внешнее магнитное поле с индукцией $B_{\text{вн}}$?

Р е ш е н и е. Если $n = 4$, то l и m_l имеют следующие значения:

l	0	1	2	3
m_l	0	0, ± 1	0, ± 1, ± 2	0, ± 1, ± 2, ± 3

Возможные энергетические уровни, полученные из уравнения (20.3), представлены в табл. 20.1.

В соответствии с уравнением (20.3) и полученной простой картиной разность между любыми двумя последовательными энергетическими уровнями постоянна и определяется выражением

$$\mu_B B_{\text{вн}}. \qquad (20.4)$$

Таблица 20.1

	s-Состояние ($l = 0$)			*p*-Состояние ($l = 1$)			*d*-Состояние ($l = 2$)			*f*-Состояние ($l = 3$)		
	n	l	m_l	n	l	m_l	n	l	m_l	n	l	m_l
	4	0	0	4 4 4	1 1 1	1 0 —1	4 4 4 4 4	2 2 2 2 2	2 1 0 —1 —2	4 4 4 4 4 4 4	3 3 3 3 3 3 3	3 2 1 0 —1 —2 —3
Число энергетических уровней	1			3			5			7		

20.2. Нормальный эффект Зеемана

Время жизни атома, находящегося в возбужденном состоянии, очень мало и имеет значение порядка 10^{-8} с. Атом покидает такое состояние, переходя в состояние с более низкой полной энергией и другим квантовым числом. Потеря энергии, которая равна разности энергии уровней, соответствующих двум состояниям, может осуществляться любым способом, но с соблюдением закона сохранения энергии. Часто это происходит путем излучения фотона с частотой

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} \quad (E_f < E_i),$$

где E_i и E_f — полная энергия соответственно начального и конечного состояний. Переход может происходить самопроизвольно и беспорядочно по времени, поэтому предсказать точно момент перехода невозможно. Однако, основываясь на квантовой теории, можно вычислить вероятность перехода в единицу времени. Результаты таких вычислений содержат некоторые правила, с помощью которых можно определить, как меняются квантовые числа l и m_l при переходе с уровня энергии E_i на уровень E_f. Например, изменения

$$\Delta l = l_i - l_f = \pm 1, \qquad m_l = (m_l)_i - (m_l)_f = 0, \text{ или } m_l = \pm 1, \tag{20.5}$$

представляют собой *правила отбора* или некоторые ограничения на квантовые числа, при наличии которых вероятность перехода в единицу времени особенно велика (приближается к единице). Такие переходы называют *допустимыми переходами*. Другие правила отбора могут быть получены для значительно более низких значений вероятности перехода (порядка 10^{-6} $с^{-1}$); эти правила отбора определяют

запрещенные (в той или иной степени) *переходы.* Понятно, что если энергия по тем или иным причинам может испускаться только через запрещенные переходы, то время жизни атомов в возбужденных состояниях будет исключительно велико по сравнению с временем жизни для допустимых переходов. Подобные случаи имеют место в спектрах очень разреженных облаков горячего газа в звездных атмосферах или в туманностях, создаваемых сверхновыми звездами.

Для главного квантового числа n правил отбора не существует, должно лишь выполняться требование, чтобы E_f было меньше E_i.

В качестве примера использования правил отбора в случае допустимых переходов рассмотрим возможные переходы в водородоподобном атоме между состояниями d ($l = 2$) и p ($l = 1$). Эти переходы схематически показаны на рисунке 20.2, *а*, когда *внешнее магнитное поле отсутствует*, и на рисунке 20.2, *б*, когда *индукция внешнего магнитного поля отлична от нуля.* Видно, что при $B_{вн} = 0$ возможен только один переход. Энергия испущенных фотонов определяется по формуле Бора:

$$\Delta E = h\nu_0,$$

при этом длина волны соответствующей спектральной линии равна:

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}.$$

При таком переходе квантовое число l изменяется от 2 до 1, т. е. $\Delta l = 1$. Под действием внешнего магнитного поля прежние энергетические уровни расщепляются так, как показано на рисунке 20.2, *б*. Состояние d ($l = 2$) расщепляется на пять подуровней, поскольку m_l

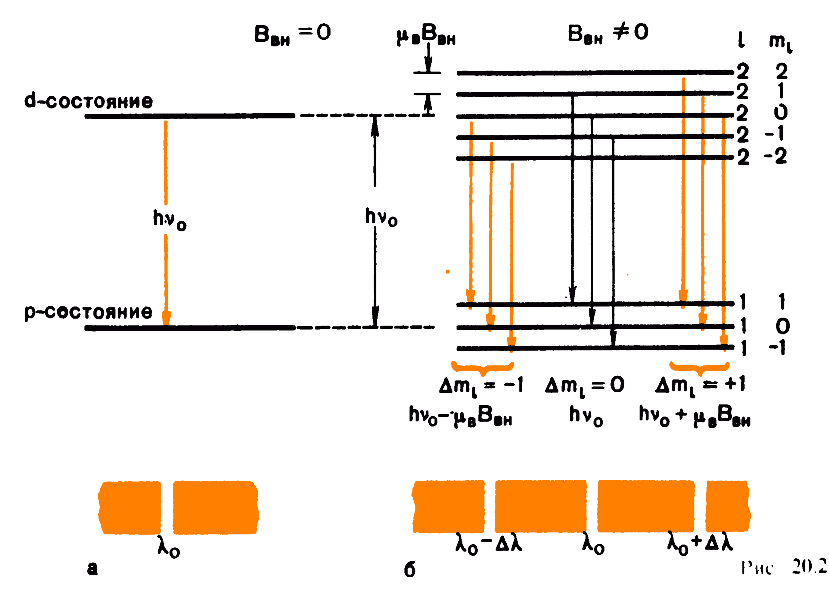


Рис. 20.2

может принимать значения —2, —1, 0, +1, +2. Состояние p ($l = 1$) расщепляется на три уровня для m_l, равного —1, 0, +1.

В первой группе из трех возможных допустимых переходов, соответствующих правилу отбора $\Delta l = 1$ и $\Delta m_l = -1$, каждый переход сопровождается высвобождением одинаковой энергии:

$$h\nu = h\nu_0 - \mu_B B_{вн}. \quad (20.6)$$

Частота и длина волны соответствующей спектральной линии равны:

$$\nu = \nu_0 - \frac{\mu_B B_{вн}}{h}$$

и

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{\nu_0 - \mu_B B_{вн}/h}.$$

Во второй группе переходов с правилами отбора $\Delta l = +1$, $\Delta m_l = 0$ при переходах высвобождается энергия $h\nu_0$. Частота и длина волны соответствующей спектральной линии равны ν_0 и $\lambda_0 = c/\nu_0$, т. е. имеют такие же значения, как и в случае, когда $B_{вн} = 0$.

Наконец, в третьей группе переходов высвобождается фотон с энергией

$$h\nu = h\nu_0 + \mu_B B_{вн}, \quad (20.7)$$

с частотой

$$\nu = \nu_0 + \frac{\mu_B B_{вн}}{h}$$

и длиной волны

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{\nu_0 + \mu_B B_{вн}/h}.$$

Первоначальная спектральная линия, следовательно, расщепляется на три компоненты с длинами волн:

$$\frac{c}{\nu_0 - \mu_B B_{вн}/h}, \ \frac{c}{\nu_0}, \ \frac{c}{\nu_0 + \mu_B B_{вн}/h}.$$

Такая интерпретация эффекта Зеемана, т. е. определение ориентации вектора магнитного момента относительно направления вектора индукции приложенного магнитного поля, вокруг которого вектор магнитного момента прецессирует, говорит, очевидно, о пространственном квантовании момента импульса. Точно так же как опыт Франка — Герца явился одним из самых ранних непосредственных доказательств квантования энергии, так и эффект Зеемана дал одно из наиболее прямых доказательств квантования момента импульса.

Пример 20.2. Спектрометр может разрешить спектральные линии видимого диапазона ($\lambda \approx 6000$ Å), отличающиеся между собой на $\Delta\lambda = 0{,}1$ Å. Чему равна индукция внешнего магнитного поля, необходимого для экспериментального подтверждения нормального эффекта Зеемана?

Р е ш е н и е. Разность энергий между двумя последовательными спектральными линиями равна: $\Delta E = \mu_B B_{вн}$. Соответствующая разность частот, равная

$$\Delta\nu = \frac{\mu_B B_{вн}}{h},$$

может быть также записана в виде

$$\left|\Delta\nu\right| = \left|\Delta\frac{c}{\lambda}\right| = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}.$$

Поэтому индукция магнитного поля, необходимого для расщепления спектральной линии на компоненты, которые могут быть разрешены, равна:

$$B_{вн} = \frac{hc\Delta\lambda}{\mu_B\lambda^2},$$

где $\mu_B = 9{,}3\cdot10^{-24}$ Дж·Тл$^{-1}$, $\lambda = 6{,}0\cdot10^{-7}$ м и $\Delta\lambda = 1{,}0\cdot10^{-11}$ м. Расчеты дают: $B_{вн} = 0{,}059$ Тл.

20.3. Полное число состояний

Любая комбинация трех квантовых чисел n, l и m_l определяет состояние атома. Поскольку общее решение уравнения Шредингера для атома водорода

$$\Psi = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi),$$

где

$$R(r) = e^{-nrl}\, r^l L_{n,l}(r),$$
$$\Theta(\theta) = P_{l,m_l}\cos\theta,$$
$$\Phi(\varphi) = Ae^{i\cdot m_l\varphi},$$

зависит от трех квантовых чисел n, l и m_l, то можно сделать заключение, что каждое состояние характеризуется соответствующей собственной функцией Ψ_{n,l,m_l}.

Если атом не находится во внешнем магнитном поле, собственные значения энергии равны:

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$$

и эта энергия не зависит от l и m_l. Следствием этого частного случая является *отсутствие* однозначного соответствия между собственными значениями и собственными функциями. Уравнение Шредингера дает два или более решений для одного значения энергии. Решения в этом случае называются *вырожденными*. Если же имеется только одно независимое решение для данного собственного значения энергии, то решение называют *невырожденным*.

П р и м е р 20.3. Покажите, что для заданного главного квантового числа n существует n^2 возможных состояний.

Решение. Для заданного n орбитальное квантовое число l может принимать следующие n-значений:

$$l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ (n-1).$$

Для каждого значения l магнитное квантовое число m_l имеет $2l+1$ значений:

$$m_l = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots,\ \pm l.$$

Общее число N собственных функций или возможных состояний равно:

$$N = \sum_{l=0}^{l=n-1}(2l+1) = 1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1),$$

т. е. мы получили арифметическую прогрессию. Сумма членов арифметической прогрессии находится по формуле

$$s = \frac{a+u}{2}n, \qquad (20.8)$$

где a — значение первого члена, u — значение последнего члена и n — общее число членов прогрессии. Используя формулу (20.8), получаем:

$$N = \frac{1+(2n-1)}{2}n = n^2.$$

Пример 20.4. Составьте таблицу всех возможных состояний и собственных функций для $n = 3$.

Решение. Для $n = 3$ возможны следующие значения l и m_l:

l	0	1	2
m_l	0	0, ±1	0, ±1, ±2

В табл. 20.2 приведены все возможные комбинации. Общее число состояний равно $n^2 = 3^2 = 9$.

ЗАДАЧИ

20.1. Постройте диаграмму, иллюстрирующую расщепление энергетических уровней при нормальном эффекте Зеемана для состояний s, p, d и f атома водорода.

20.2. Пользуясь уравнениями (20.1) и (20.3), покажите, что компоненты магнитного дипольного момента $\vec{\mu}_l$ вдоль оси z определяются как

$$\mu_{l_z} = \mu_B m_l$$

и являются единственными, которые можно наблюдать и измерять экспериментально.

20.3. В соответствии с задачей 20.2 компоненты μ_l вдоль оси z являются целыми кратными магнетону Бора. Следовательно, μ_B — это естественная единица для определения μ_{l_z}. Определите для $n = 3$ число возможных значений μ_{l_z}. Является ли μ_l пространственно квантованным? Сколько ориентаций μ_l возможно для d-состояния?

Таблица 20.2

Состояния			Собственные функции Ψ_{n,l,m_l}	Число состояний N
n	l	m_l		
3	0	0	$\Psi_{3,0,0}$	1
3	1	−1	$\Psi_{3,1,-1}$	
3	1	0	$\Psi_{3,1,0}$	3
3	1	+1	$\Psi_{3,1,1}$	
3	2	−2	$\Psi_{3,2,-2}$	
3	2	−1	$\Psi_{3,2,-1}$	
3	2	0	$\Psi_{3,2,0}$	5
3	2	1	$\Psi_{3,2,1}$	
3	2	2	$\Psi_{3,2,2}$	

20.4. Обозначения s, p, d, f для состояний $l = 0$, 1, 2, 3 были даны первыми исследователями в области спектроскопии, которые назвали соответствующие серии: **sharp** (резкая), **principal** (главная), **diffuse** (диффузная), **fundamental** (фундаментальная). Постройте диаграмму энергетических уровней, иллюстрирующую допустимые переходы в нормальном эффекте Зеемана для главной серии.

20.5. Недостаток информации о компонентах вдоль осей y и z орбитального углового импульса $\vec{L}$ электрона в атоме водорода можно проиллюстрировать, изобразив вектор $\vec{L}$, абсолютное значение которого равно $|\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$, выходящим из начала координат (x, y, z). Ось z направлена вдоль индукции $\vec{B}_{вн}$ внешнего магнитного поля. Напомним, что в соответствии с уравнением (19.13) $L_z = m_l\hbar$. Покажите, что проекция $\vec{L}$ на плоскость xy определяется выражением

$$L_{xy} = \sqrt{(l^2 + l - m_l^2)}\,\hbar.$$

Вычислите различные возможные значения L_z и L_{xy} для f-состояния и начертите в масштабе соответствующую диаграмму.

20.6. Для задачи 20.5 постройте диаграмму, в которой отсутствие информации о L_x и L_y иллюстрируется конической поверхностью вращения относительно оси z, описываемой вектором $\vec{L}$, прецессирующим вокруг вектора $\vec{B}_{вн}$. Вычислите различные значения полярного угла θ из уравнения $L_z = L\cos\theta = m_l\hbar$ для состояния d.

20.7. Нормальный эффект Зеемана имеет место, когда атомарный газ находится под действием очень сильного магнитного поля. Орбитальный момент импульса $\vec{L}$ прецессирует относительно вектора $\vec{B}_{вн}$. Проанализируйте нормальный эффект Зеемана для допустимых переходов в резкой, главной и диффузной сериях.

20.8. Вычислите разность между последовательными состояниями в нормальном эффекте Зеемана: а) в единицах энергии (электронвольтах и джоулях); б) в единицах частоты; в) в единицах длины (ангстремах и метрах). Пусть $B_{вн} = 1{,}2$ Тл.

20.9. Газообразный водород находится в сильном магнитном поле с индукцией $B_{вн} = 0{,}8$ Тл. Вычислите разность между двумя последовательными состояниями (нормальный эффект Зеемана), если $\lambda = 5000$ Å. Получите результаты в единицах длины волны и частоты.

20.10. Тот факт, что в задачах 20.5 и 20.6 абсолютное значение $\vec{L}$ $|\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$ и компонента вдоль оси z $L_z (L_z = m_l h)$ могут быть измерены одновременно, указывает на то, что между L и L_z отсутствует связь, выражаемая соотноше-

нием неопределенностей. Однако если известно L_z, то L_x и L_y не могут быть определены одновременно. Известно только значение $L_{xy} = \sqrt{l^2 + l - m_l^2}\hbar$. Ориентации $\vec{L}_z$ и $\vec{L}_{xy}$, определяемые азимутальным углом φ, не могут быть известны *одновременно* с абсолютной точностью. Следовательно, L_z и φ являются, таким образом, *сопряженными переменными*, аналогично импульсу и местоположению. Итак, в дополнение к соотношениям неопределенностей $\Delta p \Delta x \geqslant h$ и $\Delta E \Delta t \geqslant h$ можно добавить соотношение $\Delta L_z \Delta \varphi \geqslant h$. Вычислите различные неточности в определении $\Delta\varphi$ для d-состояния.

Глава 21

ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ АТОМА ВОДОРОДА

Гарольд Клейтон Юри
(р. 29.IV 1893 г.)

Родился в Волкертоне (США). В 1923 г. окончил Калифорнийский университет. Профессор химии в университете Джонса Гопкинса (1924—1929), в Колумбийском (1929—1945) и в Чикагском (1945—1958) университетах. Юри занимался исследованиями в таких областях, как разделение изотопов, спектры поглощения, строение молекул. Его интересовали также проблемы происхождения солнечной системы, строения атома и ядра. В 1934 г. за открытие дейтерия ему была присуждена Нобелевская премия по химии.

21.1. Волновые функции атома водорода

Как было показано ранее, уравнение Шредингера для атома водорода

$$H\psi = E\psi$$

имеет общее решение:

$$\psi_{n,l,m_l} = R_{n,l}\Theta_{l,m_l}\Phi_{m_l} = \underbrace{[e^{-nr} r^l L_{n,l}(r)]}_{\text{Радиальная часть}}\underbrace{[P_{l,m_l}(\cos\theta)]}_{\text{Полярная часть}}\underbrace{Ae^{im_l\varphi}}_{\text{Азимутальная часть}}, \qquad (21.1)$$

где $L_{n,l}(r)$ — *присоединенные полиномы Лагерра* и $P_{l,m_l}(\cos\theta)$ — *полиномы Лежандра*[1]. В этих уравнениях n, l и m_l — соответственно главное, орбитальное и магнитное квантовые числа, которые могут принимать следующие значения:

$n = 1, 2, 3, \ldots,$
$l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$ — n значений,
$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$ — $(2l+1)$ значений.

Каждая допустимая комбинация этих чисел определяет *состояние* атома, и для каждого состояния имеется соответствующая собственная функция ψ_{n,l,m_l}. Функция ψ_{n,l,m_l} в общем случае является комплекс-

---

[1] Полиномы $L_{n,l}$ имеют вид:

$$L_{n,l} = A_0 + A_1 r + A_2 r^2 + \ldots + A_{n-l-1} r^{n-l-1}.$$

ной. Если ψ^*_{n,l,m_l} — функция, комплексно сопряженная ψ_{n,l,m_l}, то величина

$$p = \psi^*_{n,l,m_l}\psi_{n,l,m_l} \qquad (21.2)$$

представляет собой вероятность на единицу объема, или *плотность вероятности* обнаружения электрона в данной точке пространства относительно центра ядра протона. Обозначим через $dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$ элемент объема в сферических координатах и потребуем, чтобы выполнялось соотношение

$$\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=-\pi}^{\pi}\int_{r=0}^{\infty}\psi^*_{n,l,m_l}\ \psi_{n,l,m_l}dV = 1,$$

которое представляет собой условие нормировки, утверждающее, что электрон действительно находится где-то в пространстве вокруг протона. Умножая плотность вероятности на заряд электрона, мы получим распределение плотности заряда в атоме.

21.2. Радиальное распределение вероятности

В общем случае распределение плотности вероятности обнаружения частицы $\psi^*\psi$ зависит от трех координат r, θ и φ, как и от квантовых чисел n, l и m_l. Каждое состояние характеризуется своим отличающимся от других распределением плотности вероятности. Исследуем распределение плотности в зависимости от абсолютного значения радиус-вектора. Радиальная часть волновой функции (см. уравнение 21.1) имеет вид:

$$R_{n,l} = e^{-nr}\, r^l L_{n,l}(r).$$

Эта функция действительна и не зависит от угловых координат θ и φ и от магнитного квантового числа m_l. Плотность вероятности обнаружения частицы в данной точке вдоль радиуса равна:

$$p_r = R^*_{n,l}\ R_{n,l}. \qquad (21.3)$$

Элемент объема, зависящий только от радиуса, представляет собой сферическую оболочку, ограниченную двумя концентрическими сферическими поверхностями радиусами r и $r + dr$. Этот объем равен: $dV_r = 4\pi r^2 dr$ (рис. 21.1), и *радиальная вероятность обнаружения частицы в объеме* dV_r получается равной:

$$P_r = R^*_{n,l}R_{n,l}dV_r = 4\pi r^2 R^2_{n,l}dr = p_r dV_r, \qquad (21.4)$$

или

$$P_r = e^{-2nr}r^{2(l+1)}L^2_{n,l}(r)4\pi dr.$$

Радиальная вероятность есть вероятность обнаружения электрона в пространстве между двумя концентрическими сферами с радиусами r и $r + dr$.

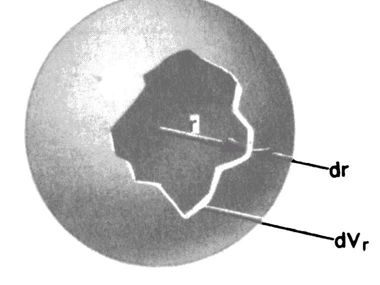


Рис. 21.1

Радиальная плотность заряда определяется произведением заряда электрона на эту вероятность.

На рисунке 21.2 графически показано изменение радиальной вероятности P_r в зависимости от расстояния вдоль радиуса, выраженного в единицах r_1 ($r_1 = 0{,}53$ Å — радиус Бора).

Для состояния 1*s* ($n = 1$, $l = 0$) уравнение (21.4) принимает вид:

$$P_r = R^*_{1,0} R_{1,0} dV_r = R^2_{1,0}\, dV_r = e^{-2}\, r^2 A_0^2 4\pi dr.$$

Отметим, что если $r = 0$, то $P_r = 0$; максимальная вероятность достигается, когда $r = r_1 = 0{,}53$ Å, что соответствует радиусу орбиты для основного состояния, вычисленному по теории Бора. Когда $r \to 5r_1$, P_r становится очень малой величиной и стремится к нулю.

В состоянии 2*s* ($n = 2$, $l = 0$) радиальная вероятность равна:

$$P_r = e^{-4r}\, r^2 (A_0 + A_1 r)^2 4\pi dr,$$

и $P_r = 0$ при $r = 0$. Теперь наблюдается два максимума, один при $r = r_1$ и другой при $r = 5r_1$, причем второй больше, чем первый.

Радиальная вероятность для 3*s*-состояния ($n = 3$, $l = 0$) равна:

$$P_r = e^{-6r}\, r^2 (A_0 + A_1 r + A_2 r^2)^2 4\pi dr.$$

Здесь мы имеем три максимума — при r_1, $4r_1$ и $12r_1$, причем последний максимум наибольший.

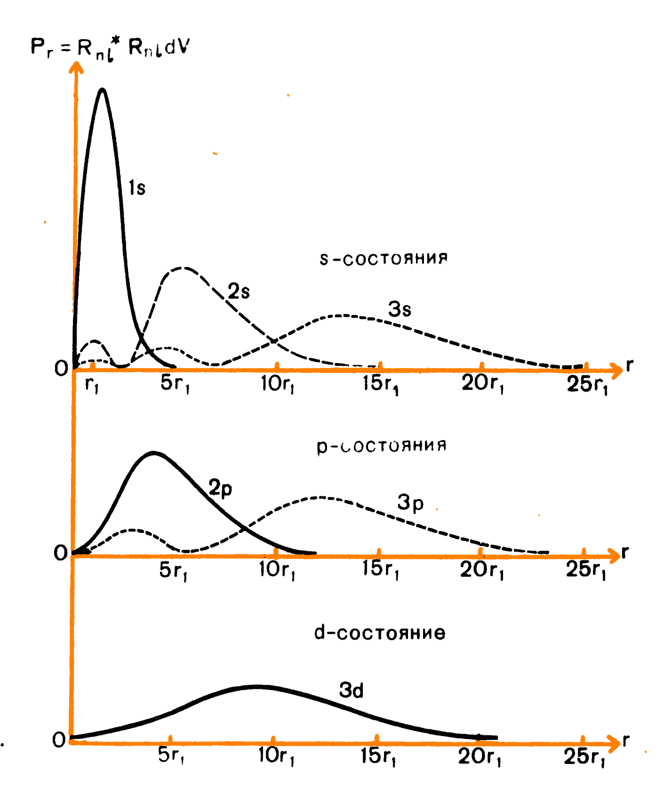


Рис. 21.2

Электроны, находящиеся в $2p$-состоянии, имеют максимальную радиальную вероятность вблизи $4r_1$, а электроны в $3p$-состоянии имеют максимальную радиальную вероятность вблизи $2r_1$ и $12r_1$. Отметим, что в каждом случае можно выделить наибольший максимум. Вероятность обнаружения электронов на одном из этих расстояний вдоль радиуса здесь больше, и, таким образом, мы располагаем правилом размещения электронов в определенных оболочках вокруг ядра. Однако имеется определенная вероятность размещения электрона и на таких расстояниях, которые отличаются от предсказанных теорией Бора.

В любом случае вероятность обнаружения электрона при $r = 0$ равна нулю. Константы A_0, A_1, A_2, ... можно определить из условия нормировки[1]:

$$\frac{1}{4\pi}\int_{r=0}^{\infty} R^*_{n,l}R_{n,l}dV_r = \frac{1}{4\pi}\int_{r=0}^{\infty} R^2_{n,l}dV_r = 1. \quad (21.5)$$

21.3. Угловое распределение вероятности

Плотность вероятности обнаружения электрона в некоторой точке пространства равна:

$$p = R^*_{n,l}R_{n,l}\Theta^*_{l,m_l}\Theta_{l,m_l}\Phi^*_{m_l}\Phi_{m_l}, \quad (21.6)$$

но, поскольку

$$\Phi^*_{m_l}\Phi_{m_l} = A^*e^{-im_l\varphi}Ae^{im_l\varphi} = A^*A = \text{const}, \quad (21.7)$$

плотность вероятности в этом случае не зависит от φ. Плотность вероятности определяется произведением зависящей от радиуса плотности вероятности $p_r = R^*_{n,l}R_{n,l}$ и плотности вероятности, зависящей от угла θ, $p_\theta = \Theta^*_{l,m_l}\Theta_{l,m_l}$. Поскольку Θ_{l,m_l} зависит от l и m_l, так же как и θ, значение p_θ различно для разных состояний, определяемых квантовыми числами l и m_l. В табл. 21.1 приведены некоторые нормированные азимутальные функции Θ_{l,m_l} для различных сочетаний l и m_l. Поскольку $\Theta^*_{l,m_l}\Theta_{l,m_l}$ не зависит от φ, то график зависимости $p_\theta = \Theta^*_{l,m_l}\Theta_{l,m_l}$ от θ в каждом случае обладает вращательной симметрией относительно оси z.

Существует только один энергетический уровень для s-состояния, т. е. состояния при $l = 0$, $m_l = 0$. Соответствующий полином Лежандра в табл. 21.1 равен: $\Theta_{0,0} = 1/\sqrt{2}$ и $p_\theta = \Theta^*_{0,0}\Theta_{0,0} = 1/2$. Если построить в полярных координатах график зависимости p_θ от угла θ, то мы получим сферу радиусом 1/2, как показано на рисунке 21.3, *а*. Отрезок прямой, соединяющий начало координат с точкой на графике, имеет длину, равную $\Theta^*_{l,m_l}\Theta_{l,m_l}$, и представляет собой плотность вероятности обнаружения электрона в направлении этой прямой. Фигуры,

---

[1] Появление множителя $1/4\pi$ в уравнении (21.5) объясняется тем, что если $R^*_{n,l}R_{n,l}$ представляет собой вероятность на единицу объема вдоль радиуса, то $1/4\pi\, R^*_{n,l}R_{n,l}$ — это вероятность на единицу объема и на единицу угла (в стерадианах), которая также должна быть нормирована.

изображенные на рисунке 21.4, показывают распределение полной плотности вероятности, определяемой угловой плотностью вероятности p_θ (так как угловая вероятность p_θ воздействует на радиальную вероятность p_r, модулируя ее).

В p-состоянии, когда $m_l = 0$, полином Лежандра равен $\Theta_{1,0} = \sqrt{3/2}\cos\theta$ при зависящей от θ плотности вероятности, определяемой как $p_\theta = 3/2\cos^2\theta$. На рисунках 21.3, *б* и 21.4, *б* распределение

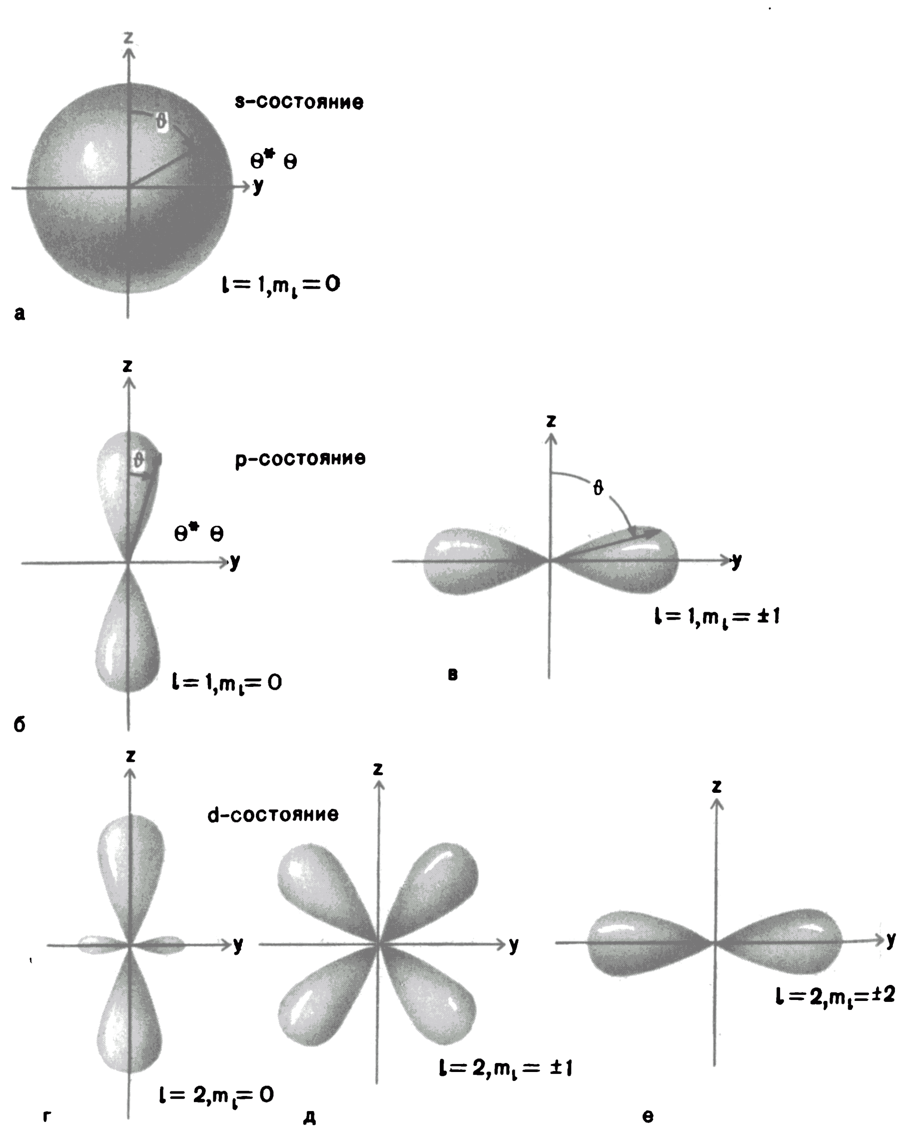


Рис. 21.3

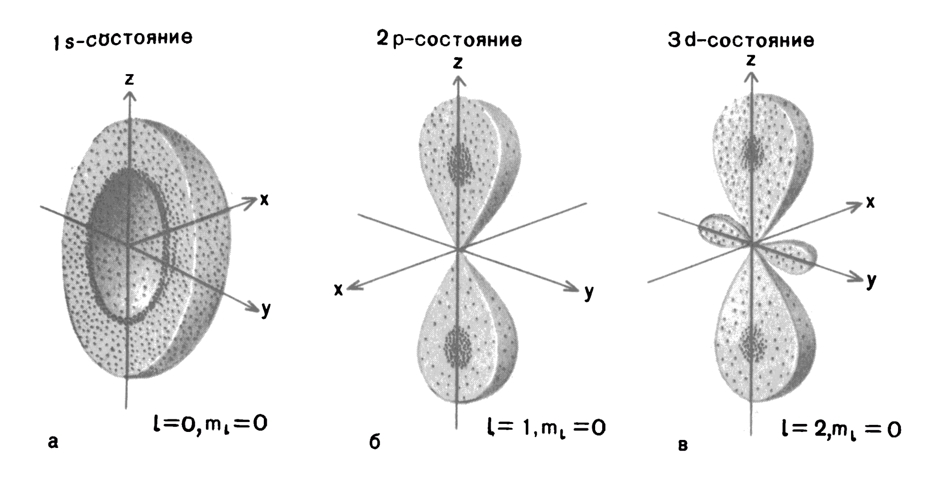


Рис. 21.4

плотности вероятности имеет вид двух лепестков с максимумом при $\theta = 0$ и минимумом при $\theta = \pm\pi/2$. Эти лепестки симметричны относительно оси z, и наиболее вероятное местоположение электрона указывается плотностью точек на рисунке 21.4, *б*. Аналогично, если $m_l = \pm 1$, то распределение плотности вероятности $p_\theta = 3/4 \sin\theta$ опять имеет вид двух лепестков (рис. 21.3, *в*), но развернутых на 90° относительно расположения, полученного при $m_l = 0$. Вероятность максимальна, когда $\theta = \pm\pi/2$, и равна нулю в вертикальном направлении, т. е. когда $\theta = 0$ или $\theta = \pi$.

Теория Бора не дает условий обнаружения электрона в положениях, указанных на рисунках 21.2, 21.3 и 21.4. Тем не менее для случаев $l = n - 1$ отмечается определенное соответствие. В частности, из рисунка 21.2 следует, что наиболее вероятное положение электрона точно соответствует радиусу в атоме Бора.

Таблица 21.1

Состояние	l	m_l	Θ_{l,m_l}
s	0	0	$\Theta_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
p	1	0	$\Theta_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cos\theta$
p	1	± 1	$\Theta_{1,\pm 1} = \sqrt{\frac{3}{4}} \sin\theta$
d	2	0	$\Theta_{2,0} = \sqrt{\frac{5}{8}} (3\cos^2\theta - 1)$
d	2	± 1	$\Theta_{2,\pm 1} = \sqrt{\frac{15}{4}} \sin\theta \cos\theta$
d	2	± 2	$\Theta_{2,\pm 2} = \sqrt{\frac{15}{16}} \sin^2\theta$

ЗАДАЧИ

21.1. Используя уравнение (21.4), составьте таблицу вероятностей нахождения электрона между двумя концентрическими сферами, радиусы которых r и $r + dr$.

21.2. Определите вероятности нахождения электрона в интервале dr на расстоянии r для следующих случаев: а) $n = 1$, $l = 0$; б) $n = 2$, $l = 0$; в) $n = 3$, $l = 0$. Сравните эти результаты с результатами, представленными на рисунке 21.2.

21.3. Покажите, что для состояния, которому соответствуют $n = 1$, $l = 0$, максимальная вероятность обнаружить электрон на расстоянии $r = r_1$ находится в соответствии с теорией Бора. Покажите также, что для этого состояния $P_r = 0$, если $r \to 0$ или $r \to \infty$.

21.4. Пользуясь табл. 21.2, покажите, что для состояния с $n = 2$ и $l = 0$ имеются два максимума для P_r, которые находятся примерно около $r = 0{,}7r_1$ и $r = 5r_1$. Покажите также, что второй максимум больше. Для состояния с $n = 3$, $l = 0$ покажите, что имеются три максимума для P_r, расположенных примерно около $r \doteq 0{,}6r_1$, $r = 4r_1$ и $r = 13r_1$. Для указанных выше состояний покажите, что $P_r \to 0$, если $r \to 0$ или $r \to \infty$. Является ли это общим свойством?

21.5. Используя табл. 21.1, определите азимутальную плотность вероятности $p_\theta = \Theta^*\Theta$, если $\theta = \pi/4$, для следующих случаев: а) $l = 0$, $m_l = 0$; б) $l = 1$, $m_l = 1$; в) $l = 2$, $m_l = -1$; г) $l = 2$, $m_l = 2$.

21.6. Используя табл. 21.1 и 21.2, определите плотности вероятностей $\psi^*\psi$ в следующих случаях: а) $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$; б) $n = 2$, $l = 0$, $m_l = 0$; в) $n = 2$, $l = 1$, $m_l = 0$; г) $n = 2$, $l = 1$, $m_l = -1$.

Таблица 21.2

Первые нормированные радиальные функции для атома водорода

n	l	$R_{n,l}$
1	0	$2\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2} e^{-r/r_1}$
2	0	$\frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(2-\frac{r}{r_1}\right)e^{-r/2r_1}$
2	1	$\frac{1}{2\sqrt{6}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(\frac{r}{r_1}\right)e^{-r/2r_1}$
3	0	$\frac{1}{9\sqrt{3}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(6-\frac{4r}{r_1}+\frac{4r^2}{9r_1}\right)e^{-r/3r_1}$
3	1	$\frac{1}{9\sqrt{6}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(\frac{2r}{3r_1}\right)\left(4-\frac{2r}{3r_1}\right)e^{-r/3r_1}$
3	2	$\frac{1}{9\sqrt{30}}\left(\frac{1}{r_1}\right)^{3/2}\left(\frac{2r}{3r_1}\right)^2 e^{-r/3r_1}$

Глава 22

СПИН ЭЛЕКТРОНА

Отто Штерн
(1888—1969)

Штерн родился в Зорау. В 1912 г. окончил Бреславльский университет. Позднее преподавал вместе с Эйнштейном в университетах Праги и Цюриха. С 1933 г. профессор Технологического института Карнеги (теперь университет Карнеги — Меллона). Исследования Штерна подтвердили существование магнитного момента атома, а также магнитного момента протона. В 1943 г. за развитие метода молекулярных пучков и выполненные с помощью этого метода исследования ему была присуждена Нобелевская премия по физике.

22.1. Собственный момент электрона

В предыдущих главах мы видели, что квантовая механика существенно расширила наши представления о структуре атома по сравнению с моделью, предложенной Бором. На основе нового подхода в рамках квантовой теории построена достаточно полная и ясная картина строения атома водорода. Тем не менее, как показывает практика, новые эксперименты и новые идеи будут заставлять нас вносить изменения в нашу модель, а может быть, и создавать новую. В этой главе мы не будем представлять электрон в виде точечного заряда в пространстве. Будет показано, что он имеет определенные физические, присущие только ему свойства, изучение которых позволяет объяснить некоторые тонкие детали линий атомного спектра.

Самое сильное излучение для $^{23}_{11}$Na наблюдается при переходе $3p \rightarrow 3s$, когда в простом спектре натрия появляется одна резкая линия. Однако тщательные исследования позволили обнаружить, что это не простая линия, а дублет, состоящий из двух длин волн: 5890,12 и 5896,26 Å. Такое расщепление одной спектральной линии на две различные, тесно примыкающие друг к другу компоненты известно под названием *тонкой структуры* атомного спектра.

В гл. 20 мы рассмотрели один из видов тонкой структуры, который имел место, когда атом был помещен во внешнее магнитное поле. Взаимодействие электронов внутри атома с внешним магнитным полем дает эффект Зеемана. Тонкая структура, такая, как структура натриевого дублета, отличается от эффекта Зеемана тем, что она наблюдается в отсутствие внешнего магнитного поля и расщепление для любых двух последовательных уровней различно.

Чтобы объяснить это расщепление, следует сделать дополнение к той модели атома, наглядное представление о которой мы получили в предыдущих главах. А. Х. Комптон еще в 1921 г. высказал предположение, что электрон должен быть частицей, подобной волчку. Затем в 1925 г. Сэмюэл Гаудсмит и Джордж Уленбек, выпускники Лейденского университета, теоретически объяснили расщепление

спектральных линий, предположив, что электрон совершает вращательное движение вокруг своей собственной оси. В соответствии с этой гипотезой вращающийся электрон должен обладать собственным магнитным дипольным моментом $\vec{\mu}_s$ и механическим моментом импульса $\vec{L}_s$, называемым *спиновым моментом* (*спином*). Момент импульса $\vec{L}$ электрона относительно ядра можно сравнить с моментом импульса Земли при ее обращении вокруг Солнца, сопровождаемом сменой времен года, тогда как собственный механический момент (спин) можно сравнить с моментом импульса вращающейся Земли вокруг своей оси со сменой дня и ночи[1]. В 1928 г. Дирак создал релятивистскую квантовую теорию электрона, из которой свойства спина вытекали автоматически.

Наблюдатель, движущийся вместе с электроном по орбите вокруг протона, отметит, что протон обращается по такой же орбите вокруг электрона (рис. 22.1). При движении протона вокруг электрона создается магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, показанное на рисунке в месте расположения электрона. На этом рисунке $\vec{L}$ — орбитальный момент импульса электрона, обращающегося вокруг протона, и $\vec{L}_s$ — спиновый момент электрона. При орбитальном движении электрона создается магнитный дипольный момент $\vec{\mu}_l$, а при собственном вращении электрона по аналогии с вращающейся отрицательно заряженной сферой создается собственный магнитный дипольный момент $\vec{\mu}_s$ (рис. 22.2).

Магнитное поле, созданное в результате вращения протона вокруг электрона, взаимодействует с магнитным дипольным моментом вращающегося электрона. Поэтому к энергии электростатического взаимодействия электрона и протона нужно добавить дополнительную энергию, которая выражается следующим образом:

$$\Delta E_s = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = -\mu_s B \cos\theta' = \mu_s B \cos\theta. \qquad (22.1)$$

Взаимодействие, связывающее собственный магнитный дипольный момент $\vec{\mu}_s$ вращающегося электрона с индукцией $\vec{B}$ магнитного

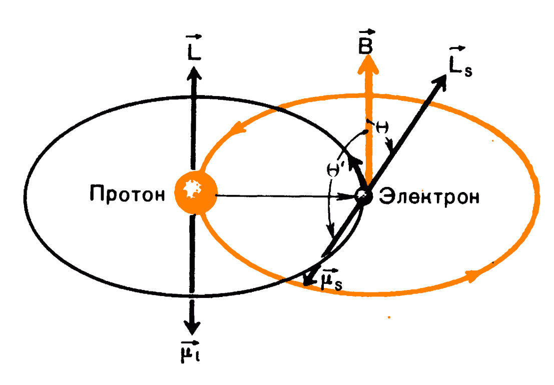


Рис. 22.1

[1] Представление о вращающемся вокруг своей оси электроне используется лишь для наглядности, но не имеет буквального смысла. Если предположить, что вращение действительно имеет место, и принять для электрона разумные размеры, то для получения известного значения собственного механического момента импульса электрона пришлось бы допустить существование линейных скоростей вращательного движения, превосходящих скорость света. — *Прим. ред.*

поля, обусловленного орбитальным движением электрона, называется *спин-орбитальным взаимодействием*. Это взаимодействие является источником дополнительных энергетических уровней, которые и образуют тонкую структуру спектра. При отсутствии внешнего магнитного поля, следовательно, полная энергия атома равна:

$$E = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} + \Delta E_s =$$

$$= -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} + \mu_s B\cos\theta. \qquad (22.2)$$

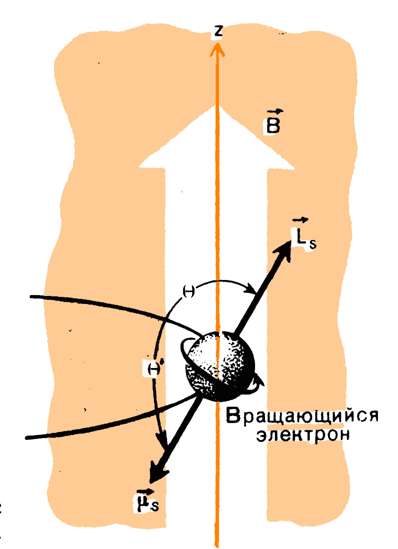


Рис. 22.2



22.2. Спин

Построив новую модель атома с учетом вращения электрона, мы должны ввести еще одно квантовое число. Таким числом в соответствии с релятивистской квантовой теорией Дирака является *спиновое квантовое число s*. Его существование подверглось экспериментальной проверке при исследовании тонкой структуры атомного спектра. Собственный механический момент импульса квантован в соответствии с формулой

$$L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar. \qquad (22.3)$$

Спиновое квантовое число s, входящее в эту формулу, **имеет только одно-единственное значение,** равное 1/2. Поэтому единственно возможное значение L_s равно:

$$L_s = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)}\hbar = \sqrt{3}\,\frac{\hbar}{2}.$$

Число s называется квантовым числом, но оно обычно не используется вместе с другими квантовыми числами, так как имеет единственное значение (1/2) и не вносит различия между состояниями. Собственный механический момент может иметь единственное значение $L_s = \sqrt{3}\hbar/2$ и является такой же фундаментальной характеристикой электрона, как его масса или заряд.

Еще раз отметим, что аналогично эффекту Зеемана, если направление вектора индукции $\vec{B}$ магнитного поля выбирается вдоль оси z (рис. 22.2), то компонента $\vec{L}_s$ в z-направлении квантована и определяется как

$$L_{sz} = L_s\cos\theta = m_s\hbar, \qquad (22.4)$$

где $m_s = \pm\frac{1}{2}$ и называется *магнитным спиновым квантовым числом*. Часто $m_s = \frac{1}{2}$ обозначают как «спин-вверх» (↑), а $m_s = -\frac{1}{2}$ как «спин-вниз» (↓).

Таблица 22.1

Квантовые числа	Значения	Число возможных значений
Главное, n	1, 2, 3, ...	Любое число
Орбитальное, l	0, 1, 2, ... , $(n-1)$	n
Магнитное, m_l	0, ± 1, ± 2, ... , $\pm l$	$2l+1$
Спиновое, s	1/2	1
Магнитное спиновое, m_s	$\pm 1/2$	$2s+1=2$

В табл. 22.1 приведен перечень квантовых чисел. Поскольку s всегда равно 1/2, состояние системы может быть полностью определено квантовыми числами n, l, m_l, m_s. Отметим, что для каждого l существует $2l+1$ значений m_l, а для каждого s существует $2s+1=2$ возможных значений m_s.

Существуют только две возможные ориентации спинового момента в заданном направлении, например в направлении вектора индукции магнитного поля, созданного протоном, который вращается вокруг электрона. Два возможных положения («вверх, вниз») показаны на рисунке 22.3. Из уравнения (22.4) находим: $L_{sz} = \pm\frac{1}{2}\hbar$. Рассмотренное явление известно как *пространственное квантование* спинового момента.

22.3. Опыт Штерна — Герлаха

Мысль о том, что спиновый момент $\vec{L}_s$ электронов пространственно квантован в магнитном поле, была весьма необычной, и казалось, что ее очень трудно обосновать экспериментально. В 1921 г. Отто Штерн, работая с пучками атомных и молекулярных частиц, осуществил в сотрудничестве с Вальтером Герлахом эксперимент, который подтвердил пространственное квантование $\vec{L}_s$.

В опыте Штерна — Герлаха, схематически изображенном на ри-

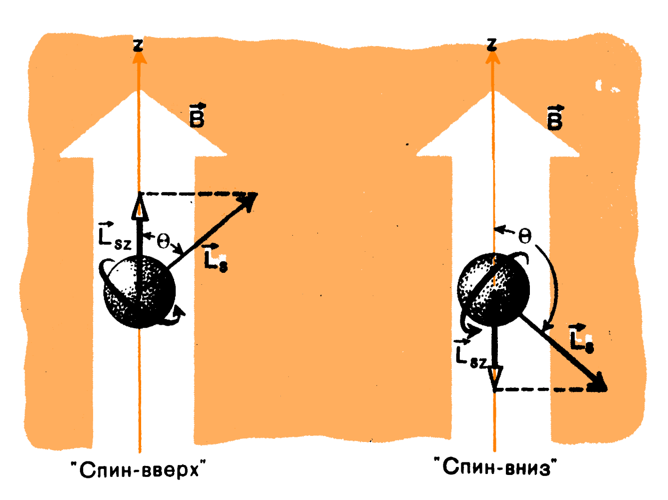


Рис. 22.3

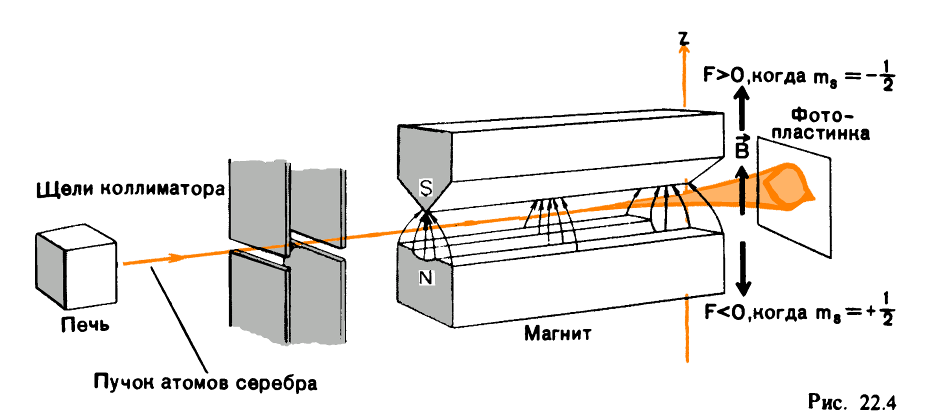


Рис. 22.4

сунке 22.4, серебро разогревается в печи, и через отверстие атомы серебра вылетают в сильно эвакуированную область, где они по прямолинейной траектории проходят через щели коллиматора. Затем атомы попадают в сильно неоднородное магнитное поле между ножевидным и вогнутым полюсами магнита и падают на фотопластинку. В соответствии с классической теорией на фотопластинке должно быть одно размытое изображение. Однако после прохождения через неоднородное магнитное поле пучок атомов серебра расщеплялся на две резко выраженные линии.

При заполнении электронных оболочек вокруг ядра электроны выстраиваются попарно так, что каждая пара состоит из одного электрона со *спином «вверх»* и одного со *спином «вниз»*. Отсюда следует, что каждая заполненная оболочка имеет результирующий спиновый момент, равный нулю. В обычном атоме серебра все оболочки заполнены, за исключением внешней, где находится один электрон. Этот электрон имеет орбитальное квантовое число $l = 0$ и полный момент импульса, равный $J = \sqrt{j(j+1)}\hbar$, или $J = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)}\hbar = \frac{1}{2}\sqrt{3}\hbar$, так как $j = \frac{1}{2}$. Если $l > 0$, то $j = l \pm s$[1]. Спиновый момент квантован в соответствии с формулой $L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar$ и относительно направления z, определяемого магнитным полем, он имеет только компоненты $L_{sz} = L_s\cos\theta = m_s\hbar$ (см. рис. 22.3).

Вращающийся электрон создает магнитный момент $\vec{\mu}_s$ (соотношение 22.4), который под действием магнитного поля вызывает вращающий момент $\vec{M} = \vec{\mu}_s \times \vec{B}$, стремящийся установить магнитный момент в направлении вектора индукции $\vec{B}$ внешнего поля. Энергия, связанная с этим магнитным моментом, равна[2]:

$$\Delta E = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = -\mu_s B\cos\alpha. \tag{22.5}$$

[1] Квантовое число j часто называют квантовым числом полного момента импульса.

[2] Поскольку $\vec{\mu}_s$ связано с $\vec{L}_s$, а $\vec{B}$ обусловлено видимым орбитальным движением протона вокруг электрона (см. рис. 22.1), можно сказать, что энергия $\Delta E = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}$ связана со спин-орбитальным взаимодействием.

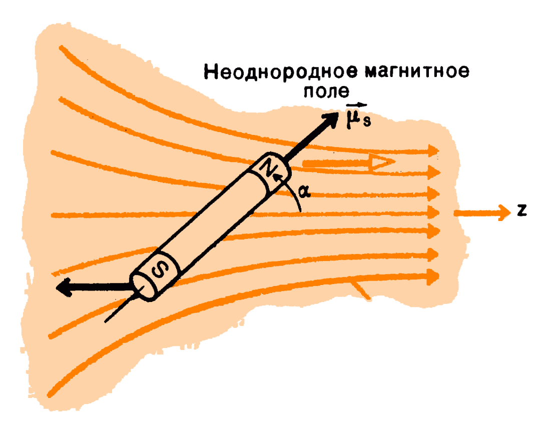


Рис. 22.5

На рисунке 22.5 показан магнитный диполь, находящийся в *неоднородном магнитном поле.* В этом случае, кроме вращательного эффекта, возникает еще сила

$$F = -\frac{d}{dz}(\Delta E), \qquad (22.6)$$

которая и выталкивает диполи, ориентированные определенным образом вдоль линий индукции поля, в направлении участка поля большей интенсивности; диполи, ориентированные противоположно, выталкиваются в противоположном направлении. Энергия, соответствующая этому взаимодействию, равна:

$$\Delta E = m_s 2\frac{e\hbar}{2m}B = 2m_s\mu_B B, \qquad (22.7)$$

где $\mu_B = e\hbar/2m$ — магнетон Бора, B — индукция внешнего магнитного поля. Это уравнение будет получено нами в разделе 22.4.

Результирующая сила, действующая на атом, равна:

$$F = -\frac{d}{dz}(\Delta E) = -m_s 2\frac{e\hbar}{2m}\frac{dB}{dz}. \qquad (22.8)$$

Те атомы, для которых $m_s = +{}^1/_2$, смещаются на рисунке 22.4 вниз, так как из уравнения (22.8) следует, что $F < 0$, поскольку $dB/dz > 0$ и B растет в положительном направлении. Для атомов с $m_s = -{}^1/_2$ имеем: $F > 0$, и атомы смещаются вверх.

В общем случае, поскольку полный момент импульса равен: $J = \sqrt{j(j+1)}\hbar$, число линий на фотопластинке в опыте Штерна — Герлаха равно:

$$N = 2j + 1. \qquad (22.9)$$

Это число называют *мультиплетностью.* Следовательно, не только атомы серебра, но и любые атомы, имеющие на внешней оболочке один электрон в состоянии с $l = 0$, дадут на фотопластинке две резко выраженные линии. С появлением более точных приборов опыт Штерна — Герлаха был повторен с атомами водорода, меди, золота, натрия и калия, и во всех случаях были получены двойные линии.

Может возникнуть вопрос, не вызван ли такой результат в опыте Штерна — Герлаха вращением не электронов, а других частиц, например протонов и нейтронов в ядре. Согласно теории абсолютное значение магнитного момента обратно пропорционально массе частицы. Масса протона больше массы электрона примерно в 2000 раз, и магнитный момент протона должен бы быть соответственно в

2000 раз меньше. Позднее Фриш, Эстерман и Штерн измерили также и этот малый магнитный момент, отделив его от спинового магнитного момента электрона.

22.4. Энергия спин-орбитального взаимодействия. Тонкая структура

Из опыта Штерна — Герлаха и анализа тонкой структуры атомных спектров следует, что гиромагнитное отношение для спина должно быть примерно в два раза больше соответствующего значения гиромагнитного отношения орбитального момента импульса (см. уравнение 19.21). Спиновый магнитный момент, полученный экспериментально, равен[1]:

$$\mu_s = 2{,}0024\left(\frac{e}{2m}\right) L_s,$$

и гиромагнитное отношение для спина приближенно равно:

$$\frac{\mu_s}{L_s} \approx 2\left(\frac{e}{2m}\right). \qquad (22.10)$$

Магнитная потенциальная энергия, связанная со спин-орбитальным взаимодействием, определяется из уравнения (22.1):

$$\Delta E_s = \mu_s B \cos\theta = 2\left(\frac{e}{2m}\right) L_s \cos\theta B.$$

Используя соотношение (22.4), мы можем записать, что

$$\Delta E_s = 2\left(\frac{e\hbar}{2m}\right) m_s B,$$

или, выражая через магнетон Бора μ_B, получим:

$$\Delta E_s = 2\mu_B m_s B = \pm \mu_B B, \qquad (22.11)$$

так как $m_s = \pm {}^1/_2$. Теперь полная энергия атома водорода (при отсутствии внешнего магнитного поля) равна:

$$E_{n,l,m_s} = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\frac{1}{n^2} + 2\mu_B m_s B. \qquad (22.12)$$

Как показано на рисунке 22.6, одна линия с частотой ν_0, которая получается при переходе из n-состояния в основное состояние с $n = 1$, оказывается состоящей при разрешении тонкой структуры из двух отдельных линий с разностью энергий:

$$\Delta E_s = \left[E_n + 2\mu_B\left(\frac{1}{2}\right)B\right] - \left[E_n + 2\mu_B\left(-\frac{1}{2}\right)B\right] =$$

$$= 2\mu_B B\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = 2\mu_B B. \qquad (22.13)$$

Поскольку $m_s = \pm {}^1/_2$, то говорят, что линия имеет мультиплетность $2s + 1 = 2\frac{1}{2} + 1 = 2$, т. е. каждое состояние, определяемое квантовыми числами n, l, m_l, расщепляется на два подсостояния, одно для $m_s = {}^1/_2$ и второе для $m_s = -{}^1/_2$.

---

[1] Такой же результат может быть получен теоретически на основе релятивистской квантовой теории Дирака.

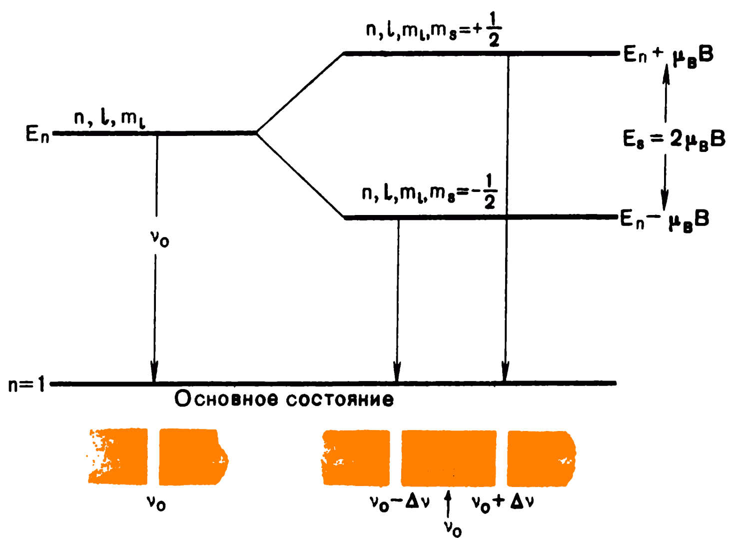


Рис. 22.6

Отметим, что здесь имеется одно исключение. Если электрон находится в s-состоянии ($l = 0$), то, как результат этого, индукция B магнитного поля равна нулю. Поскольку $B = 0$, ΔE_s также должно быть равно нулю (см. рис. 22.2 и формулу 22.1) и тонкая структура *отсутствует*, т. е. s-состояние не расщепляется. Это состояние будет вырожденным, поскольку энергия одинакова как для $m_s = +{}^1/_2$, так и для $m_s = -{}^1/_2$, но это вырождение можно снять, если атом поместить во внешнее магнитное поле.

Ранее было показано, что для квантовых чисел n, l, m_l существует n^2 возможных состояний. Теперь, при мультиплетности $2s + 1 = 2$, полное число состояний равно $2n^2$.

Пример 22.1. Определите разность длин волн для тонкой структуры, полученной в результате спин-орбитального взаимодействия в атоме водорода.

Решение. Индукция магнитного поля, создаваемого при орбитальном движении электрона вокруг ядра (или протона вокруг электрона), определяется по закону Био — Савара:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi i}{R} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi e f}{R}.$$

Для атома в основном состоянии ($R = 0{,}53$ Å, $f = 7 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$)

$$B = 10^{-7}\ \text{Гн} \cdot \text{м}^{-1}\ \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-1}\ \text{Кл} \cdot 7 \cdot 10^{15}\ \text{с}^{-1}}{53 \cdot 10^{-12}\ \text{м}} \approx 14\ \text{Тл}.$$

Разность энергий расщепленных линий равна:

$$\Delta E_s = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda\lambda'} \approx \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda^2},$$

а из соотношения (22.13) имеем:

$$\Delta E_s = 2\mu_B B = 2\cdot 9{,}3\cdot 10^{-24}\ \text{Дж}\cdot\text{Тл}^{-1}\cdot 14\ \text{Тл} \approx 2{,}8\cdot 10^{-22}\ \text{Дж}.$$

Если $\lambda \approx \lambda' = 4000\ \text{Å} = 4{,}0\cdot 10^{-7}$ м, то

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2 \Delta E_s}{hc} = \frac{(4\cdot 10^{-7}\ \text{м})^2\cdot 2{,}8\cdot 10^{-22}\ \text{Дж}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}\cdot 3\cdot 10^8\ \text{м}\cdot\text{с}^{-1}}\ 10^{10}\ \text{Å/м} = 1{,}12\ \text{Å}.$$

Такую разность длин волн можно легко наблюдать с помощью спектрометра или интерферометра с высокой разрешающей способностью.

ЗАДАЧИ

22.1. Покажите, что z-компонента $\vec{\mu}_s$ определяется как $\mu_{sz} = -2m_s\mu_B$, где ось z совпадает с направлением вектора индукции $\vec{B}$ магнитного поля, создаваемого в результате орбитального движения протона вокруг электрона (при наблюдении в относительной системе координат, связанной с электроном). Эта компонента спинового дипольного момента является единственной, которую можно наблюдать или измерять экспериментально. Можно ли на основании этого результата утверждать, что μ_B — некоторая универсальная единица измерения спинового дипольного момента? Доказывает ли это, что $\vec{\mu}_s$ также пространственно квантовано? Постройте диаграмму в соответствующем масштабе, показывающую пространственное квантование $\vec{\mu}_s$.

22.2. Покажите, что проекция $\vec{\mu}_s$ на плоскость xy определяется как $\mu_s(xy) = 2\mu_B\sqrt{s(s+1) - m_s^2}$. Установите, что μ_{sz} и азимутальный угол φ, который задает ориентацию $\mu_s(xy)$ в плоскости xy, не могут быть определены одновременно с абсолютной точностью. (Сопряженные переменные μ_{sz} и φ подчиняются соотношению неопределенностей Гейзенберга $\Delta\mu_{sz}\Delta\varphi > hm/e$.) Проверьте размерности в полученном соотношении неопределенностей. Изобразите эту неопределенность графически в виде диаграммы, на которой $\vec{\mu}_s$ прецессирует вокруг оси z, образуя коническую поверхность вращения с осью вдоль направления вектора $\vec{B}$. Начертите в соответствующем масштабе диаграммы энергетических уровней, показывающие расщепление энергетических уровней (тонкую структуру) для следующих случаев: $l = 2$, $m_l = 0$; $l = 2$, $m_l = \pm 1$; $l = 2$, $m_l = \pm 2$; $l = 1$, $m_l = 0$; $l = 1$, $m_l = \pm 1$. Покажите, что для случая $l = 0$ уровни не расщепляются до тех пор, пока не будет приложено внешнее магнитное поле.

22.3. Покажите, что абсолютное значение $\vec{\mu}_s$ определяется также уравнением $\mu_s = 2\mu_B\sqrt{s(s+1)}$. Определите численные значения μ_s, μ_{sz} и $\mu_s(xy)$ для следующих состояний: $m_l = 2$, $m_s = 1/2$; $m_l = 2$, $m_s = -1/2$; $m_l = 1$, $m_s = 1/2$, $m_l = 1$, $m_s = -1/2$.

22.4. Вычислите разность энергетических уровней атома водорода (при образовании тонкой структуры) для состояний, характеризуемых следующим набором квантовых чисел: $n = 2$, $l = 1$, $m_l = 0$, $m_s = 1/2$ и $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$, $m_s = -1/2$: а) в единицах энергии (электронвольтах и джоулях); б) в единицах частоты; в) в единицах длины (ангстремах и метрах). Считайте, что атом находится в основном состоянии (по Бору) и $R = r_1 = 0{,}53$ Å, $f_1 = 7\cdot 10^{15}\ \text{с}^{-1}$.

22.5. а) В теории Бора скорость электрона на n-й орбите определяется уравнением $v_n = \dfrac{l^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar}\,\dfrac{1}{n}$. Получите это выражение, исходя из постулатов Бора (см. гл. 12). б) Радиусы допустимых по теории Бора орбит определяются из соотношения $R = n^2 r_1$. Используя эту формулу, вычислите разность энергий при образовании тонкой структуры для состояния $n = 2$, $l = 1$, $m_l = 0$. Считайте, что атом находится в первом возбужденном состоянии $n = 2$. в) Вычислите длину волны λ испущенного фотона, если переход происходит из состояния $n = 2$, $l = 1$, $m_l = 0$, $m_s = 1/2$ в состояние $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$, $m_s = -1/2$.

22.6. а) Учитывая данные задачи 22.5, покажите, что $\frac{v_n}{c} \approx \frac{7{,}33 \cdot 10^{-3}}{n}$.

б) Если принять во внимание релятивистский эффект для этой скорости, то допустимые энергии в теории Бора определяются уравнением

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2} + \Delta E_n,$$

где

$$\Delta E_n = \frac{1}{4}\frac{v^2}{c^2}\left(-\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\right).$$

Вычислите релятивистскую поправку (в электронвольтах) для $n = 100$ и $n = 1$. Можно ли пренебречь этой поправкой?

в) Более точные вычисления показывают, что

$$\Delta E_n = \left(-\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\right)\frac{\alpha^2}{n}\left(\frac{3}{4n} - \frac{1}{l+\frac{1}{2}}\right),$$

где $\alpha = v_1/c = e^2/4\pi\varepsilon_0\hbar c$ — постоянная тонкой структуры.

Используя выражение для α, вычислите ΔE_n для состояния $n = 2$, $l = 1$.

22.7. Покажите, что постоянная тонкой структуры (см. задачу 22.6) является арифметическим числом и что ее значение примерно равно 1/137.

22.8. Энергия, связанная с образованием тонкой структуры, определяется как

$$\Delta E_s = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B},$$

но поскольку векторы $\vec{\mu}_s$ и $\vec{B}$ антипараллельны, а вектор $\vec{B}$ параллелен $\vec{L}$, то мы можем также записать, что

$$\Delta E_s = b\,\vec{L}_s \cdot \vec{L},$$

где b — некоторая постоянная. Это еще одно выражение, показывающее, что энергия ΔE_s обусловлена спин-орбитальным взаимодействием. Покажите, что $\vec{L}_s \cdot \vec{L} = \frac{1}{2}(J^2 - L^2 - L_s^2)$, где $\vec{J} = \vec{L} + \vec{L}_s$, и $\vec{L}_s \cdot \vec{L} = \frac{1}{2}[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]\,\hbar^2$.

Принимая во внимание, что $j = l + \frac{1}{2}$ для «спина-вверх» и $j = l - \frac{1}{2}$ для «спина-вниз», докажите, что

$$\Delta E_s = \frac{1}{2} b\hbar^2 (2l+1).$$

Если заменить b его выражением, то можно показать, что

$$\Delta E_s = \left(-\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\right)\frac{\alpha^2}{n^3 l(l+1)}.$$

Вычислите ΔE_s для состояний $n = 100$, $l = 1$ и $n = 2$, $l = 1$. Является ли эта поправка существенной или нет?

22.9. а) Покажите, что проекция спинового момента на плоскость xy равна:

$$L_s(xy) = \sqrt{s(s+1) - m_s^2}\;\hbar.$$

б) Недостаток информации о L_{sx} и L_{sy} приводит к тому, что мы не можем знать одновременно с абсолютной точностью $L_{sz} = m_s\hbar$ и ориентацию $L_s(xy)$, заданную азимутальным углом φ. L_{sz} и φ — сопряженные переменные, которые подчиняются соотношению неопределенностей Гейзенберга:

$$\Delta L_{sz} \Delta\varphi > h.$$

Покажите, что для написанного выше соотношения размерности левой и правой частей совпадают.

Вычислите L_s, L_{sz} и $L_s(xy)$ для состояний: $n = 2$, $l = 1$, $m_l = 0$, $m_s = 1/2$; $n = 2$, $l = 1$, $m_l = 0$, $m_s = -1/2$.

Глава 23

АТОМНЫЕ И МОЛЕКУЛЯРНЫЕ СПЕКТРЫ

Герхард Герцберг
(р. 25.XII 1904 г.)

Уроженец Гамбурга (Германия), Герцберг окончил Дармштадтский технологический институт, где впоследствии стал профессором физики (1930—1935). Работал также в Саскачеванском университете и Йеркской обсерватории Чикагского университета. Проводя исследования в области атомной и молекулярной спектроскопии, он успешно применял спектроскопические методы для идентификации некоторых молекул в атмосферах планет, кометах и межзвездном пространстве. За работы по электронной структуре и геометрии молекул, имевшие фундаментальное значение для развития химической физики и квантовой теории, Герцбергу в 1971 г. была присуждена Нобелевская премия по химии.

23.1. Полный момент импульса

Электрон, двигаясь по орбите вокруг атомного ядра, имеет орбитальный момент импульса $\vec{L}$, собственный спиновый момент $\vec{L}_s$, а также полный момент импульса $\vec{J}$, определяемый векторной суммой этих моментов:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{L}_s. \qquad (23.1)$$

Орбитальный и спиновый моменты электрона квантованы, т. е. $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ и $L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar$; по аналогии в квантовой механике доказывается, что полный момент импульса также квантован и равен:

$$J = \sqrt{j(j+1)}\hbar. \qquad (23.2)$$

Квантовое число полного момента импульса j может принимать значения $j = l + s$ или $j = l - s$. Заметим, что так как $s = 1/2$, то j всегда имеет полуцелые значения.

Пример 23.1. Определите полный момент импульса для $3d$-электрона.

Решение. $3d$-электрон ($n = 3$, $l = 2$) имеет орбитальный момент

$$L = \sqrt{2(3)}\hbar = \sqrt{6}\hbar$$

и спиновый момент

$$L_s = \sqrt{\tfrac{1}{2}\left(\tfrac{3}{2}\right)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar.$$

Квантовое число полного момента импульса

$$j = l + s = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

или

$$j = l - s = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Таким образом, полный момент импульса равен:

$$J = \sqrt{\frac{5}{2}\left(\frac{5}{2} + 1\right)}\hbar = \frac{\sqrt{35}}{2}\hbar$$

или

$$J = \sqrt{\frac{5}{2}\left(\frac{5}{2} - 1\right)}\hbar = \frac{\sqrt{15}}{2}\hbar.$$

Два возможных направления вектора $\vec{J}$ показаны на рисунке 23.1, *а*, *б*. Проекция вектора $\vec{J}$ на ось *z*, направление которой совпадает с направлением вектора индукции магнитного поля, квантована и равна:

$$J_z = m_j\hbar; \qquad (23.3)$$

где $m_j = \pm 1/2$.

Так как все моменты $\vec{L}$, $\vec{L}_s$ и $\vec{J}$ квантованы одновременно, существуют только вполне определенные допустимые взаимные ориентации этих векторов. Спин электрона $\vec{L}_s$ всегда находится под некоторым углом относительно направления вектора орбитального момента и никогда не совпадает по направлению с $\vec{L}$ и $\vec{J}$.

В отсутствие внешнего магнитного поля имеет место лишь спин-орбитальное взаимодействие, при котором магнитное поле, создаваемое орбитальным движением электрона, взаимодействует со спиновым магнитным моментом. *Внешний вращающий момент отсутствует, и полный момент импульса сохраняется.* Спин-орбитальное взаимодействие вызывает прецессию векторов $\vec{L}$ и $\vec{L}_s$ относительно $\vec{J}$ (см. рис. 23.2, *а*). Однако если атом находится во внеш-

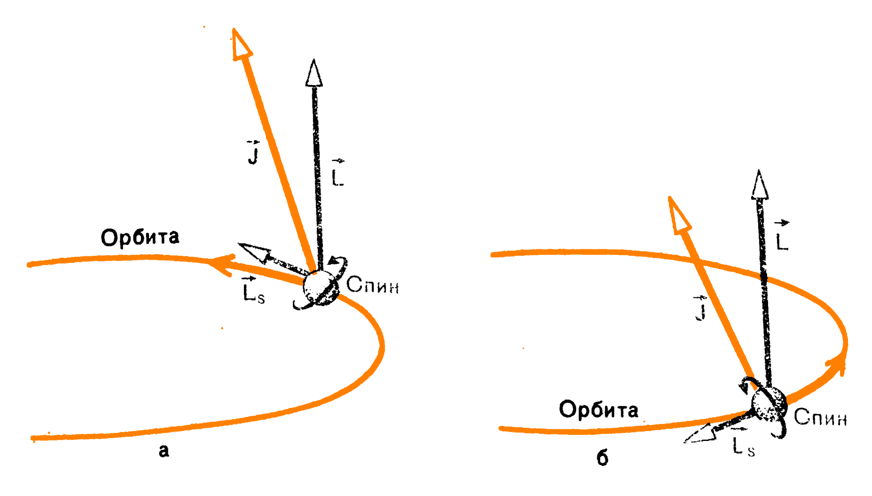


Рис 23.1

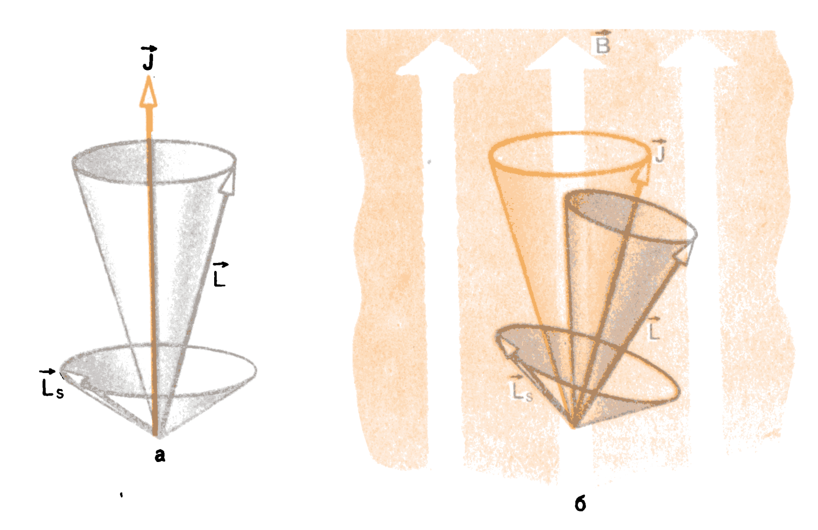


Рис. 23.2

нем магнитном поле, то вектор $\vec{J}$ *прецессирует относительно* $\vec{B}$, *в то время как* $\vec{L}$ *и* $\vec{L}_s$ *продолжают прецессировать относительно* $\vec{J}$, как показано на рисунке 23.2, *б*. Взаимодействие полного момента $\vec{J}$ со слабым магнитным полем ведет к дополнительному расщеплению энергетических уровней, получившему название *аномального эффекта Зеемана*.

23.2. Атомные спектры

При описании энергетического состояния каждого электрона применяется спектроскопическая символика, состоящая из заглавных букв, которые соответствуют различным значениям орбитального квантового числа:

$$l = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots;$$
$$S,\ P,\ D,\ F,\ G,\ H,\ \ldots .$$

Приведем пример общепринятой краткой записи (при $l = 2$):

$$n^{2s+1}D_j.$$

Здесь n — главное квантовое число, $2s+1$ — мультиплетность, D означает, что $l = 2$, $j = l \pm s$ — квантовое число полного момента импульса.

Такая краткая запись позволяет, например, обозначать $3d$-электрон как

$$3^2D_{5/2} \text{ или } 3^2D_{3/2},$$

где

$$n = 3,$$
$$l = 2,$$
$$2s + 1 = 2\frac{1}{2} + 1 = 2,$$
$$j = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \text{ или } j = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Щелочные металлы, такие, как литий, натрий и калий, имеют один валентный электрон над заполненными электронными оболочками. Заряд ядра $+Ze$ экранируется зарядом $-(Z-1)e$, создаваемым электронами заполненных оболочек, и валентному электрону «будет казаться», что эффективный заряд равен $Ze-(Z-1)e = +e$. Поэтому валентный электрон в щелочных металлах ведет себя почти так же как электрон в атоме водорода. Но с квантовыми числами атома водорода будут совпадать квантовые числа только относительно простых атомов.

Нейтральный атом натрия $^{23}_{11}Na$ имеет десять электронов на заполненных оболочках и один валентный электрон в основном энергетическом состоянии $3^2S_{1/2}$. Валентные электроны могут переходить на более высокие уровни энергии при бомбардировке атомов другими электронами, нагревании или поглощении атомами лучистой энергии. Атомы в таких возбужденных состояниях при переходе электрона в более низкое энергетическое состояние испускают фотоны, энергия которых определяется по формуле Бора:

$$h\nu = E_i - E_f.$$

На рисунке 23.3 приведена схема энергетических уровней натрия. Из схемы видно, что валентные электроны атомов натрия могут находиться в различных возбужденных состояниях. На схеме также показаны несколько возможных возбужденных состояний и наиболее известные разрешенные переходы, даны соответствующие длины волн (в ангстремах). Правило отбора, регулирующее допустимые переходы, имеет вид:

$$\Delta l = \pm 1.$$

Отличительной особенностью спектра натрия является наличие двух интенсивных желтых линий, образующихся при переходах:

$$3^2P_{3/2} \rightarrow 3^2S_{1/2} \quad (\lambda = 5889{,}9 \text{ Å});$$

и

$$3^2P_{1/2} \rightarrow 3^2S_{1/2} \quad (\lambda = 5895{,}9 \text{ Å}).$$

Существуют и другие возможные переходы, не показанные на схеме, но они довольно слабые.

Спин-орбитальное взаимодействие, описанное в разделе 22.4, расщепляет энергетические уровни на два, один с $j = l + 1/2$ и другой с $j = l - 1/2$. (Хотя S-термы с $l = 0$ и $j = 1/2$ обычно обозначаются $^2S_{1/2}$, т. е. мультиплетность равна 2, что означает дублетность терма, в действительности это одиночный уровень энергии.) Как видно из

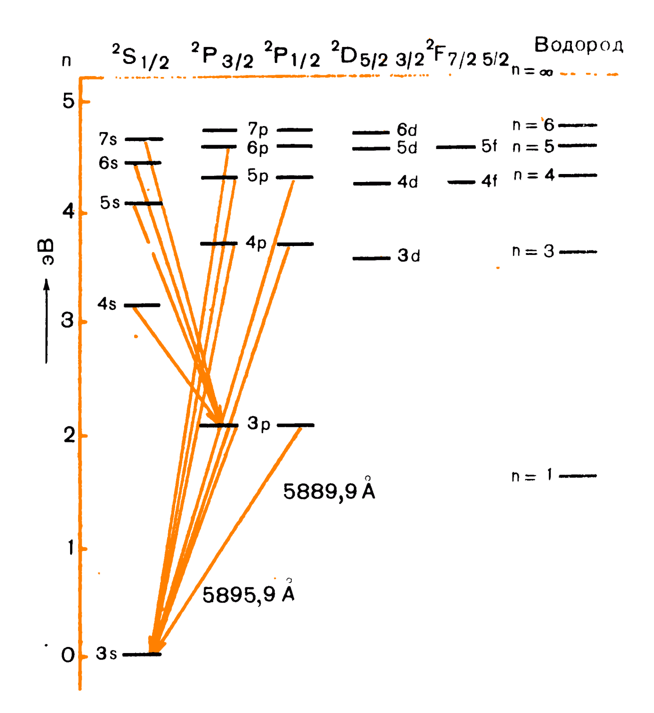


Рис. 23

схемы, все состояния, кроме S-состояний, являются *дублетными*. Например, для P-состояния $j = 1/2$ или $j = 3/2$, и мы получаем дублет

$$^2P_{1/2},\quad ^2P_{3/2};$$

для D-состояния $j = 3/2$ или $j = 5/2$, и мы имеем:

$$^2D_{3/2},\quad ^2D_{5/2}$$

и т. д. На схеме разница между энергетическими уровнями ^2D и ^2F не показана, поскольку она очень мала.

Для сравнения с уровнями энергии атома натрия на рисунке 23.3 приведены уровни энергии атома водорода. Для данных величин n как у натрия, так и у водорода электрон находится ближе к ядру при малых значениях l. Таким образом, электроны атома натрия с малыми значениями l проходят сквозь внутреннюю электронную оболочку, приближаясь к ядру, и, следовательно, они оказываются в меньшей степени экранированными от заряда ядра. В результате эти электроны будут обладать большей полной отрицательной энергией, и состояния, которым соответствует малый момент импульса, смещаются вниз относительно тех же состояний в атоме водорода.

Для больших значений l уровни энергии атомов натрия и водорода приближаются к одинаковым значениям.

23.3. Молекулярные спектры

Энергия изолированной молекулы равна:

$$E = E_e + E_v + E_R + E_t, \qquad (23.4)$$

где E — полная энергия, E_e — энергия движения электронов, E_R — энергия вращения, E_v — энергия колебания и E_t — энергия поступательного движения. Указанные типы энергии, за исключением энергии поступательного движения, квантованы и определяются квантовыми числами. При переходе из одного энергетического состояния в другое поглощается или испускается энергия $\Delta E = h\nu$. При таких переходах происходят одновременные изменения энергии движения электронов, энергии колебания и вращения.

Простейшим примером молекул является двухатомная молекула, которую можно наглядно представить как жесткий ротатор в виде гантели, вращающейся вокруг центра масс двух атомов (рис. 23.4).

Момент инерции такой системы равен:

$$I = \mu r^2, \qquad (23.5)$$

где $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ — приведенная масса, а $r = r_1 + r_2$. Момент импульса вращающейся двухатомной молекулы квантован по закону:

$$L_{rot} = \sqrt{J_R (J_R + 1)}\hbar, \qquad (23.6)$$

где вращательное квантовое число J_R может принимать возможные целые значения $J_R = 0, 1, 2, 3, \ldots$. Вращательная кинетическая энергия молекулы, которая обладает моментом импульса $L = I\omega$, равна:

$$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{L^2}{2I}$$

и квантована в соответствии с формулой

$$K_{rot} = J_R (J_R + 1) \frac{\hbar^2}{2I}. \qquad (23.7)$$

Расстояние между соседними уровнями энергии вращения

$$K_{rot(J_R+1)} - K_{rot(J_R)} = \Delta K_{rot} = \frac{\hbar^2}{I}(J_R + 1) \qquad (23.8)$$

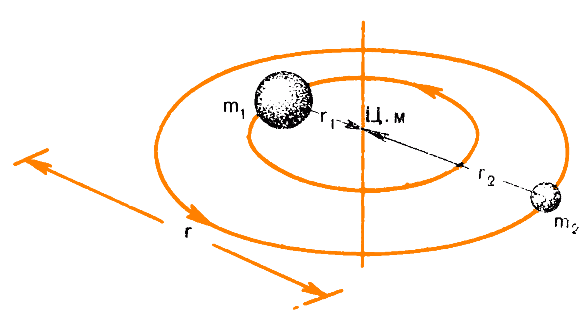


Рис. 23.4

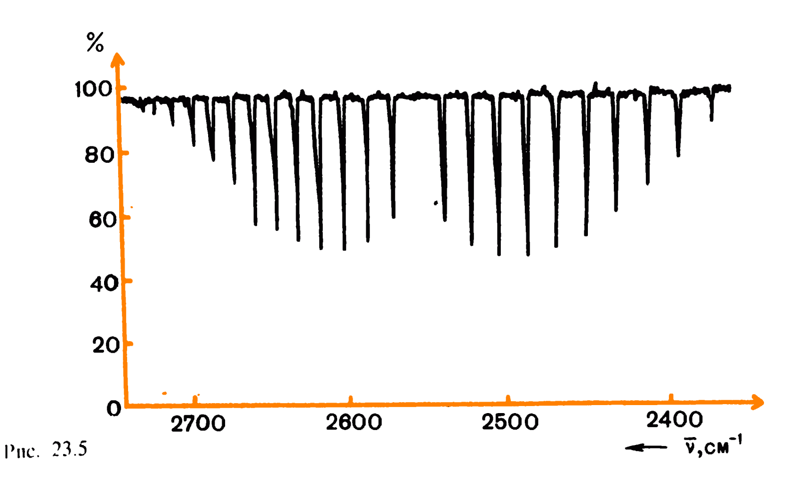


Рис. 23.5

показывает, что вращательный молекулярный спектр представляет собой серии равноотстоящих линий и расстояние между двумя соседними энергетическими уровнями равно $\frac{\hbar^2}{I}(J_R + 1)$. Фотоны, испускаемые при этих переходах, в соответствии с правилом отбора $\Delta J_R = \pm 1$ обладают энергией

$$h\nu_R = \frac{\hbar^2}{I}(J_R + 1). \qquad (23.9)$$

Спектральные линии, соответствующие таким переходам, находятся в дальней инфракрасной и микроволновой областях спектра.

Когда двухатомная молекула получает достаточное количество энергии и переходит в возбужденное состояние, в молекуле может возникать как колебательное, так и вращательное движение. При минимальных значениях энергии существует аналогия с гармоническим осциллятором, и колебательный энергетический спектр определяется в этом случае соотношением

$$K_v = (v + \frac{1}{2})h\nu_0, \qquad (23.10)$$

где $v = 0, 1, 2, \ldots$. Так как минимальная колебательная энергия равна $1/2h\nu_0$, колебательные переходы практически всегда сопровождаются вращательными переходами. В результате этих переходов образуются группы линий в инфракрасной области спектра, называемые *колебательно-вращательными полосами.*

Типичный колебательно-вращательный молекулярный спектр бромистого водорода, представленный на рисунке 23.5, получен при пропускании через ампулу с бромистым водородом непрерывного инфракрасного излучения с последующей регистрацией спектра поглощения.

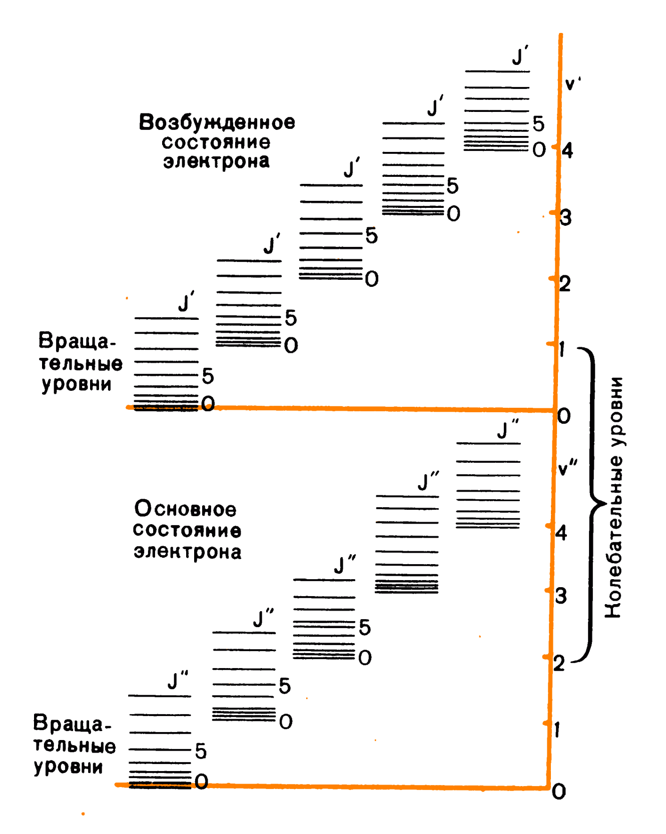


Рис 23.6

Если энергия достаточна, чтобы молекула находилась в возбужденном состоянии, то это создает условия для возникновения наиболее общего типа переходов — вращательно-колебательных электронных переходов. Эти переходы сопровождаются испусканием фотонов с энергией

$$h\nu = h\nu_e + (E''_v - E'_v) + (E''_{rot} - E'_{rot}) = \\ = h\nu_e + \frac{1}{2}h\nu_0 + J_R(J_R + 1)\frac{\hbar^2}{I}. \qquad (23.11)$$

Именно переходы наиболее удаленных электронов атомов, образующих молекулы, сопровождаются выделением энергии, достаточной для создания полосатых электронных спектров в видимой и ультрафиолетовой областях. Относительное расположение соответствующих энергетических уровней молекул показано на рисунке 23.6. Для каждого электронного состояния имеются связанные с ним колебательные состояния, и для каждого колебательного состояния имеются связанные с ним вращательные уровни. Так как правила отбора запрещают переходы с $\Delta J_R = 0$, две группы линий на рисунке 23.6 представляют переходы с $\Delta J_R = -1$ и $\Delta J_R = +1$.

23.4. Лазеры

В статье, посвященной излучению черного тела, Эйнштейн указывал на то, что:

1) атомы в возбужденном состоянии могут возвращаться в основное состояние в результате спонтанной эмиссии фотонов, имеющих соответствующую энергию;

2) атомы, находящиеся в более низком энергетическом состоянии, могут переходить в более высокое энергетическое состояние путем поглощения фотонов определенной энергии;

3) эмиссию фотонов из атомов, находящихся в возбужденном состоянии, можно увеличить или стимулировать путем облучения возбужденных атомов фотонами с той же самой энергией, что и у испускаемых фотонов.

Первые два типа переходов являются как раз теми, которые создают спектры испускания или поглощения. В данном разделе нас будет интересовать именно вынужденное излучение.

При *вынужденном излучении* вследствие увеличения количества квантов, испускаемых атомом, находящимся в возбужденном состоянии, среднее время нахождения атомов в этом состоянии уменьшается. Поскольку индуцирующий фотон не поглощается при таком процессе, атом будет испускать два фотона, как это показано на рисунке 23.7. Оба эти фотона испускаются в направлении первичного фотона и обеспечивают когерентность излучения, так как они находятся в одинаковой фазе и имеют одну и ту же частоту. Эти два фотона в свою очередь могут действовать на другие возбужденные атомы, и в конечном итоге возникнет концентрированная лавина когерентных фотонов.

Если в соответствующем возбужденном состоянии имеется достаточное количество атомов, то при наличии достаточного количества



Рис. 23.7

квантов света определенной частоты может возникнуть кратковременный импульс вынужденного излучения — «вспышка» квантов. В 1952 г. Ч. Таунс впервые показал возможность создания и удержания большого количества атомов в возбужденном состоянии. Это явление было названо *инверсной заселенностью.* Впервые инверсию заселенностей получили в микроволновом устройстве, получившем название мазера (это слово составлено из первых букв английского названия подобных устройств: Microwave Amplification by the Stimulated Emission of Radiation). Впоследствии устройства, использующие этот эффект в видимой части спектра, были названы лазерами (первая буква «л» соответствует первой букве в английском слове Light). Приборы, работающие в инфракрасной области спектра, называются иразерами (первые две буквы взяты из английского слова Infrared)[1].

В качестве одного из методов получения атомов в состоянии инверсной заселенности часто используют электрический разряд в газоразрядной трубке или импульсную лампу. Получаемый с их помощью интенсивный поток света направляют на кристаллы рубина или неодима. Такой процесс по созданию инверсной заселенности атома называют накачкой. При накачке с помощью разряда атомы из основного состояния переходят в различные возбужденные состояния, некоторые из которых оказываются сильно заселенными, что приводит к испусканию когерентного пучка фотонов с частотой ν_L. При накачке с помощью импульсной лампы в ее излучении имеются фотоны всевозможных частот, в том числе нужной для накачки частоты.

---

[1] В СССР работы по мазерам и лазерам были независимо выполнены А. М. Прохоровым и Н. Г. Басовым. Им вместе с Ч. Х. Таунсом в 1964 г. за эти работы была присуждена Нобелевская премия. Идея о возможности использования индуцированного излучения для усиления светового потока впервые была высказана В. А. Фабрикантом в 1940 г. — *Прим. ред.*

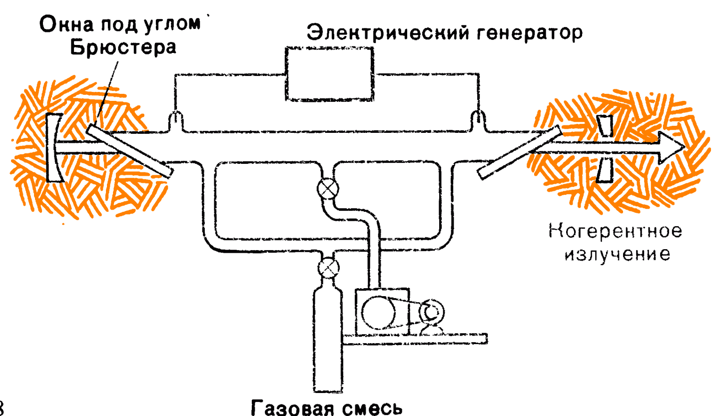


Рис. 23.8

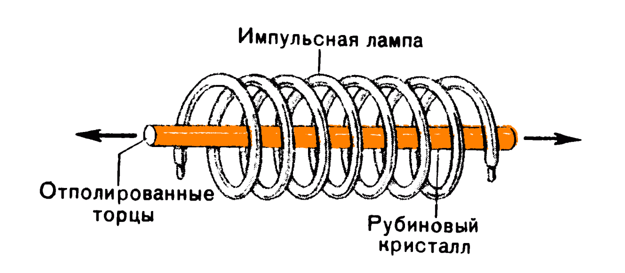


Рис. 23.9

Для генерирования когерентного излучения недостаточно одних лишь устройств для накачки, поскольку существует целый ряд процессов, при которых происходит быстрое поглощение фотонов с частотой ν_L. Чтобы добиться индуцированного излучения и лавинного потока фотонов с частотой ν_L, газовый лазер (рис. 23.8) снабжают зеркалами, отражающими в газоразрядную трубку до 95% излучения[1]. Так называемые *окна Брюстера*, показанные на рисунке 23.8, не принимают непосредственного участия в генерировании когерентного излучения, но их часто применяют для более эффективного использования получаемого излучения, поскольку они поляризуют его. Когда процесс достигнет такой стадии, что фотонов с частотой ν_L будет производиться больше, чем поглощаться, лазер начинает работать, генерируя когерентное излучение. Выходным отражателем обычно служит покрытое слоем диэлектрического материала зеркало, которое отражает большую часть излучения обратно в трубку; из лазера выходит лишь небольшая часть этого излучения. Иногда в качестве выходного отражателя используется зеркало с небольшим отверстием в центре.

В рубиновых лазерах (рис. 23.9) мощный импульс энергии подается на импульсную лампу, дающую в результате сильную вспышку света рядом с кристаллом, который в ответ испускает когерентное излучение. Этот процесс повторяется при каждой вспышке света в импульсной лампе. Поэтому лазеры на рубиновых кристаллах называются *импульсными лазерами*, поскольку они испускают мощное когерентное излучение за очень малый промежуток времени. В газовых лазерах накачка может производиться непрерывно, т. е. эти лазеры могут работать в *непрерывном режиме*.

CO_2-лазер (см. рис. 23.8) является типичным представителем лазеров, работающих в непрерывном режиме. Для генерирования когерентного излучения используются такие газы, как CO_2, N_2O, H_2O, Ne и Ar, поскольку молекулы этих газов имеют энергетические уровни, для которых легко достижима инверсная заселенность. Например, молекула CO_2 имеет линейную конфигурацию и обладает как вращательными, так и колебательными уровнями энергии. На рисунке 23.10 представлены три вида колебаний линейной молекулы CO_2. С коле-

[1] Диэлектрическое покрытие позволяет увеличить коэффициент отражения зеркала до 0,99. — *Прим. ред.*

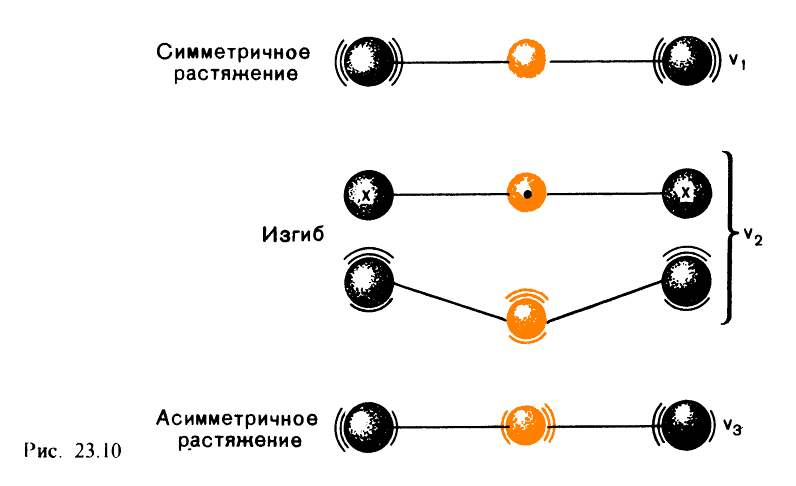


Рис. 23.10

баниями, вызывающими симметричное растяжение молекулы, связано квантовое число v_1. Квантовое число v_2 связано с колебаниями изгиба. Здесь мы имеем дело с вырождением, так как изгиб может происходить двумя различными способами. Асимметричное растяжение определяется квантовым числом v_3. Вырожденность квантового числа v_2 снимается центробежным растяжением, так как молекула вращается и закручивается, поэтому атомы удаляются друг от друга. Связанное с этим движением квантовое число l не нужно путать с квантовым числом орбитального момента электронов. Состояние колебательной энергии молекулы с квантовыми числами $v_1 = 0$, $v_2 = 1$, $v_3 = 1$, $l = 0$ можно записать в виде $v_1 v_2^l v_3$ или (01°1).

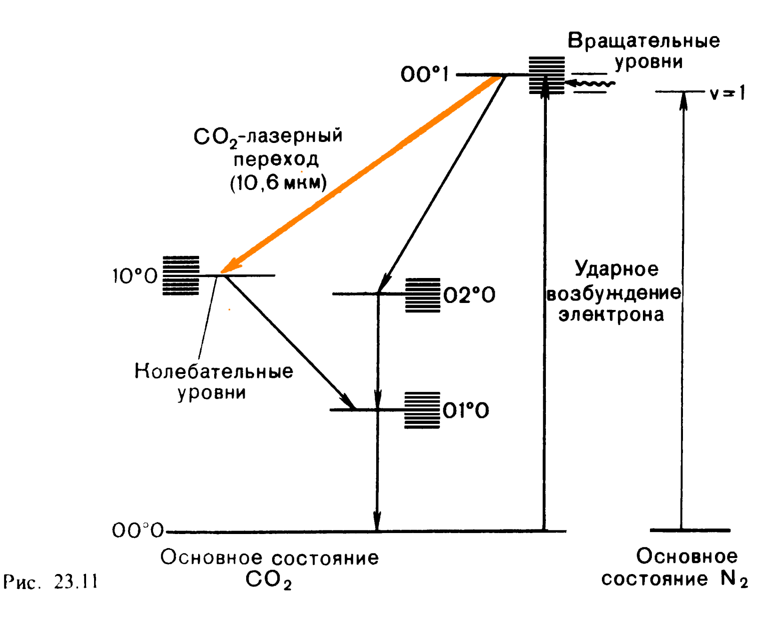


Рис. 23.11

Некоторые из наиболее важных уровней колебательной энергии молекулы CO_2 изображены на рисунке 23.11. Показаны здесь только те вращательные уровни энергии, которые связаны с указанными колебательными уровнями. Основное состояние (00°0) переходит в возбужденное (00°1), которое имеет большое время жизни, в результате значительное число молекул находится в этом состоянии. Затем, теряя энергию, молекулы возвращаются на основной уровень, переходя сначала на уровень (10°0), потом на уровень (01°0) и, наконец, на основной уровень (00°0). Переход в основное состояние может быть осуществлен и другими способами. В приведенном примере переход с уровня (00°1) на уровень (10°0) называют лазерным переходом. Этот переход сопровождается инфракрасным излучением с длиной волны 10,6 мкм (примерно в 20 раз больше средней длины волны видимого света). В CO_2-лазерах используется в качествс добавки гелий, поскольку он позволяет путем соударений удалять атомы с уровня (10°0) и обеспечивает большее число переходов (00°1)—(10°0). Используется также и азот, поскольку он имеет энергетический уровень, близкий к уровню (00°1) CO_2, и путем передачи энергии повышает заселенность уровня (00°1).

Многие исследования в настоящее время направлены на совершенствование лазеров, создание новых типов лазеров и техники с применением лазерных устройств. В последние годы особое внимание уделяется практическому применению лазеров.

ЗАДАЧИ

23.1. Используя правило косинусов, покажите, что угол между $\vec{L}$ и $\vec{L}_s$ может быть вычислен по формуле

$$\cos(\vec{L}, \vec{L}_s) = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{s(s+1)}\,\sqrt{l(l+1)}}.$$

23.2. Какой вид будет иметь выражение для косинуса в задаче 23.1 если $j = l + 1/2$; $j = l - 1/2$?

23.3. Примените формулу из задачи 23.1 для определения возможных углов между спиновым и орбитальным моментами для $3d$-электрона.

23.4. Электрон в атоме водорода находится в состоянии $4f$. Определите: а) возможные значения полного момента импульса; б) соответствующие компоненты полного момента на направление z.

23.5. Покажите на схеме энергетических уровней возможные переходы для валентного электрона натрия, находящегося в состоянии $6^2\,P_{1/2}$, при возвращении его в основное состояние.

23.6. Постройте схему допустимых переходов $6F$—$6D$ для натрия.

23.7. Пользуясь рисунком 23.3 и формулой (22.13), определите разность энергий двух состояний $3^2P_{3/2}$ и $3^2P_{1/2}$ (в электронвольтах).

23.8. Источник для получения спектра натрия помещен в сильное магнитное поле, с индукцией, равной 1,5 Тл. Подсчитайте длины волн линий Зеемана, связанных с переходами: $3^2P_{3/2} \to 3^2S_{1/2}$ и $3^2P_{1/2} \to 3^2S_{1/2}$.

23.9. Расстояние между атомами CsI равно 3,31 Å. Подсчитайте приведенную массу и момент инерции этой молекулы.

23.10. В молекуле HCl атомы водорода и хлора расположены на расстоянии 1,25 Å; $h\nu_0 = 0{,}369$ эВ. Подсчитайте несколько низших вращательно-колебательных энергетических уровней.

Глава 24

ПРИНЦИП ЗАПРЕТА

Вольфганг Паули
(1900—1958)

Вольфганг Паули родился в Вене (Австрия). В 1921 г. окончил Мюнхенский университет. С 1928 г. профессор Технологического института в Цюрихе. В 1940 г. Паули был приглашен в Принстонский институт перспективных исследований. Паули написано множество работ по квантовой теории и другим разделам современной теоретической физики. В 1945 г. за открытие принципа запрета (принцип Паули), определяющего конфигурацию внешних электронных оболочек атомов, ему была присуждена Нобелевская премия.

24.1. Принцип запрета

Задание различных квантовых чисел для описания состояния электронов имеет более существенное значение, чем просто классификация их состояний. Закон физики, известный под названием принципа Паули или принципа запрета, утверждает, что **не может быть более чем одного электрона в данном состоянии, если это состояние полностью описывается четырьмя квантовыми числами**: n, l, m_l, m_s.

Летом 1922 г. Вольфганг Паули приехал в Копенгаген, чтобы работать вместе с Бором над объяснением аномального эффекта Зеемана. Пытаясь классифицировать уровни энергии электрона, когда электрон находится в сильном магнитном поле, Паули постепенно подходит к формулировке принципа запрета. Окончательно этот принцип утвердился после того, как Уленбек и Гаудсмит выдвинули идею о существовании спина электрона и было добавлено квантовое число m_s.

Принцип запрета был сформулирован в то самое время, когда Шредингер и Гейзенберг интенсивно разрабатывали квантовую теорию, и этот принцип стал неотъемлемой составной частью квантовой физики. Теоретически квантовая механика способна предсказать все свойства химических элементов, но на практике эта задача трудноразрешима ввиду сложности математических выкладок. Одно из существенных достижений квантовой теории заключается в использовании принципа запрета для простого, но полного объяснения свойств элементов на основе периодической таблицы.

Для того чтобы полностью описать состояние атома, необходимо знать четыре квантовых числа: n, l, m_l и m_s; первые три могут быть получены из уравнения Шредингера, а последнее — спиновое квантовое число m_s — из релятивистской теории электрона, разработанной Дираком.

Принцип Паули можно сформулировать и в другой форме: **в одном**

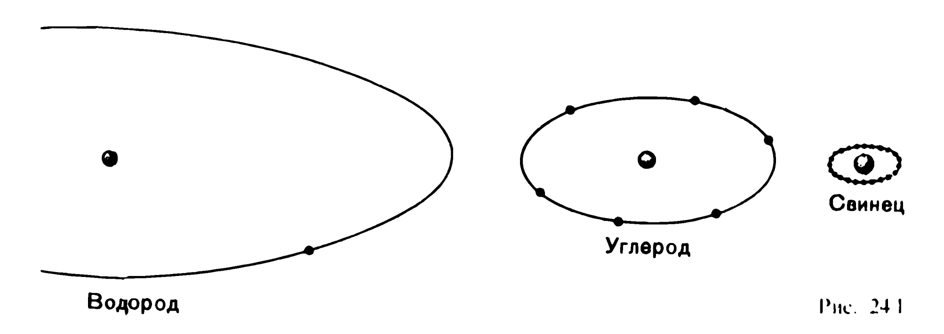


Рис. 24.1

m_l		−2	−1	0	1	2		Число состояний
М-оболочка $n = 3$	d	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	$l = 2$	10 } 18
	p		↑↓	↑↓	↑↓		$l = 1$	6 } 18
	s			↑↓			$l = 0$	2 } 18
L-оболочка $n = 2$	p		↑↓	↑↓	↑↓		$l = 1$	6 } 8
	s			↑↓			$l = 0$	2 } 8
K-оболочка $n = 1$	s			↑↓			$l = 0$	2 } 2

Рис. 24.2

атоме не может быть двух электронов с одним и тем же набором квантовых чисел n, l, m_l, m_s.

Согласно классической теории электроны находятся в наиболее устойчивом состоянии, если они занимают самый нижний, т. е. основной, энергетический уровень. Это означает, что и электрон водорода, и многочисленные электроны самых тяжелых химических элементов должны располагаться на первой орбите, радиус которой уменьшается с увеличением атомной массы элемента. В результате размеры атома одного элемента должны отличаться от размеров атомов другого элемента, как это показано на рисунке 24.1. На самом же деле все атомы примерно одинаковы по своим размерам.

Возможные энергетические состояния атома водорода в соответствии со схемой принципа запрета показаны на рисунке 24.2. Каждая стрелка изображает некоторое энергетическое состояние электрона со спином, направленным вверх или вниз; и хотя можно обнаружить положения с одинаковыми уровнями энергии, но вырождение снимается различной ориентацией спинов электронов. Заметим, что группировка в соответствии с квантовыми числами, как и следовало ожидать, расположила уровни энергии так, что образовались оболочки и подоболочки. Таким образом, основное энергетическое со-

стояние для водорода имеет следующий набор квантовых чисел: $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$, $m_s = \pm 1/2$. Самое верхнее на рисунке 24.2 энергетическое состояние электрона можно записать в виде $3^2 D_{5/2}$, где $n = 3$, $2s + 1 = 2$, $D \to l = 2$, $j = l + s = 2 + \frac{1}{2}$.

24.2. Двухэлектронные атомы

Атомы щелочных металлов имеют по одному электрону, вращающемуся по орбите, расположенной над заполненной электронной оболочкой, и до некоторой степени аналогичны атому водорода. Атомы щелочноземельных элементов — бериллия, магния, кальция, стронция, бария и радия — имеют по два электрона на внешней электронной оболочке и напоминают атом гелия.

Атом гелия, ядро которого состоит из двух протонов и двух нейтронов, имеет два электрона. Если $\vec{L}_1$ и $\vec{L}_2$ — соответствующие орбитальные моменты, то полный орбитальный момент по модулю равен:

$$|\vec{L}| = |\vec{L}_1 + \vec{L}_2| = \sqrt{L_T(L_T + 1)}\hbar, \tag{24.1}$$

где L_T — квантовое число полного орбитального момента. Аналогично соответствующие спины $\vec{L}_{s_1}$ и $\vec{L}_{s_2}$ при сложении дают полный спиновый момент, абсолютное значение которого равно:

$$|\vec{L}_s| = |\vec{L}_{s_1} + \vec{L}_{s_2}| = \sqrt{S(S + 1)}\hbar, \tag{24.2}$$

где S — квантовое число полного спинового момента.

Модуль полного момента электрона определяется по формуле

$$|\vec{J}| = |\vec{L} + \vec{L}_s| = \sqrt{J_T(J_T + 1)}\hbar. \tag{24.3}$$

В приведенных выше уравнениях L_T, S и J_T — квантовые числа, представляющие соответственно полный орбитальный момент, полный спиновый момент и полный угловой момент.

В основном состоянии электроны K-оболочки имеют следующие квантовые числа:

электрон 1: $n_1 = 1$, $l_1 = 0$, $m_{l_1} = 0$, $m_{s_1} = 1/2$;
электрон 2: $n_2 = 1$, $l_2 = 0$, $m_{l_2} = 0$, $m_{s_2} = 1/2$,

что противоречит принципу запрета, поскольку оба набора чисел одинаковы. Поскольку это запрещено, то необходимо допустить, что спин одного электрона (рис. 24.3) направлен вверх, а спин другого электрона — вниз. Два спиновых момента антипараллельны, поэтому

$$\vec{L}_s = \vec{L}_{s_1} + \vec{L}_{s_2} = 0.$$

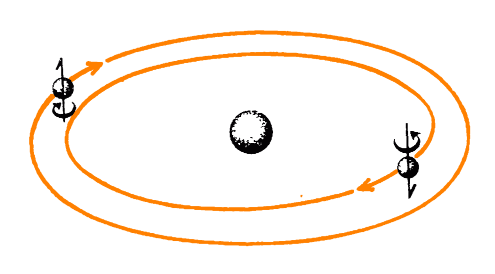


Рис. 24.3

В этом случае $|\vec{L}_s| = \sqrt{S(S+1)}\hbar = 0$, квантовое число полного спина $S = 0$ и мультиплетность равна $2S + 1 = 1$. Кроме того, так как $l_1 = l_2 = 0$, то

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = 0.$$

И поскольку $|\vec{L}| = \sqrt{L_T(L_T + 1)}\hbar = 0$, квантовое число полного орбитального момента L_T будет равно нулю.

Основное энергетическое состояние атома можно представить в спектроскопических обозначениях как

$$1^1S_0,$$

так как $n = 1$, $2S + 1 = 1$, $L_T = 0$ и $J_T = L_T + S = 0$. Такое состояние является синглетным, поскольку $\vec{L}_s = 0$, и полный момент может иметь только одно значение $J = L$. Таким образом, состояния $^1P_1$, $^1D_2$ и $^1F_3$ тоже являются синглетными.

Для двухэлектронных систем с параллельными спинами $S = s_1 + s_2 = 1/2 + 1/2 = 1$ мультиплетность $2S + 1 = 3$ указывает на триплетное состояние, потому что квантовое число полного момента может принимать значения: $J_T = L_T + 1$, $J_T = L_T$ и $J_T = L_T - 1$. Таким образом, для $L_T = 1$ мы имеем триплетные состояния $^3P_2$, $^3P_1$, $^3P_0$, для $L_T = 2$ имеем триплетные состояния $^3D_3$, $^3D_2$, $^3D_1$ и т. д.

24.3. Периодическая таблица

В 1869 г. русский химик Дмитрий Иванович Менделеев расположил химические элементы в соответствии с их атомными массами и физическими свойствами. Хотя некоторые элементы, такие, как редкоземельные, недостаточно хорошо согласовывались с его схемой, периодическая таблица Менделеева оказалась очень удачной. Однако законченный вид таблица приобрела лишь после открытия целого ряда новых элементов и принципа запрета.

Чтобы показать конфигурацию электронов в основных состояниях, в таблице химических элементов (см. табл. 24.1) используется обозначение $1s^2$, где $n = 1$ (оба электрона находятся в K-оболочке); s указывает, что $l = 0$ для обоих электронов; цифра 2 означает, что существуют два электрона, находящиеся в соответствующих состояниях:

$$n_1 = 1,\ l_1 = 0,\ m_{l_1} = 0,\ m_{s_1} = \frac{1}{2}$$

и

$$n_2 = 1,\ l_2 = 0,\ m_{l_2} = 0,\ m_{s_2} = -\frac{1}{2}.$$

Для каждого значения l существует $2l + 1$ значений m_l и два значения m_s. Следовательно, как было показано ранее, в каждой заполненной подоболочке имеется $2(2l + 1)$ электронов, а каждая оболочка может иметь не более чем $2n^2$ электронов. Когда подоболочка атома в основном состоянии заполнена тем количеством электронов, которое удовлетворяет принципу запрета, полный орбитальный и спиновый моменты равны нулю.

Таблица 24.1

Электронные конфигурации в основном состоянии элементов

Элемент	K	L		M			N				O			
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f
1 H	1													
2 He	2													
3 Li	2	1												
4 Be	2	2												
5 B	2	2	1											
6 C	2	2	2											
7 N	2	2	3											
8 O	2	2	4											
9 F	2	2	5											
10 Ne	2	2	6											
11 Na	2	2	6	1										
12 Mg	2	2	6	2										
13 Al	2	2	6	2	1									
14 Si	2	2	6	2	2									
15 P	2	2	6	2	3									
16 S	2	2	6	2	4									
17 Cl	2	2	6	2	5									
18 Ar	2	2	6	2	6									
19 K	2	2	6	2	6		1							
20 Ca	2	2	6	2	6		2							
21 Sc	2	2	6	2	6	1	2							
22 Ti	2	2	6	2	6	2	2							
23 V	2	2	6	2	6	3	2							
24 Cr	2	2	6	2	6	5	1							
25 Mn	2	2	6	2	6	5	2							
26 Fe	2	2	6	2	6	6	2							
27 Co	2	2	6	2	6	7	2							
28 Ni	2	2	6	2	6	8	2							
29 Cu	2	2	6	2	6	10	1							
30 Zn	2	2	6	2	6	10	2							
31 Ga	2	2	6	2	6	10	2	1						
32 Ge	2	2	6	2	6	10	2	2						
33 As	2	2	6	2	6	10	2	3						
34 Se	2	2	6	2	6	10	2	4						
35 Br	2	2	6	2	6	10	2	5						
36 Kr	2	2	6	2	6	10	2	6						
37 Rb	2	2	6	2	6	10	2	6			1			
38 Sr	2	2	6	2	6	10	2	6			2			
39 Y	2	2	6	2	6	10	2	6	1		2			
40 Zr	2	2	6	2	6	10	2	6	2		2			
41 Nb	2	2	6	2	6	10	2	6	4		1			
42 Mo	2	2	6	2	6	10	2	6	5		1			
43 Tc	2	2	6	2	6	10	2	6	5		2			
44 Ru	2	2	6	2	6	10	2	6	7		1			
45 Rh	2	2	6	2	6	10	2	6	8		1			
46 Pd	2	2	6	2	6	10	2	6	10					
47 Ag	2	2	6	2	6	10	2	6	10		1			
48 Cd	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2			
49 In	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	1		

Элемент		K	L		M			N				O				P			Q	
		1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s	
50	Sn	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	2							
51	Sb	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	3							
52	Te	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	4							
53	I	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	5							
54	Xe	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6							
55	Cs	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6			1				
56	Ba	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6			2				
57	La	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6	1		2				Серия лантаноидов
58	Ce	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2	6			2				
59	Pr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	3	2	6			2				
60	Nd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	4	2	6			2				
61	Pm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	5	2	6			2				
62	Sm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	6	2	6			2				
63	Eп	2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6			2				
64	Gd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6	1		2				
65	Tb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	9	2	6			2				
66	Dy	2	2	6	2	6	10	2	6	10	10	2	6			2				
67	Ho	2	2	6	2	6	10	2	6	10	11	2	6			2				
68	Er	2	2	6	2	6	10	2	6	10	12	2	6			2				
69	Tm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	13	2	6			2				
70	Yb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6			2				
71	Lu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	1		2				
72	Hf	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	2		2				
73	Ta	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	3		2				
74	W	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	4		2				
75	Re	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	5		2				
76	Os	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	6		2				
77	Ir	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	7		2				
78	Pt	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	9		1				
79	Au	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		1				
80	Hg	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2				
81	Tl	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	1			
82	Pb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	2			
83	Bi	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	3			
84	Po	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	4			
85	At	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	5			
86	Rn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6			
87	Fr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		1	
88	Ra	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		2	
89	Ac	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6	1	2	Серия актиноидов
90	Th	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6	2	2	
91	Pa	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	2	2	6	1	2	
92	U	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	3	2	6	1	2	
93	Np	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	4	2	6	1	2	
94	Pu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	5	2	6	1	2	
95	Am	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	6	2	6	1	2	
96	Cm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	7	2	6	1	2	
97	Bk	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	8	2	6	1	2	
98	Cf	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	10	2	6		2	
99	Es	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	11	2	6		2	
100	Fm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	12	2	6		2	

Продолжение

Элемент	K	L		M			N				O				P			Q
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
101 Md	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	13	2	6		2 } Серия актиноидов
102 No	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6		2
103 Lr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6	1	2
104 Ku																		
105 Ns																		

Сравнение табл. 24.1 и периодической таблицы (на форзаце) показывает, как число электронов в оболочках и подоболочках подсчитывается для групп элементов с одинаковыми химическими и физическими свойствами. Периодическая таблица состоит из восьми колонок, образующих восемь групп, в каждой из которых объединены элементы с одинаковыми свойствами. Семь горизонтальных строк названы периодами, каждый из которых содержит элементы, начиная от химически активных металлов до инертных газов.

Если оболочка заполнена полностью, то электроны, находящиеся в этой оболочке, очень прочно связаны и не принимают участия в химических реакциях. Такими элементами с целиком заполненными оболочками являются инертные газы в VIII группе. Первоначально в периодической таблице было только семь групп элементов, но с открытием инертных газов (гелий, неон, аргон, криптон, ксенон и радон) таблица была приведена к окончательному виду простым добавлением VIII группы, содержащей указанные элементы.

Все элементы I группы представляют собой так называемые водородоподобные элементы, которые состоят из прочно связанного *ядра* и одного электрона (валентность равна 1). Такие валентные электроны обусловливают способность легко соединяться с другими элементами, и элементы I группы характеризуются очень высокой химической активностью.

Большинство редкоземельных элементов еще не были известны в то время, когда Менделеев создавал свою периодическую таблицу. Эти элементы вследствие одинаковости химических свойств образовали в периодической таблице отдельную серию *редкоземельных элементов*, или *лантаноидов*, начиная с лантана (атомный номер 57) и кончая лютецием (атомный номер 71). Серия *актиноидов* также образует до некоторой степени независимый ряд элементов от актиния (атомный номер 89) до элементов с большими атомными номерами, таких, как нептуний, плутоний и америций, полученных в лабораторных условиях. Последние искусственные элементы, которые были получены в Беркли (США), имеют атомные номера 104 и 105. И получать, и исследовать эти элементы одинаково трудно. (Ско-

рость получения, в частности, курчатовия составляла в первое время примерно шесть атомов в час.)

Если электроны подчиняются принципу запрета Паули, то что можно сказать о других частицах, таких, как нейтроны, протоны или атомы в целом? Установлено, что основные элементы ядра — нейтроны и протоны — обладают спином и магнитным моментом и определяются набором квантовых чисел. Нейтроны и протоны могут двигаться (причем в ограниченном числе) лишь по квантовым орбитам, аналогичным электронным орбитам в атомах, хотя в ядре энергетические уровни иные.

Однако все частицы не подчиняются принципу запрета Паули. Например, частицы, имеющие спин $S = 1/2$, подчиняются принципу запрета и *статистике Ферми*. Эти частицы, известные под названием *фермионов*, включают нейтрино и атомы, содержащие нечетное количество частиц. Другие частицы, свойства которых не согласуются с принципом запрета, подчиняются *статистике Бозе — Эйнштейна*. Они называются *бозонами*. Это фотоны, α-частицы и атомы, состоящие из одинакового числа протонов и нейтронов.

Протоны и нейтроны внутри ядра также находятся на определенных оболочках и подоболочках, очень похожих на электронные. Однако энергетические взаимодействия внутри ядра имеют сложный характер, поскольку действуют не только ядерные, но и кулоновские силы, и взаимодействуют два вида частиц: протоны и нейтроны. Поэтому ядерные оболочки сложнее по структуре, чем атомные. Более подробно эти вопросы будут рассмотрены в гл. 26.

Часть IV
АТОМНЫЕ ЯДРА

Включив радиочастотный генератор, на этот раз мы заметили, что счетчик начал интенсивно щелкать: «клик-клик-клик-клик». Мы наблюдали искусственную радиоактивность менее чем через полтора часа после того, как впервые услышали о результатах супругов Жолио-Кюри.

М. С. Ливингстон

Ливингстон здесь рассказывает о том волнении, которое охватило его самого, Лоуренса и их сотрудников, когда они впервые наблюдали искусственную радиоактивность на построенном ими циклотроне. Именно эти волнующие события, которые наступали после изнурительной работы, многих бесплодных попыток и неудач, в конце концов и привели физиков к пониманию сути энергии, которая заключена в атомных ядрах. Последующие достижения человечества в установлении контроля над этой энергией и в использовании ее, ознаменовавшие наступление атомной эры, теперь хорошо всем известны.

Глава 25
АТОМНЫЕ ЯДРА

Хидеки Юкава
(р. 23.I 1907 г.)

Родился в Токио (Япония). Получил степень доктора наук в университете в Осако в 1938 г. В 1935 г. Юкава, стремясь объяснить, почему протоны и нейтроны удерживаются вместе в атомных ядрах, постулировал существование в природе нового типа сил — ядерных. Он описал свойства частицы с массой, промежуточной между массой электрона и массой протона, которая могла бы быть «переносчиком» этих ядерных сил. Гипотеза Юкавы впоследствии подтвердилась, причем обнаружилось, что существуют также и мезоны других типов наряду с пи-мезоном, предсказанным Юкавой. За работы в области ядерных сил Юкава в 1949 г. был награжден Нобелевской премией по физике.

25.1. Атомные ядра

К 1911 г. эксперименты Эрнеста Резерфорда (см. гл. 11) показали, что атом имеет очень малое ядро ($\approx 10^{-14}$ м в диаметре), вокруг которого вращаются электроны. По сравнению с размерами ядра размеры атомов огромны, и, поскольку практически вся масса атома

заключена в его ядре, бо́льшая часть объема атома фактически является пустым пространством. Напомним, что резерфордовская модель атома должна была быть динамической, потому что в противном случае электростатическое притяжение, действующее между положительным ядром и отрицательными электронами, сразу бы привело к коллапсу атома.

Мы уже говорили в предыдущих главах, что, хотя модель Резерфорда основывалась на классической механике, а уточняющая ее модель Бора на раннем варианте квантовой механики, все же только современная квантовая теория Шредингера и Гейзенберга смогла правильно описать структуру атомов. Поэтому квантовая механика служит той теорией, которую нужно использовать, чтобы описать структуру ядра. Однако сразу заметим, что полная теория ядра все еще не создана. В теории ядра мы сталкиваемся с намного более сложной проблемой, чем в теории атомов. Поэтому физики в настоящее время используют главным образом две модели ядра, о которых мы будем говорить ниже, — *модель жидкой капли* и *модель ядерных оболочек* (правда, иногда используются и другие модели). Ниже мы опишем эти модели с чисто экспериментальной точки зрения, чтобы облегчить читателю их изучение.

Атомная физика главным образом изучает электроны, группирующиеся в оболочках и подоболочках в атоме вокруг ядра. Энергия, связанная с удалением или присоединением электрона к атому, а также с переходами атомных электронов из одного стационарного состояния в другое, имеет порядок нескольких электронвольт. Напомним, что требуется энергия только в 13,6 эВ для того, чтобы удалить из атома водорода электрон, находящийся в основном энергетическом состоянии.

Пример 25.1. Какое количество энергии в расчете на одну молекулу освобождается при образовании воды?

Решение. При образовании воды из H_2 и O_2 при 25° C и нормальном давлении освобождается энергия, равная 68,3 ккал/моль. Поскольку 1,0 ккал = $2{,}62 \cdot 10^{22}$ эВ, а 1 моль воды содержит $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул, то при образовании воды в расчете на одну молекулу освобождается энергия, равная

$$Q = \frac{68{,}3 \cdot 2{,}62 \cdot 10^{22}\ \text{эВ/моль}}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 2{,}97\ \text{эВ}.$$

Простейшим ядром является дейтрон; он состоит из одного протона и одного нейтрона, связанных друг с другом сильными ядерными силами притяжения. Чтобы разрушить ядро дейтрона, требуется энергия 2,24 МэВ. В ядерных реакциях, например в реакции деления урана-235, расщепляющегося на криптон-89 и барий-144, высвобождается энергия порядка 200 МэВ на один атом урана.

Элементарные частицы, образующие ядра, т. е. протоны и нейтроны, называют также нуклонами. Тип атомного ядра обозначают символом $^A_Z B_N$,

где Z — *атомное число*, т. е. число протонов в ядре[1]; N — *нейтронное число*, обозначающее число нейтронов в ядре; $A = N + Z$ — *массовое число*, т. е. полное число протонов и нейтронов в данном ядре.

Например, ядро хлора $^{35}_{17}Cl_{18}$ имеет $Z = 17$ протонов, $N = 18$ нейтронов и $A = 17 + 18 = 35$ нуклонов. Часто число N, не несущее дополнительной информации, опускают и рассматриваемое ядро обозначают символом $^{35}_{17}Cl$[2].

Изотопами называются ядра с одним и тем же атомным числом Z и различными массовыми числами. Например, ядра $^{28}_{14}Si$, $^{29}_{14}Si$, $^{30}_{14}Si$ и $^{32}_{14}Si$ — изотопы кремния. Ядра с одинаковым массовым числом A и разными атомными числами Z называют *изобарами*. Например, ядра $^{16}_{8}O$ и $^{16}_{7}N$ являются изобарами. Ядра с одинаковым числом нейтронов, т. е. имеющие одинаковое значение числа N, называются *изотонами*. Примером изотонов могут служить ядра $^{14}_{6}C_8$, $^{15}_{7}N_8$ и $^{16}_{8}O_8$.

Все ядра, включенные в таблицу приложения, имеют по нескольку изотопов. Например, ядро хлора-17 имеет девять изотопов — от $^{32}_{17}Cl$ до $^{40}_{17}Cl$. Наиболее распространенными в природе являются два изотопа: $^{35}_{17}Cl$ (распространенность 75,53%) и $^{37}_{17}Cl$ (распространенность 24,47%). Массы соответствующих им атомов хлора, выраженные в атомных единицах массы, равны 34,98 а. е. м. для $^{35}_{17}Cl$ и 36,38 а. е. м. для $^{37}_{17}Cl$. Имеющийся в природе хлор представляет собой в основном смесь указанных двух изотопов, и поэтому средняя масса хлора равна:

$$A_{Cl} = \frac{75{,}53 \cdot 34{,}98 \text{ а. е. м.} + 24{,}47 \cdot 36{,}98 \text{ а. е. м.}}{75{,}53 + 24{,}47} = 35{,}46 \text{ а. е. м.}$$

Число 35,46 часто называют *атомной массой* хлора.

Наиболее распространенным элементом в природе является водород. Распространенность его изотопов указана в табл. 25.1.

Таблица 25.1

Изотоп	Символ	Атомная масса, а. е. м.	Распространенность, %
Водород	$^{1}_{1}H$	1,007825	99,99
Дейтерий	$^{2}_{1}H$	2,014102	0,01
Тритий	$^{3}_{1}H$	3,016049	Незначительна

[1] Иногда атомное число называют *протонным числом*.

[2] Эти символические обозначения были рекомендованы Американской ассоциацией учителей физики. Физики, слишком увлеченные своими исследованиями, часто также опускают в обозначениях не только нейтронное, но и атомное число и просто используют, например, символ Cl-35.

Средняя атомная масса водорода, таким образом, равна:

$$A_H = \frac{99{,}99 \cdot 1{,}0078 \text{ а. е. м.} + 0{,}01 \cdot 2{,}0141 \text{ а. е. м.}}{99{,}99 + 0{,}01} = 1{,}0079 \text{ а. е. м.}$$

25.2. Ядерные силы

Согласно закону Кулона положительно заряженные протоны, находящиеся на очень близких расстояниях в атомном ядре, сильно отталкивают друг друга. Так что они должны были бы мгновенно разлететься. Поэтому вряд ли можно объяснить стабильное существование атомного ядра, если не сделать допущения, что нуклоны в нем подвержены влиянию каких-то мощных сил притяжения. Эти силы считают проявлением так называемого *сильного взаимодействия*. Их изучал довольно долгое время японский физик Хидеки Юкава. В 1935 г. он понял основные характерные особенности ядерных сил и для их объяснения постулировал существование особой частицы, названной впоследствии *пионом*. Пион имеет массу покоя 270 m_e (в 270 раз большую массы покоя электрона). Пионы играют важную роль в образовании ядерных сил.

Юкава отметил следующие характерные особенности ядерных сил:

1. Они являются *короткодействующими*.
2. Они обладают *зарядовой независимостью*.
3. Они *самые мощные* из всех известных сил в природе.
4. Они имеют способность к *насыщению*.

Рассмотрим по отдельности эти характерные особенности ядерных сил.

Короткодействующий характер. Эксперименты по рассеянию протонов на ядрах показывают, что ядерные силы имеют заметное значение только тогда, когда расстояние между двумя нуклонами оказывается порядка 10^{-15} м и меньше. Будем бомбардировать атомное ядро протонами и учтем, что радиус действия ядерных сил имеет примерно тот же порядок, что и радиус действия сил кулоновского отталкивания. Как бы близко ни подлетали протоны к ядру, они будут обязательно подвержены силам обоих типов, а потому распределение по углам протонов, рассеянных на ядрах, будет отличным от распределения, соответствующего чистому кулоновскому рассеянию.

Падающие протоны, которые не подходят слишком близко к ядру, будут рассеиваться силами электрического отталкивания. Но если энергия падающих протонов достаточно велика, чтобы протон мог преодолеть отталкивательное действие кулоновских сил ядра, он может подлететь очень близко к ядру и попасть в область действия ядерных сил притяжения. Распределение рассеянных протонов в этом случае будет определяться главным образом ядерными силами, а потому распределение будет отлично от кулоновского.

U,МэВ

<0,5 фм

200

100

0

100

Притяжение

Отталкивание

1 фм

Несколько ферми

0 1 2 3 4 5

Расстояние между нуклонами, фм

Рис. 25.1

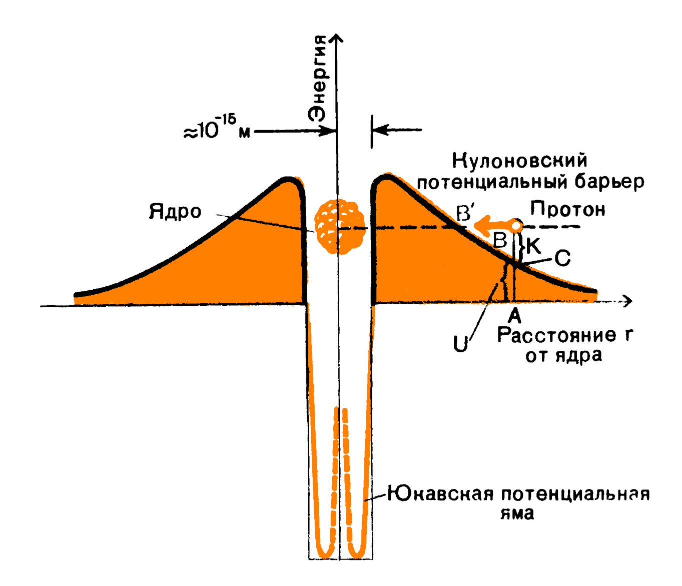


Рис. 25.2

Кроме того, некоторые эксперименты свидетельствуют о том, что при совсем малых расстояниях (порядка 0,5 фм[1]) нуклоны отталкивают друг друга (рис. 25.1).

На рисунке 25.2 показан справа протон, налетающий на ядро. Когда протон находится очень далеко от ядра, вся его энергия кинетическая. Но по мере приближения протона к ядру он будет все сильнее отталкиваться положительно заряженным ядром и все больше будет испытывать действие отталкивательных кулоновских сил от ядра. Потенциальная энергия электрона в кулоновском поле ядра равна:

$$eV = k\frac{Ze^2}{r}. \tag{25.2}$$

По мере увеличения потенциальной энергии кинетическая энергия налетающего протона будет уменьшаться. На рисунке 25.2 полная энергия изображается отрезком

$$AB = AC + CB,$$

где $AB = E$ — полная энергия, $AC = \frac{kZe^2}{r} = U$ — потенциальная энергия, $CB = K$ — кинетическая энергия.

Поскольку кривая потенциальной энергии такова, что $\frac{dV}{dr} < 0$, то электрическая сила

$$F_e = -e\frac{dV}{dr} > 0, \tag{25.3}$$

т. е. она действительно отталкивает протон от ядра.

На рисунке 25.2 показан такой случай, когда полная энергия налетающего на ядро протона меньше, чем высота кулоновского потенциального барьера. По классической механике, когда протон достигнет точки B', в которой его кинетическая энергия в точности будет равна нулю, он испытает «классическое столкновение» с ядром и отскочит назад, не будучи в состоянии проникнуть сквозь потенциальный барьер и подвергнуться действию короткодействующих ядерных сил.

По квантовой механике имеет место туннельный эффект (см. гл. 15), и приближающийся к ядру протон обладает определенной, отличной от нуля вероятностью «протуннелировать» через потенциальный барьер и «упасть» в юкавскую потенциальную яму, описывающую ядерные силы, с потенциалом

$$V = -g^2\frac{e^{-ar}}{r}, \tag{25.4}$$

где $a = \frac{mc}{\hbar}$ (m — масса пиона), g — постоянная ядерных сил.

---

[1] Очень малые размеры в ядерной физике часто выражают в единицах длины, называемых ферми (фм). 1 фм = 10^{-15} м.

Зарядовая независимость. Эксперименты показывают, что силы ядерного взаимодействия двух нуклонов не зависят от их электрических зарядов. С большой степенью точности силы взаимодействия, действующие между протоном и нейтроном, нейтроном и нейтроном, протоном и протоном, за вычетом кулоновских сил, *оказываются одинаковыми.*

Силы очень мощные. Силы, действующие между нуклонами, относятся к силам так называемого *сильного взаимодействия*, т. е. к самым мощным силам в природе. Более слабые силы гравитационного и электромагнитного взаимодействий были обстоятельно изучены задолго до открытия ядерных сил, так как они проявляются на макроскопических масштабах, скажем в виде гравитационных сил, действующих между планетами и Солнцем, или в виде сил электростатического взаимодействия между заряженными телами.

Эффект насыщения. Ядерные силы не являются единственными силами в природе, проявляющими эффект насыщения. Способность нуклона притягивать к себе другие нуклоны имеет «предел насыщения», когда нуклон оказывается полностью окруженным другими нуклонами. Нуклоны вне этого окружения «не чувствуют» сил притяжения такого (окруженного со всех сторон нуклонами) нуклона.

25.3. Некоторые свойства ядер

Полный электрический заряд ядра, состоящего из нейтронов (электрически нейтральных частиц) и протонов, равен $+Ze$, где Z — атомное число, т. е. число протонов в ядре. Очевидно, что масса ядра должна была бы быть равна сумме масс протонов и нейтронов, образующих ядро. Однако масс-спектрометрические измерения показывают, что действительная масса ядра меньше этой суммы масс. Разность указанных масс называют дефектом массы (обозначают Δm).

Теоретически объяснить дефект массы можно на основе формулы (6.18), выражающей закон сохранения массы и энергии:

$$\Delta E = \Delta mc^2. \qquad (25.5)$$

Когда Z протонов и N нейтронов образуют вместе стабильное атомное ядро, некоторая масса Δm пропадает и вместо нее выделяется эквивалентная ей энергия (обычно в виде энергии γ-квантов).

При бомбардировке ядра протонами последние должны проникнуть сквозь кулоновский барьер и подойти к центру ядра настолько, чтобы «почувствовать» ядерные силы. Эксперименты с использованием заряженных частиц, рассеянных на ядрах, приводят к заключению, что радиус ядра может быть выражен формулой

$$R = r_0 A^{1/3}, \qquad (25.6)$$

где A — массовое число данного ядра и $r_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-15}$ м $= 1{,}2$ фм.

Кулоновский барьер ядра не оказывает никакого влияния на рассеяние нейтронов на ядре. Таким образом, нейтроны «чувствуют»

ядерные силы на несколько большем расстоянии от ядра, чем заряженные частицы, и для них в формуле (25.6)

$$r_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-15} \text{ м} = 1{,}5 \text{ фм}.$$

В задачах и примерах мы будем брать компромиссное значение $r_0 = 1{,}3$ фм.

Плотность массы ядра $\rho_{\text{ядра}}$ можно рассчитать по формуле

$$\rho_{\text{ядра}} = \frac{\text{масса ядра}}{\text{объем ядра}}. \qquad (25.7)$$

Масса ядра приближенно равна Am_N, где A — массовое число и m_N — некоторая масса, имеющая порядок массы нуклона ($m_N = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг).

Объем ядра можно найти по формуле

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(r_0 A^{1/3})^3 = (\frac{4}{3}\pi r_0^3)A$$

(поскольку объем отдельного нуклона равен $\frac{4}{3}\pi r_0^3$). Из приведенной формулы видно, что объем ядра прямо пропорционален числу нуклонов.

Плотность массы ядра, таким образом, выражается следующей формулой:

$$\rho_{\text{ядра}} = \frac{m_N A}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = \frac{m_N}{\frac{4}{3}\pi r_0^3}. \qquad (25.8)$$

Если в (25.8) подставить числовые значения, то получим:

$$\rho_{\text{ядра}} \approx 2 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3 = 2 \cdot 10^{14} \text{ т/м}^3. \qquad (25.9)$$

Это неимоверно большое число.

Радиус атома примерно в 10^4 раз больше радиуса ядра, и потому *средняя плотность массы* атома равна:

$$\rho_{\text{атома}} \approx \frac{2 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3}{(10^4)^3} = 2 \cdot 10^5 \text{ кг/м}^3.$$

Отметим, что плотность массы обычного вещества значительно меньше, чем средняя плотность массы атома и плотность массы ядра. Например, плотность воды

$$\rho_{\text{воды}} = 1 \text{ г/см}^3 = 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

25.4. Энергия связи ядра

Когда Z протонов и N нейтронов сливаются в ядро, часть их массы Δm пропадает, превращаясь в энергию $\Delta E = (\Delta m)c^2$. Эту энергию называют *энергией связи* данного ядра, и мы ее будем обозначать $E_{\text{св}}$. Чтобы расщепить стабильное атомное ядро на составляющие его протоны и нейтроны, требуется затратить как минимум

энергию, равную энергии связи. Таким образом, для энергии связи имеем формулу

$$E_{\text{св}} = (Zm_p + Nm_n)c^2 - M_{\text{ядра}}c^2, \qquad (25.10)$$

где $M_{\text{ядра}}$ — масса ядра, m_p — масса протона, m_n — масса нейтрона. Каждую массу в формуле (25.10) мы умножили на c^2, чтобы получить соответствующую ей энергию.

Вследствие того что в таблицах свойств атомных ядер приводятся массы атомов, а не массы ядер, формулу (25.10) надо немного изменить. Во-первых, массу ядра нужно вычислять по формуле

$$M_{\text{ядра}} = M_{\text{атома}} - Zm_e, \qquad (25.11)$$

где $M_{\text{атома}}$ — масса атома, соответствующего данному ядру, Zm_e — полная масса обращающихся вокруг ядра электронов. Энергией связи электронов с ядром следует пренебречь, так как она чрезвычайно мала по сравнению с энергией связи нуклонов в ядре. Во-вторых, массу протона мы можем найти, пользуясь формулой

$$m_p = m_{\text{H}} - m_e, \qquad (25.12)$$

где m_{H} — масса атома водорода. Энергией связи электрона ($\approx 13{,}6$ эВ) в атоме водорода мы тоже здесь пренебрегаем.

Формулу (25.10) для энергии связи можно, таким образом, переписать в следующем виде:

$$E_{\text{св}} = Z(m_{\text{H}} - m_e)c^2 + Nm_nc^2 - (M_{\text{атома}} - Zm_e)c^2, \qquad (25.13)$$

или проще:

$$E_{\text{св}} = (Zm_{\text{H}} + Nm_n)c^2 - M_{\text{атома}}c^2. \qquad (25.14)$$

Часто оказывается более удобным выражать энергию связи в единицах массы, а не в единицах энергии. Тогда множитель c^2 в формуле (25.14) следует опустить, и окончательно мы получим:

$$E_{\text{св}} = (Zm_{\text{H}} + Nm_n) - M_{\text{атома}}. \qquad (25.15)$$

Энергия связи выражена в этой формуле в атомных единицах массы.

Если $E_{\text{св}} > 0$, то ядро стабильно (чтобы расщепить его на составные части, ему надо сообщить энергию извне). Если $E_{\text{св}} < 0$, то ядро нестабильно (будет распадаться само собой, или, как говорят, спонтанно).

П р и м е р 25.2. Вычислите энергию связи ядра $^{16}_{8}\text{O}$.

Р е ш е н и е. В формуле (25.15) имеем:

$Zm_{\text{H}} = 8 \cdot 1{,}007825$ а. е. м. $= 8{,}062600$ а. е. м.
$Nm_n = 8 \cdot 1{,}008665$ а. е. м. $= 8{,}069320$ а. е. м.
$16{,}131920$ а. е. м.

Масса атома $^{16}_{8}\text{O}$ равна 16,000000 а. е. м., и поэтому

$E_{\text{св}} = +0{,}131920$ а. е. м.

Знак «плюс» показывает, что ядро стабильно.

В единицах энергии энергия связи следующая:

$E_{св} = 0{,}131920$ а. е. м. $\cdot$ 931,48 МэВ/а. е. м. = 122,8 МэВ.

Энергия связи ядра $^{16}_{8}O$ в расчете на один нуклон составляет, таким образом, 123 МэВ/16 = 7,68 МэВ.

Пример 25.3. Вычислите *энергию отрыва*, которую необходимо затратить для удаления одного протона из ядра $^{16}_{8}O$. Энергией отрыва называется минимальная энергия, которую требуется израсходовать, чтобы удалить из ядра наименее связанный с ним нуклон. Таким образом, она представляет собой энергию связи наименее связанного в ядре нуклона. Обозначим энергию отрыва $E_{отр}$.

Решение. Если протон оторвать от ядра $^{16}_{8}O$, то получится ядро $^{15}_{7}N$:

$$^{16}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{1}_{1}p.$$

Расчет энергии отрыва протона произведем по этому уравнению реакции, используя закон сохранения массы и энергии (см. гл. 6), согласно которому энергия отрыва (в единицах массы) равна сумме масс атомов $^{15}_{7}N$ и $^{1}_{1}H$ без массы атома $^{16}_{8}O$. Используя числовые значения соответствующих величин, получим:

масса атома $^{15}_{7}N$ = 15,000108 а. е. м.
m_H = 1,007825 а. е. м.
16,007933 а. е. м.

масса атома $^{16}_{8}O$ = 16,000000 а. е. м.
$E_{отр}$ = 0,007933 а. е. м.

В единицах энергии для энергии отрыва получим значение

$E_{отр} = 0{,}007933$ а. е. м. $\cdot$ 931,48 МэВ/а. е. м. = 7,40 МэВ.

Почему энергия связи протона в ядре $^{16}_{8}O$ оказалась меньше энергии связи, в среднем приходящейся на один нуклон (см. пример 25.2), предлагаем выяснить читателю самостоятельно.

ЗАДАЧИ

25.1. В эксперименте по рассеянию ядро золота $^{197}_{79}Au$ бомбардируют α-частицами $^{4}_{2}He$. Вычислите радиус ядра золота.

25.2. В эксперименте, подобном эксперименту в задаче 25.1, ядро золота бомбардируется нейтронами. Вычислите радиус ядра золота для этих нейтральных частиц.

25.3. Считайте, что в задаче 25.1 налетающая α-частица имеет кинетическую энергию 7,68 МэВ. Вычислите: а) высоту кулоновского барьера (в мегаэлектронвольтах); б) расстояние между α-частицей и ядром золота, когда α-частица «сталкивается» с кулоновским потенциальным барьером.

25.4. α-Частица находится внутри ядра $^{226}_{88}Ra$. Вычислите высоту потенциального барьера (в мегаэлектронвольтах). Считая, что ядро радия испускает α-частицу с энергией 4,78 МэВ, найдите расстояние наибольшего сближения этой α-частицы с ядром золота ($Z = 79$, $A = 197$).

25.5. Вычислите энергию связи (в мегаэлектронвольтах) для дейтрона ($^{2}_{1}H$).

25.6. Рассчитайте энергию связи для изотопов бериллия $^{8}_{4}Be$ и $^{9}_{4}Be$ и определите, который из них стабильнее.

25.7. Два ядра называются зеркально сопряженными, когда число нейтронов в одном равно числу протонов в другом. Найдите разность полных энергий связи для зеркально сопряженных ядер $^{11}_{5}B$ и $^{11}_{6}C$.

25.8. Вычислите энергию связи в расчете на один нуклон для следующих ядер: а) $^{6}_{4}Be$; б) $^{8}_{5}B$; в) $^{20}_{10}Ne$; г) $^{56}_{26}Fe$.

25.9. Чему равна энергия отрыва нейтрона от ядра $^{4}_{2}He$?

25.10. Считайте, что атом водорода находится в своем основном состоянии и имеет радиус 0,53 Å. Покажите, что плотность массы ядра $^{1}_{1}H$ примерно в 10^{14} раз больше средней плотности массы атома $^{1}_{1}H$.

25.11. Энергия связи ядра азота-14 равна 104,631 МэВ. Чему она равна в единицах массы? Какую долю массы протона она составляет?

Глава 26
МОДЕЛИ ЯДРА

Мария Гепперт-Майер
(1906—1972)

Родилась в Катовице (Польша). Получила докторскую степень в Геттингенском университете в 1930 г. В этом же году Мария Гепперт-Майер эмигрировала в США, где работала в Аргоннской национальной лаборатории (1946—1960) и в Институте ядерных исследований им. Э. Ферми (1946—1959). С 1960 г. она профессор Калифорнийского университета. М. Гепперт-Майер, Э. П. Вигнер и Й. Х. Йенсен разработали теорию, в которой было предположено, что протоны и нейтроны в атомных ядрах сгруппированы в оболочки так же, как электроны в атомах. За эту работу они получили в 1963 г. Нобелевскую премию.

26.1. Фотораспад. Стабильность ядра

По сравнению с энергией химической связи энергия связи нуклонов в ядре очень велика. Вместе с тем, когда атомная частица, например нейтрон, протон, α-частица или высокоэнергетический фотон, сталкивается с ядром, она может вызвать в нем определенные изменения. При этом может произойти много различных событий. Иногда налетающая частица просто захватывается ядром и остается в нем, пока другая частица или даже несколько частиц не будут испущены ядром. Налетающая частица может расщепить ядро на несколько ядер-фрагментов или же может просто отскочить от него при упругом ударе. Что конкретно с ядром произойдет, зависит от соотношения между энергией налетающей частицы и энергией связи нуклонов в ядре.

Следующим по сложности атомным ядром после простейшего ядра атома водорода, состоящего из одного протона, является дейтрон — ядро атома дейтерия. Оно состоит из одного протона и одного нейтрона. Ядерная реакция распада дейтрона

$$^{2}_{1}H \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{1}_{0}n$$

позволяет рассчитать энергию связи дейтрона в атомных единицах массы по формуле

$$E_{св} = Zm_{H} + Nm_{n} - \text{масса атома } {}^{2}_{1}H.$$

Поскольку в случае дейтрона $Z = 1$ и $N = 1$, то

$E_{св} = m_H + m_n$ — масса атома ^2_1H.

Проведем численный расчет:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{l} 1{,}007825 \text{ а. е. м. } (m_H) \\ 1{,}008665 \text{ а. е. м. } (m_n) \end{array} \\ \hline - \begin{array}{l} 2{,}016490 \text{ а. е. м.} \\ 2{,}014102 \text{ а. е. м.} \end{array} \\ (\text{масса атома } ^2_1H). \\ \hline \end{array}$$

$E_{св} = 0{,}002388$ а. е. м.

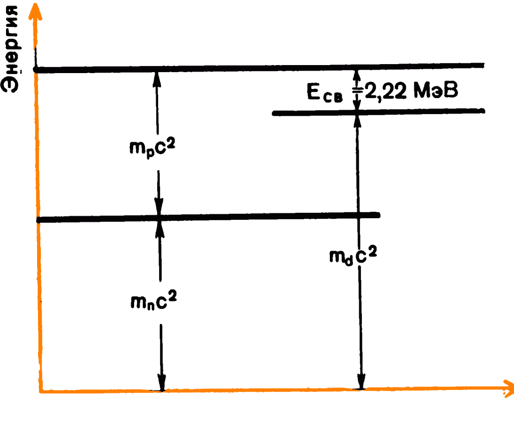


Рис. 26.1

Если энергию связи выразить в единицах энергии, то получим 2,22 МэВ.

Энергию связи дейтрона в единицах энергии можно вычислить по формуле

$$E_{св} + m_dc^2 = m_pc^2 + m_nc^2, \quad (26.1)$$

где m_d — масса дейтрона, m_pc^2 — энергия покоя протона, m_nc^2 — энергия покоя нейтрона. Наглядно эта формула проиллюстрирована на рисунке 26.1.

Экспериментально энергию связи дейтрона d можно найти из данных по реакции ядерного *фотораспада*, при которой моноэнергетический фотон (γ-квант) поглощается дейтроном, при этом последний распадается на протон и нейтрон. Уравнение реакции имеет вид:

$$\gamma + d = p + n. \quad (26.2)$$

Закон сохранения массы и энергии для ядерной реакции (26.2) дает соотношение

$$h\nu + m_dc^2 = m_pc^2 + m_nc^2 + K_p + K_n, \quad (26.3)$$

где K_p и K_n — соответственно кинетические энергии образующихся в реакции протона и нейтрона; первоначальный дейтрон предполагается покоящимся. Минимальную, или *пороговую, энергию* налетающего фотона $h\nu_0$ можно найти из формулы (26.3), если в ней положить $K_p = K_n = 0$. Таким образом, для пороговой энергии имеем выражение

$$(h\nu_0)_\gamma + m_dc^2 = m_pc^2 + m_nc^2. \quad (26.4)$$

Очевидно, что

$$h\nu_0 = E_{св}.$$

В обратной реакции *ядерного фотоэффекта* в результате ядерной реакции слияния покоящихся протона и нейтрона образуются γ-фо-

тоны с энергией 2,22 МэВ. Реакция ядерного фотоэффекта записывается уравнением

$$\underset{\text{в покое}}{p+n} \to d+\gamma.$$

В табл. 26.1 показано, как наблюдаемые в природе 272 стабильных ядра разбиваются на 4 группы в соответствии с тем, четны или нечетны в них числа протонов и нейтронов.

Таблица 26.1

Число протонов в ядре	Число нейтронов в ядре	Число стабильных ядер
Четное	Четное	160
Четное	Нечетное	56
Нечетное	Четное	52
Нечетное	Нечетное	4
		272

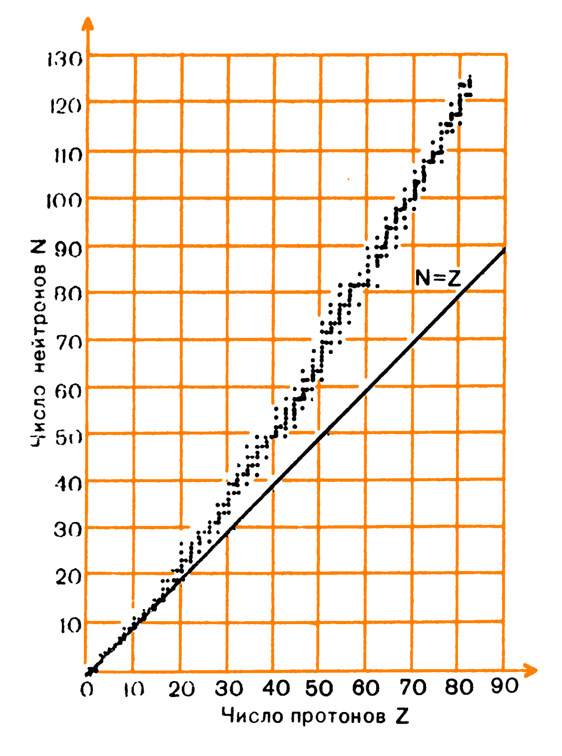


Рис. 26.2

Как ясно видно из таблицы, природа предпочитает в стабильных ядрах комбинации из четного числа протонов и четного числа нейтронов. Нечетно-нечетные комбинации в стабильных ядрах мы находим только у ядер легких химических элементов. Числа четно-нечетных комбинаций примерно одинаковы.

На рисунке 26.2 стабильные ядра отмечены точками на диаграмме «число протонов — число нейтронов». Они образуют «полосу стабильности». При $Z<20$ последняя близка к прямой линии, для которой $Z=N$. Для более тяжелых ядер (при $Z>20$) полоса стабильности размывается и отклоняется в область

$N > Z$. Например, для ядра $^{48}_{20}Ca_{28}$ имеем: $N = 28$, $Z = 20$, т. е. для него $N > Z$. Для ядер с большими Z указанная тенденция становится более отчетливой. Например, для ядра $^{232}_{91}Pa_{141}$ имеем: $N = 141$, $Z = 91$.

Очевидно, в ядрах с большими значениями Z все бóльшую роль начинает играть кулоновское отталкивание протонов, и поэтому число нейтронов в них оказывается существенно больше числа протонов, чтобы скомпенсировать неблагоприятный эффект отталкивания.

26.2. Спиновый момент ядра

Протон или нейтрон, так же как электрон, имеет внутренний момент импульса. Это *спиновый момент*, или *спин*, который можно рассчитать по формуле

$$L_S = \hbar\sqrt{I(I+1)}, \tag{26.6}$$

где квантовое число I, обычно называемое просто спином, равно 1/2. Таким образом, спиновый момент импульса протона или нейтрона равен:

$$L_S = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar.$$

При наличии внешнего магнитного поля с индукцией $\vec{B}_{вн}$ спиновый момент импульса «пространственно квантуется», т. е. располагается относительно направления поля строго определенным образом. Если ось z направить по направлению вектора $\vec{B}_{вн}$, то проекция спинового момента протона или нейтрона на эту ось может равняться только одному из следующих *двух* значений:

$$L_{Sz} = \pm\frac{1}{2}\hbar = L_S\cos\theta. \tag{26.7}$$

Пространственное квантование спинового момента импульса протона или нейтрона проиллюстрировано на рисунке 26.3.

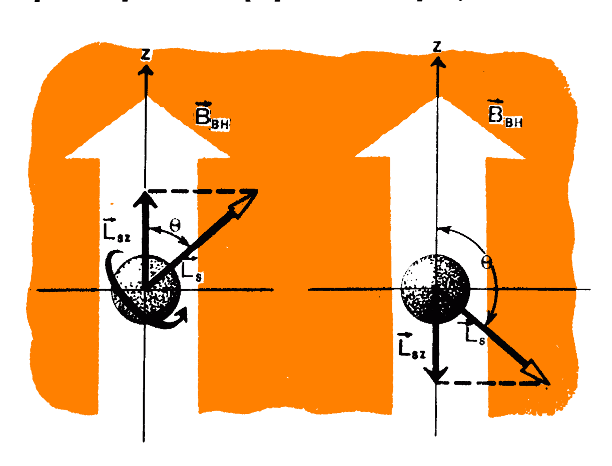


Рис. 26.3

Кроме спинового, протон и нейтрон обладают *орбитальным моментом импульса* в ядре. *Полный момент импульса* ядра получается в результате сложения спиновых и орбитальных моментов импульса движения всех нуклонов ядра. Абсолютное значение полного момента импульса ядра дается формулой

$$L_N = \sqrt{I_N(I_N+1)}\hbar, \tag{26.8}$$

где квантовое число I_N, обычно называемое спином ядра, принимает целые значения ($I_N = 0, 1, \ldots$) или полуцелые значения ($I_N = 1/2, 3/2, \ldots$).

Полный момент импульса ядра тоже пространственно квантуется в заданном внешнем магнитном поле. Проекция полного момента импульса ядра на направление индукции внешнего магнитного поля равна:

$$L_{Nz} = L_N \cos\theta = m_I\hbar \quad \begin{cases} m_I = \pm I_N,\ \pm(I_N-1),\ \ldots,\ \pm\frac{1}{2}, \\ \text{если } I_N \text{ полуцелое;} \\ m_I = \pm I_N,\ \pm(I_N-1),\ \ldots,\ 0, \\ \text{если } I_N \text{ целое.} \end{cases} \tag{26.9}$$

Пример 26.1. Ядро кальция $^{43}_{20}Ca$ имеет ядерный спин $I_N = 7/2$ и полный момент импульса $L_N = \sqrt{7/2(7/2+1)}\hbar = (\sqrt{63}/2)\hbar$. Имеется $2I_N + 1 = 8$ различных ориентаций ядерного спинового момента импульса ядра кальция в приложенном магнитном поле:

$$L_{Nz} = \pm\frac{7}{2}\hbar,\ \pm\frac{5}{2}\hbar,\ \pm\frac{3}{2}\hbar,\ \pm\frac{1}{2}\hbar.$$

Электрон обладает спином и связанным с ним магнитным дипольным моментом, равным 1 боровскому магнетону $e\hbar/2m_e$ ($\mu_B = 5{,}050\cdot10^{-27}$ Дж/Тл). Аналогично атомное ядро тоже обладает дипольным магнитным моментом, причем для ядер используют *ядерный магнетон*, равный

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}, \tag{26.10}$$

где m_p — масса протона, которая в 1836 раз больше массы электрона. Ядерный магнетон, таким образом, соответственно в 1836 раз меньше, чем магнетон Бора.

При наличии внешнего магнитного поля с индукцией $\vec{B}_{вн}$ проекции на ось z (направленную так же, как вектор $\vec{B}_{вн}$) магнитных дипольных моментов протона и нейтрона соответственно равны:

$$\mu_{pz} = +2{,}79\frac{e\hbar}{2m_p} = +2{,}79\mu_N,$$

$$\mu_{nz} = -1{,}91\frac{e\hbar}{2m_p} = -1{,}91\mu_N. \tag{26.11}$$

Отметим, что приведенные значения магнитных дипольных моментов протона и нейтрона в настоящее время окончательно не объяснены. Оказалось, что физикам очень трудно понять, как этот нейтрон (нейтральная частица) может обладать таким большим магнитным

моментом. Отрицательный знак z-проекции магнитного момента нейтрона указывает, что он направлен против направления момента импульса.

Спины и магнитные дипольные моменты для ряда ядер приведены в табл. 26.2.

Таблица 26.2

Ядро	Спин ядра	Магнитный дипольный момент в ядерных магнетонах	Ядро	Спин ядра	Магнитный дипольный момент в ядерных магнетонах
$^{1}_{0}n$	1/2	—1,9131	$^{60}_{27}Co$	5	3,8100
$^{1}_{1}H$	1/2	2,7927	$^{63}_{29}Cu$	3/2	2,2260
$^{2}_{1}H$	1	0,8574	$^{79}_{35}Br$	3/2	2,1060
$^{3}_{2}He$	1/2	—2,1275	$^{88}_{38}Sr$	0	0
$^{3}_{1}H$	1/2	2,9789	$^{93}_{41}Nb$	9/2	6,1670
$^{4}_{2}He$	0	0	$^{103}_{45}Rh$	1/2	0
$^{7}_{3}Li$	3/2	3,2563	$^{114}_{48}Cd$	0	0
$^{12}_{6}C$	0	0	$^{127}_{53}I$	5/2	2,8080
$^{13}_{6}C$	1/2	0,7024	$^{155}_{64}Gd$	3/2	—0,2700
$^{14}_{7}N$	1	0,4036	$^{175}_{71}Lu$	7/2	2,2300
$^{15}_{7}N$	1/2	—0,2831	$^{176}_{71}Lu$	7	3,1800
$^{16}_{8}O$	0	0	$^{177}_{71}Lu$	7/2	2,2400
$^{17}_{8}O$	5/2	—1,8937	$^{180}_{72}Hf$	0	0
$^{21}_{10}Na$	3/2	—0,6618	$^{185}_{75}Re$	5/2	3,1716
$^{27}_{13}Al$	5/2	3,6414	$^{208}_{82}Pb$	0	0
$^{35}_{17}Cl$	3/2	0,8218	$^{209}_{93}Bi$	9/2	4,0802
$^{40}_{20}Ca$	0	0	$^{227}_{83}Ac$	3/2	1,1
$^{43}_{20}Ca$	7/2	—1,3172	$^{233}_{92}U$	5/2	0,54
$^{56}_{26}Fe$	0	1,06	$^{235}_{92}U$	7/2	0,35
$^{57}_{26}Fe$	1/2	0,0905	$^{238}_{92}U$	0	0
			$^{241}_{94}Pu$	5/2	—0,730

26.3. Есть ли электроны в атомном ядре?

Вопрос о том, есть ли электроны в ядре, появился потому, что Дж. Дж. Томсон первоначально представлял себе атом в виде маленького шарика, однородно заряженного положительным электричеством, в который погружены точечные электроны. Атом, по Дж. Дж. Томсону, не имел ядра. Впоследствии Резерфорд и Бор отбросили эту модель атома и провозгласили, что атом обладает массивным положительно заряженным ядром очень малых размеров, вокруг которого на больших расстояниях вращаются электроны. Но тем не менее вплоть до 1931 г. все думали, что в ядре имеются свои «ядерные» электроны и что суммарный положительный заряд ядра обязан избытку числа протонов над числом ядерных электронов.



Два протона и один электрон

Новая теория

p n

+e

Один протон и один нейтрон

	Старая теория				Новая теория	
Возможные ориентации спинов частиц в дейтроне	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ ↑ ↑ ↑	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$ ↑ ↑ ↓	$\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$ ↑ ↓ ↓	$-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$ ↓ ↓ ↓	$\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$ ↑ ↓	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ ↑ ↑
Суммарный спин	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	0	1

Рис. 26.4

Например, ядро дейтерия представляли себе состоящим из двух протонов и одного «ядерного» электрона и считали, что избыток заряд ядра $(+1e)$ компенсируется в нейтральном атоме дейтерия одни электроном в его внешней оболочке. В результате открытия Чедві ком в 1932 г. нейтрона была предложена новая теория структуры ядр в которой отрицалось присутствие электронов в ядре. Согласно это теории ядро содержит внутри себя только протоны и нейтроны вовсе не имеет никаких «ядерных» электронов. С тех пор было прс ведено много различных экспериментов, которые убедительно дока зали отсутствие электронов в ядре.

Если бы электроны в ядре были, магнитный момент ядра был бі порядка магнетона Бора. Эксперименты же (см. 26.11 и 26.10) пока зывают, что магнитные моменты ядер в тысячу раз меньше боров ского магнетона.

Далее очень многие эксперименты приводят к заключению, чт ядро дейтерия имеет спин $+1$. На рисунке 26.4 проиллюстрирован как объясняется спин дейтрона по старой и новой теории (с учето «ядерного» электрона и без него). Как видно из этого рисунка, пр любой комбинации возможных ориентаций спинов одного электрон и двух протонов в ядре по старой теории получается полуцелое зн чение спина, что противоречит эксперименту.

Эксперименты Резерфорда по рассеянию α-частиц показали, чт атомное ядро имеет размеры порядка 10^{-14} м. Следовательно, нео ределенность положения «ядерного» электрона в ядре должна был бы быть

$$\Delta x = 10^{-14} \text{ м},$$

и согласно соотношению неопределенностей неопределенность ег импульса была бы

$$\Delta p = \frac{\hbar}{\Delta x} = 1{,}1 \cdot 10^{-20} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Импульс такого электрона должен был бы быть не меньше этого значения, и по формуле (6.27) кинетическая энергия «ядерного» электрона равнялась бы

$$K \approx pc = 3{,}3 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} = 20 \text{ МэВ}.$$

Энергии же электронов, вылетающих при распаде нестабильных ядер, оказываются порядка всего нескольких электронвольт, как об этом свидетельствуют эксперименты. Так что получается противоречие с приведенной теоретической оценкой, полученной на основе соотношения неопределенностей, если сделать предположение, что в ядре имеются «ядерные» электроны.

26.4. Модель жидкой капли

Поскольку еще не создано полной теории, которая описывала бы все свойства атомных ядер, в настоящее время в ядерной физике используют несколько моделей, объясняющих отдельные характерные особенности ядра. Здесь мы сначала рассмотрим *модель жидкой капли*. В жидкости энергия связи двух молекул не зависит от присутствия других молекул. Так же ведут себя и ядерные силы, для которых наблюдается эффект насыщения, о котором мы говорили выше. Энергия связи в расчете на один нуклон остается почти постоянной для ядер с массовыми числами $A \gtrsim 20$, лишь немного уменьшаясь с ростом A.

В 1935 г. немецкий физик К. Ф. Вейцзекер предложил следующую полуэмпирическую формулу для энергии связи ядра типа Z, N, A:

$$E_{\text{св(ядра)}} = aA - bA^{2/3} - \frac{cZ(Z-1)}{A^{1/3}} - \frac{d(N-Z)^2}{A} \pm \frac{\delta}{A^{3/4}}, \qquad (26.12)$$

причем постоянные в формуле равны: $a = 15{,}8$, $b = 17{,}8$, $c = 0{,}71$ и $d = 23{,}7$. Значения постоянной δ указаны в табличке:

δ	Z	N	A
34	Четное	Четное	Четное
0	Четное	Нечетное	Нечетное
0	Нечетное	Четное	Нечетное
34	Нечетное	Нечетное	Четное

По этой формуле энергия связи определяется в мегаэлектронвольтах.

Первое слагаемое в формуле (26.12) ($E_v = aA$) представляет так называемый *объемный эффект.* Чем больше полное число нуклонов A, тем труднее оторвать отдельный протон или нейтрон от ядра. Энергия связи прямо пропорциональна полному числу нуклонов точно так же, как энергия, необходимая для превращения определенного количества жидкости в пар, оказывается пропорциональной массе жидкости.

Нуклоны на поверхности ядра не со всех сторон окружены другими нуклонами. Возникает так называемый *поверхностный эффект*, выражаемый вторым слагаемым в формуле (26.12) ($E_2 = bA^{2/3}$),

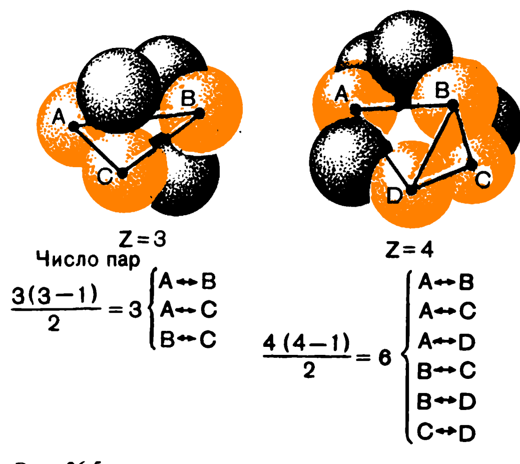


Рис. 26.5

подобный поверхностному натяжению в жидкостях. Поскольку поверхностный эффект стремится уменьшить энергию связи ядра, он входит в формулу (26.12) со знаком «минус».

Еще один эффект, который уменьшает энергию связи, — это *кулоновское электростатическое отталкивание.* Так как каждая заряженная частица в ядре отталкивает электрическими силами все другие заряженные частицы, то указанная энергия прямо пропорциональна числу пар заряженных частиц в ядре, т. е. $Z(Z-1)/2$, где Z – протонное число ядра (рис. 26.5). Энергия взаимодействия между протонами, кроме того, обратно пропорциональна расстоянию между ними. Таким образом, энергия электростатического кулоновского отталкивания равна:

$$E_c = K\,\frac{Z(Z-1)}{R} = K\,\frac{Z(Z-1)}{r_0 A^{1/3}} = \frac{cZ(Z-1)}{A^{1/3}},$$

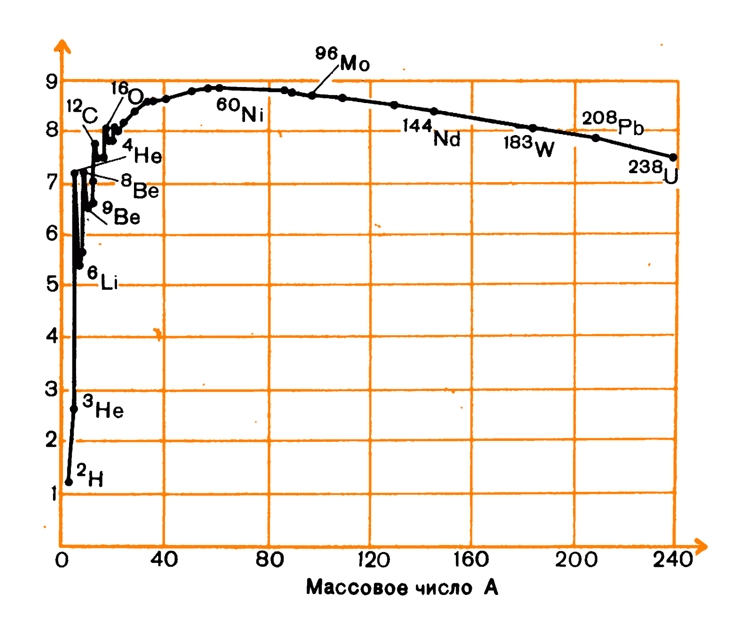
где R мы заменили на радиус ядра $r_0 A^{1/3}$. Поскольку обсуждаемый эффект дестабилизирует ядро, он входит в формулу (26.12) со знаком «минус».

Слагаемое $E_a = \frac{d(N-Z)^2}{A}$ возникло от *отсутствия симметрии*, т. е. от того, что число протонов не равно числу нейтронов в ядре. Для самого стабильного ядра должно было бы выполняться равенство $N = Z$. При отклонениях от него возникает «асимметрия» $N - Z = A - 2Z$, которая дестабилизирует атомное ядро. По этой причине указанное слагаемое входит в формулу (26.12) тоже со знаком «минус».

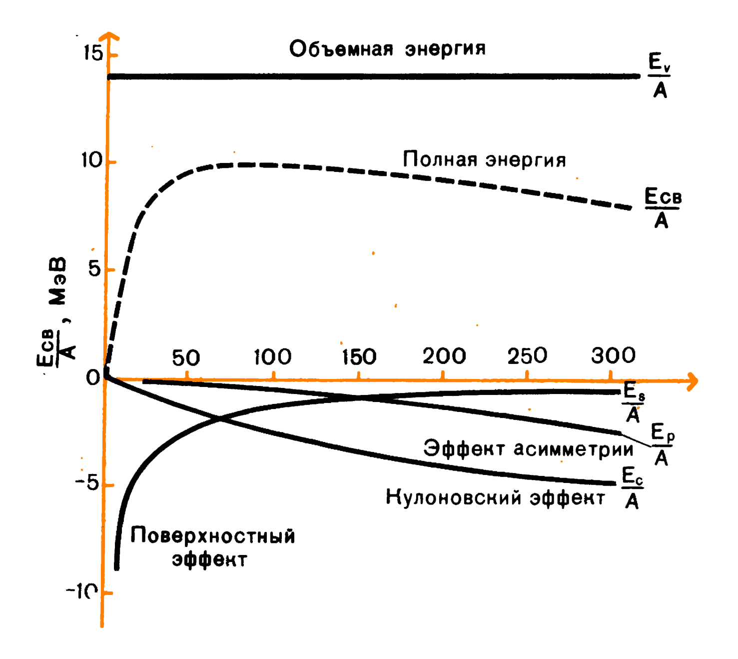
Просто *поправочное* слагаемое, представляющее, как говорят, *энергию спаривания*, равно: $E_p = \pm\frac{\delta}{A^{3/4}}$. Его следует добавлять в формулу (26.12), если A четное. Слагаемое это вводится для того, чтобы добиться полного согласия полуэмпирической формулы с результатами эксперименто͏р Если A нечетное, никакой поправки вводить не надо.

Из формулы (26.12) для энергии связи атомного ядра в *расчете на один нуклон* получаем формулу

$$\frac{E_{св}}{A} = a - \frac{b}{A^{1/3}} - \frac{cZ(Z-1)}{A^{4/3}} - \frac{d(N-Z)^2}{A^2} \pm \frac{\delta}{A^{7/4}}.$$



9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
40
80
120
160
200
240
Массовое число А
96Mo
16O
12C
60Ni
4He
8Be
9Be
6Li
3He
2H
144Nd
183W
208Pb
238U



Объемная энергия
Полная энергия
Eсв/A, МэВ
15
10
5
0
-5
-10
50
100
150
200
250
300
Ev/A
Eсв/A
Es/A
Ep/A
Ec/A
Эффект асимметрии
Кулоновский эффект
Поверхностный эффект

Зависимость энергии связи ядра в расчете на один нуклон от массового числа ядра показана на рисунке 26.6. Энергия связи выражена в мегаэлектронвольтах.

За исключением нескольких нерегулярностей, наблюдаемых, например, для ядер $^{4}_{2}He$, $^{12}_{6}C$, $^{16}_{8}O$, кривая на рисунке 26.6 сравнительно плавная. Она резко возрастает при малых значениях A и выравнивается при $A \geqslant 30$, причем в этой области энергия связи на один нуклон оказывается равной примерно 8 МэВ. Значения различных вкладов отдельных эффектов в эмпирическую формулу Вейцзекера проиллюстрированы на рисунке 26.7 соответствующими кривыми.

Модель жидкой капли позволила очень просто объяснить *процесс расщепления* ядра на два или более составных ядра-фрагмента, наблюдаемый в реакциях ядерного деления. Однако эта модель оказалась несостоятельной при объяснении энергий возбуждений атомных ядер. Именно для объяснения положений возбужденных энергетических уровней и были развиты другие модели ядра.

26.5. Модель ядерных оболочек

Экспериментально установлено, что многие свойства ядер изменяются периодически подобно свойствам атомов, составляющих периодическую таблицу химических элементов Д. И. Менделеева. Например, для самых стабильных ядер число протонов (Z) или число нейтронов ($N = A - Z$) равно одному из следующих целых чисел:

2, 8, 20, 50, 82, 126, ...,

которые называются *магическими числами.*

Значения этих магических чисел смогла успешно объяснить модель ядра, называемая *моделью ядерных оболочек*, в которой считается, что протоны и нейтроны в ядре образуют заполненные оболочки, подобные заполненным электронным оболочкам в атоме.

Если кривую энергии связи на один нуклон, изображенную на рисунке 26.6, сильно увеличить, то на ней можно будет увидеть «пики», при которых энергия связи ядра на нуклон имеет бóльшие значения по сравнению с соседними ядрами. Эти «пики» появляются для ядер $^{4}_{2}He$, $^{16}_{8}O$, а также для ядер $^{88}_{38}Sr$, $^{120}_{50}Sn$, $^{140}_{58}Ce$, $^{208}_{82}Pb$. Для этих ядер числа протонов и нейтронов магические.

Магические числа проявляются также и при рассмотрении числа типов стабильных ядер, имеющих заданные протонное и нейтронное числа (рис. 26.8 и 26.9; на обоих рисунках четко видны «пики» для ядер, имеющих число протонов или нейтронов, равное 20, 50 или 82). Отметим, что для изотопов с числом $N = 28$ на рисунке 26.9 тоже имеется «пик». Это число называется *полумагическим.*

Периодичность химических свойств элементов, расположенных в таблице Д. И. Менделеева (см. гл. 24), оказалось возможным объяснить на основе предположения о группировке электронов в атомах в оболочках и подоболочках. Дж. Г. Бартлет в 1932 г. выдвинул гипотезу о том, что экспериментальные данные по стабильным ядрам то-

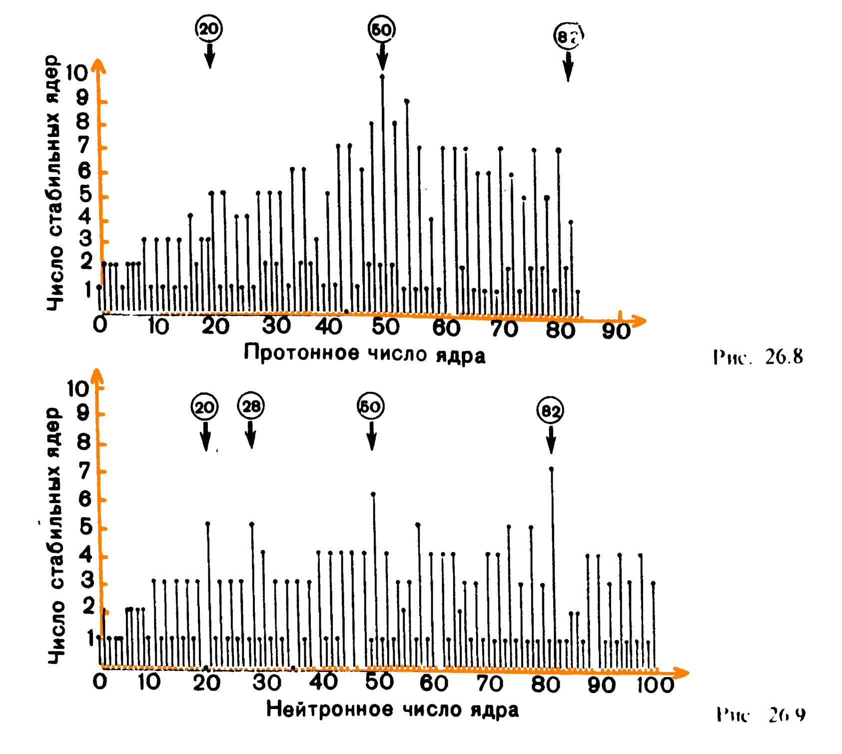


Рис. 26.8

Рис. 26.9

же можно объяснить с помощью представления об оболочечной структуре. Только надо говорить теперь о ядерных оболочках. Он заметил, что нуклонный состав встречающихся в естественных условиях изотопов резко меняется, начиная с ядра $^{16}_{8}$O, и еще раз, начиная с ядра $^{36}_{18}$Ar. Между ядрами $^{4}_{2}$He и $^{16}_{8}$O все стабильные изотопы строятся по схеме: $^{4}_{2}\mathrm{He} + n + p + n + p + \ldots$. Между ядрами $^{16}_{8}$O и $^{36}_{18}$Ar нуклонный состав оказывается иным: $^{16}_{8}\mathrm{O} + n + n + p + p + n + n + \ldots$. Естественно было сделать предположение, что нуклоны в ядре тоже подчиняются принципу запрета Паули. Бартлет как раз это и предположил. Таким образом, можно поместить по два нейтрона и по два протона на *s*-оболочку ядра (с орбитальным моментом импульса нуклона, равным нулю). Следующая оболочка — *p*-оболочка ядра (с орбитальным моментом импульса нуклона, равным 1) — имеет места для шести протонов и шести нейтронов. Когда *s*- и *p*-оболочки заполняются, получается ядро $^{16}_{8}$O. Следующей идет ядерная *d*-оболочка (с орбитальным моментом импульса нуклона, равным 2). На ней может уместиться 10 протонов и 10 нейтронов. Когда *s*-, *p*- и *d*-оболочки заполняются, образуется ядро $^{36}_{18}$Ar. Вообще, число протонов или нейтронов, заполняющих любую оболочку, равно $2(2l+1)$, причем $l = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$.

Согласно модели ядерных оболочек **полный момент импульса ядра (т. е. спин ядра) равен сумме внутренних моментов импульса прото-**

нов $\frac{1}{2}\hbar$, внутренних моментов импульса нейтронов $\frac{1}{2}\hbar$ и орбитальных моментов импульса нуклонов в ядре $m\hbar$. Третье слагаемое всегда равно $m\hbar$, где $m = 0, 1, 2, \ldots$.

Учитывая указанные три вклада, можно объяснить значения спинов всех стабильных ядер, встречающихся в природе. Результаты подытожены в табл. 26.3.

Таблица 26.3

Z	N	Ядерный спин
Четное	Четное	0
Четное	Нечетное	1/2, 3/2, 5/2, 7/2, ...
Нечетное	Четное	1/2, 3/2, 5/2, 7/2, ...
Нечетное	Нечетное	1, 2, 3, ...

Напомним, что согласно принципу запрета Паули никакие два протона или два нейтрона не могут иметь одинаковые наборы квантовых чисел. Протоны заполняют свои, предназначенные им протонные энергетические уровни *парами*; на каждый уровень попадают два протона с противоположно направленными спинами. Так же ведут себя нейтроны. Наконец, когда протоны и нейтроны достраивают свои замкнутые оболочки, тогда полный момент импульса, т. е. полный спин ядра, равен нулю. Например, ядро $^{60}_{28}Ni_{32}$ имеет нулевой спин.

В случаях ядер, для которых Z четно, N нечетно или Z нечетно, N четно, один протон или один нейтрон не объединен в пару ни с каким другим нуклоном. Спин такого нуклона $1/2\hbar$ будет складываться с его орбитальным моментом импульса $m\hbar$. Поскольку m целое, суммарный спин ядра сможет иметь значения $m\hbar \pm 1/2\hbar = 1/2\hbar$, $3/2\hbar$, ... Вот два примера. Ядра $^{63}_{27}Co_{34}$ и $^{67}_{30}Zn_{37}$ имеют спины, соответственно равные $3/2\hbar$ и $5/2\hbar$. Нечетно-нечетные ядра имеют по одному неспаренному протону и неспаренному нейтрону и их полный спин равен $\hbar$, $2\hbar$, $3\hbar$, ... Так, ядро $^{2}_{1}H_{1}$ имеет спин $1\hbar$, а ядро $^{10}_{5}B_{5}$ — спин $3\hbar$.

ЗАДАЧИ

26.1. Чему равна пороговая частота γ-кванта, который участвует в ядерной реакции фотораспада $^{9}_{4}Be(\gamma, p)^{8}_{3}Li$?

26.2. Два протона вращаются по круговой орбите вокруг общего центра масс. Считая их суммарный орбитальный момент импульса равным $\hbar$, покажите, что магнитный момент указанной системы равен одному ядерному магнетону.

26.3. γ-Квант с энергией 6,5 МэВ вызывает распад ядра трития на нейтрон и дейтрон в ядерной реакции $^{3}_{1}H(\gamma, n)^{2}_{1}D$. Считая, что дейтрон имеет кинетическую энергию 60 кэВ, найдите кинетическую энергию нейтрона.

26.4. Свободный протон помещают во внешнее магнитное поле с индукцией $\vec{B}$; вследствие пространственного квантования имеются две возможные ориентации его магнитного дипольного момента. Фотон, имеющий энергию, равную разности энергий обоих указанных состояний, вызывает переходы протона из одного состояния в другое. Вычислите резонансную частоту поглощения фотона, считая, что $B = 0,50$ Тл.

26.5. а) Продифференцируйте формулу Вейцзекера (26.12) для энергии связи по Z и найдите выражение для Z, для которого энергия связи ядра максимальна. б) При $A = 28$ найдите значение Z, для которого энергия связи максимальна.

26.6. Найдите энергию связи на один нуклон для ядра $^{238}_{92}U$ в джоулях, мегаэлектронвольтах и атомных единицах массы.

26.7. Вычислите энергию кулоновского отталкивания протонов для ядер $^{4}_{2}He$, $^{40}_{20}Ca$, $^{206}_{82}Pb$.

26.8. Сравните энергии поверхностных эффектов для ядер $^{16}_{8}O$ и $^{239}_{94}Pu$.

26.9. Диаметр атома приближенно равен 10^{-10} м. Сделайте предположение, что электрон находится в объеме, имеющем размеры атома (не ядра!). Покажите, что энергия электрона будет порядка нескольких электронвольт.

26.10. Для ядер $^{16}_{8}O$ и $^{239}_{94}Pu$ сравните энергии объемных эффектов, поверхностных эффектов и эффектов кулоновского отталкивания.

Глава 27

НЕЙТРОН

Джеймс Чедвик
(1891—1974)

Родился в Манчестере (Англия). Учился в Манчестерском и Кембриджском университетах и в Шарлотенбургском институте в Берлине. В соавторстве с Э. Резерфордом и С. Д. Эллисом написал книгу «Излучение радиоактивных веществ» (1930), которая была долгое время самой исчерпывающей монографией по ядерной физике. В 1932 г. Чедвик открыл, что излучение, испускаемое бериллием, бомбардируемым α-частицами, является потоком нейтронов. За работу по открытию и идентификации нейтрона был награжден в 1935 г. Нобелевской премией по физике.

27.1. Открытие нейтрона

В 1930 г. немецкие физики В. Боте и Г. Беккер получили сильно проникающее излучение, которое возникало при бомбардировке ядер $^{9}_{4}Be$ α-частицами с энергией 5,3 МэВ, испускаемыми радиоактивным источником. Поскольку это излучение проходило через слой свинца толщиной в несколько сантиметров, не отклонялось ни магнитным, ни электрическим полями, то Боте и Беккер предположили, что это излучение есть не что иное, как высокоэнергетические γ-лучи.

Пытаясь измерить коэффициент поглощения этих лучей, Ирен Кюри-Жолио и ее муж Фредерик Жолио помещали между источником излучения и ионизационной камерой различные поглотители, такие, как Ag, Cu, Pb. Но эти поглотители не оказывали практически никакого влияния на излучение. Тогда они взяли поглотители, богатые водородом (вода, парафин, целлофан и т. д.). После прохождения через них излучение стало вызывать большую ионизацию в ионизационной камере. При этом оказалось, что тонкий алюминиевый поглотитель способен практически полностью задерживать вторичное излучение, исходящее из поглотителя, богатого водородом. На основании своих экспериментов Ирен и Фредерик Жолио-Кюри выдвинули впоследствии оказавшуюся ошибочной гипотезу, что

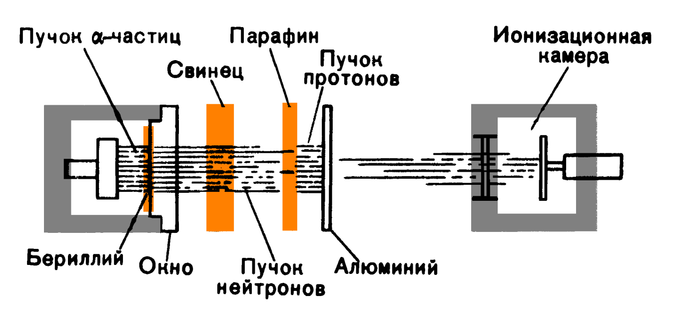


Рис. 27.1

исследуемое ими γ-излучение в поглотителе, богатом водородом, рассеивается практически полностью на протонах в результате эффекта, аналогичного эффекту Комптона (рис. 27.1). Таким образом, они предположили, что первоначальное γ-излучение выбивает из поглотителя, богатого водородом, протоны, которые задерживаются потом тонким алюминиевым поглотителем. В экспериментах, как им представлялось, происходят две реакции, проиллюстрированные рисунком 27.2.

Супруги Жолио так же, как и Боте и Беккер, ошибочно считали, что при бомбардировке α-частицами ядер ${}^{9}_{4}Be$ образуются γ-лучи, которые рассеиваются комптоновским рассеянием на протонах. При рассеивании γ-лучи приобретают новую частоту ν', а получаемые протоны отдачи поглощаются тонким алюминиевым поглотителем.

Изменение длины волны фотона при комптоновском рассеянии согласно формуле (8.23) равно:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_p c}(1 - \cos\theta),$$

где m_p — масса покоя протона. Последнюю формулу можно представить в виде

$$\lambda' - \lambda = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_p c}(1 - \cos\theta),$$

или после несложного алгебраического преобразования в виде

$$m_p c^2(h\nu - h\nu') = h\nu h\nu'(1 - \cos\theta),$$

где $h\nu = E$ — энергия налетающего фотона, $h\nu' = E'$ — энергия рассеянного фотона, $h\nu - h\nu' = K$ — энергия, передаваемая протону,

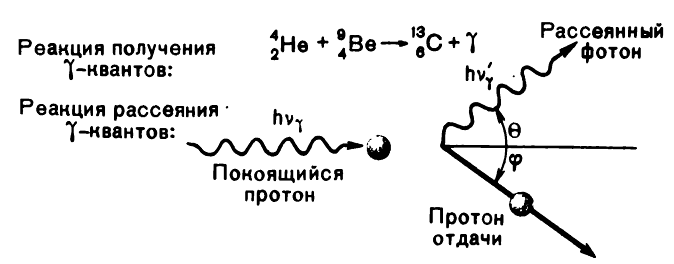


Рис. 27.2

$m_p c^2 = 938$ МэВ — энергия покоя протона. Таким образом, последней формуле можно придать следующий вид:

$$m_p c^2 K = EE'(1 - \cos\theta).$$

В случае «лобового» столкновения ($\theta = 180°$) получаем:

$$m_p c^2 K + 2E(E - K).$$

Энергия налетающего фотона, таким образом, равна:

$$E = \frac{1}{2}(K + \sqrt{K^2 + 2m_p c^2 K} = \frac{1}{2}K(1 + \sqrt{1 + \frac{2m_p c^2}{K}}). \qquad (27.1)$$

Перед корнем надо взять знак «плюс», так как энергия положительна.

В экспериментах получается, что протоны отдачи имеют кинетическую энергию 5,7 МэВ. Поэтому энергия налетающего фотона должна равняться $E \approx 55$ МэВ. Но это значение намного больше того, которое можно согласовать с обсуждаемыми здесь экспериментами.

Действительно, рассчитаем дефект массы для ядерной реакции

$$^4_2\text{He} + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + \gamma,$$

чтобы найти, насколько велика выделяемая в данной реакции энергия.

Дефект массы можно легко определить:

масса атома $^4_2$He	= 4,002604	а. е. м.
масса атома $^9_4$Be	= 9,012186	а. е. м.
	13,014790	а. е. м.
масса атома $^{13}_6$C	= 13,003354	а. е. м.
	0,011436	а. е. м.

Таким образом, выделяемая при реакции энергия равна 0,0114 а. е. м. · 931 МэВ/а. е. м. = 10,6 МэВ. Вместе с тем, если считать, что происходит комптоновское рассеяние на протонах, то для него нужно иметь γ-кванты с энергией около 55 МэВ. Следовательно, мы приходим к заключению, что *неизвестное излучение, наблюдавшееся в экспериментах Боте — Беккера и Ирен и Фредерика Жолио-Кюри, не могло быть γ-лучами.*

Джеймс Чедвик, работавший в то время в Кавендишской лаборатории, выдвинул гипотезу, что неизвестное излучение является не γ-лучами, а потоком неизвестных в то время незаряженных частиц — *нейтронов*, имеющих примерно такую же массу, как протоны. Еще за 12 лет до этого Резерфорд предполагал существование такой нейтральной частицы, но все его попытки ее обнаружить окончились неудачей. Согласно гипотезе Чедвика, в эксперименте Боте — Беккера происходит ядерная реакция

$$^4_2\text{He} + {}^9_4\text{Be} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^1_0 n. \qquad (27.2)$$

Так как масса ядра $^9_4$Be еще не была точно известна в то время, то при помощи этой ядерной реакции нельзя было рассчитать массу нейтро-

на. Чедвик поэтому взял другую реакцию, а именно

$$^{4}_{2}He + ^{11}_{5}B \rightarrow ^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n, \qquad (27.3)$$

для которой массы ядер $^{11}_{5}B$ и $^{14}_{7}N$ были хорошо известны (символом $^{1}_{0}n$ обозначен нейтрон).

Пример 27.1. Рассчитайте по дефекту массы выделяющуюся энергию в реакции с образованием нейтрона.

Решение. Уравнение реакции имеет вид:

$$^{4}_{2}He + ^{9}_{4}Be \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{1}_{0}n,$$

и выделяющуюся в этой реакции энергию мы находим из следующего расчета:

масса атома $^{4}_{2}He$	= 4,002604	а. е. м.
масса атома $^{9}_{4}Be$	= 9,012186	а. е. м.
начальная масса	= 13,014790	а. е. м.
масса атома $^{12}_{6}C$	= 12,000000	а. е. м.
масса $^{1}_{0}n$	= 1,008665	а. е. м.
конечная масса	= 13,008665	а. е. м.
Дефект массы равен:	13,014790	а. е. м.
	13,008665	а. е. м.
	0,006125	а. е. м.

Выделяющаяся энергия, таким образом, равна:

0,006125 а. е. м. · 931 МэВ/а. е. м. = 5,70 МэВ.

Данный расчет показывает, что гипотеза Чедвика в самом деле правильно объясняет необычное поведение рассматриваемого излучения. Чедвик действительно открыл и идентифицировал новую составную часть атома — *нейтрон*.

27.2. Получение нейтронов

Так как нейтрон имеет примерно такие же массу и размеры, как протон, но не обладает электрическим зарядом, он оказался важным «снарядом» во многих экспериментах в ядерной физике. Перечислим несколько способов, при помощи которых получают нейтроны при экспериментах с ними.

Нейтронный источник. Радий является радиоактивным источником α-частиц, и, когда радий смешивают с бериллием, α-частицы выбивают нейтроны из ядер бериллия. Нейтроны, испускаемые такой смесью, получаются в ядерной реакции (27.2):

$$^{4}_{2}He + ^{9}_{4}Be \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{1}_{0}n.$$

Пучок нейтронов от такого источника немоноэнергетический, так как в источнике образуются нейтроны с разными энергиями.

Ускорители заряженных частиц. Когда быстро движущиеся дейтро-

ны бомбардируют тритиевую мишень, нейтроны образуются в ядерной реакции

$$^2_1H + ^3_1H \rightarrow ^4_2He + ^1_0n. \qquad (27.4)$$

Это самая удобная реакция для получения нейтронов, так как мы точно знаем для нее энергию образующихся нейтронов. В связи с тем что нейтрон легче α-частицы, он уносит с собой бóльшую часть энергии, выделенной в реакции, в форме кинетической энергии. В этой реакции

масса атома ^2_1H = 2,014102 а. е. м.
масса атома ^3_1H = 3,016049 а. е. м.

начальная масса $^2_1H + ^3_1H$ = 5,030151 а. е. м.

масса атома ^4_2He = 4,002604 а. е. м.
масса нейтрона ^1_0n = 1,008665 а. е. м.

конечная масса $^4_2He + ^1_0n$ = 5,011269 а. е. м.

Дефект массы, равный разности начальной и конечной масс, равен:

$$\begin{array}{r} 5{,}030151 \text{ а. е. м.} \\ -\ 5{,}011269 \text{ а. е. м.} \\ \hline 0{,}018882 \text{ а. е. м.} \end{array}$$

Выделяемая энергия, таким образом, будет 0,0189 а. е. м. × × 931 МэВ/а. е. м. = 17,6 МэВ. Это *максимальная* энергия, которую может унести с собой нейтрон. Так как энергия и импульс сохраняются в указанной ядерной реакции, то энергию нейтрона можно однозначно определить, зная угол, под которым испускается нейтрон по отношению к направлению исходного пучка дейтронов.

Реакция фотораспада. Взаимодействие γ-лучей с атомными ядрами тоже применяется для получения нейтронов. Рассмотрим, например, ядерную реакцию

$$\gamma + ^9_4Be \rightarrow ^8_4Be + ^1_0n, \qquad (27.5)$$

имеющую отрицательный дефект массы, т. е. конечная масса для нее оказывается больше начальной массы. Следовательно, требуется затратить определенную энергию, чтобы эта реакция смогла произойти. Указанная реакция является примером эндоэнергетической ядерной реакции. Пороговая энергия, или минимальная энергия, γ-лучей, вызывающих данную ядерную реакцию, равна 1,67 МэВ.

Реакция обдирания. Пучки нейтронов с большой энергией можно получить при соударении пучков высокоэнергетических дейтронов с различными мишенями. Энергия связи нейтрона в дейтроне равна примерно 2,2 МэВ. Когда дейтроны с энергией в несколько сотен мегаэлектронвольт ударяются о мишень, они легко разрушаются и образуется пучок нейтронов, который продолжает двигаться дальше с кинетической энергией, примерно равной половине энергии дейтрона.

27.3. Детектирование нейтронов

Вследствие того что нейтрон не имеет электрического заряда, его нельзя отклонить электрическим или магнитным полем и он не создает при пролете в веществе вокруг себя никакой ионизации. Нейтроны не возбуждают флуоресценции, не могут быть зарегистрированы в камере Вильсона, не оставляют треков в фотографической эмульсии, не приводят к срабатыванию счетчика Гейгера. По этой причине для детектирования нейтронов пришлось разработать специальные приемы.

Один из способов, применяемый для детектирования нейтронов, заключается в детектировании ионизации от заряженных частиц, которые получаются в ядерных реакциях, вызываемых нейтронами. Ионизационную камеру можно сделать чувствительной к нейтронам, если ее наполнить трифлуоридом бора. Налетающие на ядра бора нейтроны приводят к образованию α-частиц в ядерной реакции

$$ {}_0^1n + {}_5^{10}B = {}_3^7Li + {}_2^4He. $$

Образующиеся α-частицы легко детектируются ионизационной камерой, и так косвенным образом можно судить о наличии в камере нейтронов.

Нейтроны не имеют электрического заряда, и поэтому блуждающий нейтрон может подлететь на близкое расстояние к такой легкой заряженной частице, как протон, и столкнуться с ней, например, в упругом «лобовом» ударе. Протон практически имеет в точности такую же массу, как нейтрон, и поэтому после «лобового» столкновения нейтрон остановится и передаст всю свою кинетическую энергию протону, который начнет двигаться в том же направлении с энергией, равной энергии нейтрона. Такой протон может вызвать затем ионизацию в ионизационной камере, обнаруживая тем самым наличие нейтронов в ней.

27.4. Захват нейтронов

Медленные нейтроны хорошо взаимодействуют с ядрами и поглощаются ими в реакциях нейтронного ядерного радиационного захвата. Как об этом говорит само название, захват нейтрона ядром сопровождается испусканием γ-лучей. Рассмотрим, например, ядерную реакцию

$$ {}_0^1n + {}_{13}^{27}Al \to {}_{13}^{28}Al + \gamma. \qquad (27.6) $$

(С помощью этой реакции можно детектировать наличие нейтронов.)

Нейтроны с энергией около 1 МэВ, как правило, взаимодействуют с ядрами, рассеиваясь на них. При рассеянии нейтрон теряет часть своей энергии, передавая ее ядру (даже при упругом столкновении). Нейтрон должен испытать очень много актов рассеяния, прежде чем его энергия не уменьшится до энергии порядка kT, где k — постоянная Больцмана ($k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К), T — абсолютная температура.

Нейтроны с энергией порядка kT называют *тепловыми нейтронами*. При комнатной температуре порядка 27°C (300 K) энергия теплового нейтрона равна:

$kT = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К $\times$ $\times 300$ К $= 4{,}14 \cdot 10^{-21}$ Дж $=$ $= 0{,}026$ эВ.

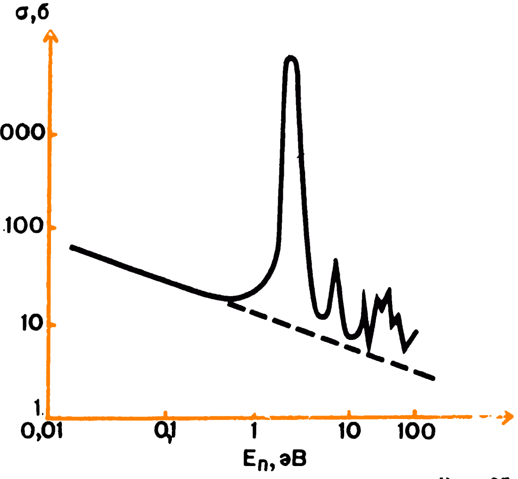


Рис. 27.3

Зависимость эффективного сечения $\sigma(n, \gamma)$ радиационного захвата нейтронов ядрами Ag от энергии нейтрона показана на рисунке 27.3; эффективное сечение плавно убывает с возрастанием скорости нейтрона или с ростом его энергии, пока не достигается область так называемого *резонансного поглощения*. Эффективное сечение $\sigma(n, \gamma)$ характеризует вероятность захвата нейтрона ядром. Оно дается формулой

$$\sigma(n, \gamma) = \frac{a}{v}, \qquad (27.7)$$

где a — некоторая постоянная, v — скорость нейтрона. Закон $1/v$ легко понять, так как вероятность взаимодействия нейтрона с атомным ядром прямо пропорциональна времени, которое нейтрон проводит в окрестности ядра. Последнее обратно пропорционально скорости нейтрона. При малых энергиях, как видно из рисунка 27.3, закон $1/v$ хорошо выполняется. Но при энергиях, бо́льших 1 эВ, появляются «пики» при так называемых «резонансных» энергиях, которые отвечают энергетическим уровням ядра. Эффективные сечения захвата нейтронов ядрами других химических элементов тоже имеют подобные резонансы. Вследствие большого значения эффективного сечения захвата нейтронов ядрами Cd-113 в атомных реакторах для поглощения избыточных нейтронов и регулирования их потоков используют кадмиевые стержни.

ЗАДАЧИ

27.1. Сколько требуется времени нейтрону, обладающему энергией 1 МэВ, чтобы пройти сквозь ядро $^{235}_{92}U$?

27.2. Вычислите энергию, требуемую для отрыва наименее связанного нейтрона из ядра $^{12}_{6}C$.

27.3. Вычислите минимальную энергию фотона, требующуюся для возбуждения реакции фотораспада покоящегося ядра $^{3}_{2}He$, расщепляющегося: а) на протон и два нейтрона; б) на дейтрон и нейтрон.

27.4. Сравните энергию связи в расчете на один нуклон с энергией, необходимой для отрыва наименее связанного нейтрона от ядра $^{16}_{8}O$.

27.5. Нейтрон с кинетической энергией 5,7 МэВ упруго «в лоб» сталкивается с покоящимся ядром $^{4}_{2}He$. Чему равна минимальная энергия отдачи ядра $^{4}_{2}He$?

27.6. Ядра $^7_3$Li бомбардируют протонами с энергией 3 МэВ. Вычислите энергию нейтронов, испускаемых при реакции, которые вылетают под углом 45 и 90° по отношению к направлению пучка налетающих протонов.

27.7. Определите энергию дейтронов, необходимую для получения нейтронов с энергией 25 МэВ, летящих в том же направлении, что и дейтроны, при бомбардировке свинца ядрами.

27.8. Вычислите минимальную кинетическую энергию нейтрона, который может вырвать протон с энергией 5 МэВ из первоначально покоящегося ядра $^{14}_7$N. Какое ядро получается при этом?

27.9. Считайте, что дейтрон можно рассматривать как связанную систему из протона и нейтрона, удаленных друг от друга на расстояние $2{,}5 \cdot 10^{-15}$ м, и с энергией связи, равной 2,2 МэВ.
Определите: а) кулоновскую энергию двух протонов, находящихся на том же расстоянии; б) гравитационную энергию двух нуклонов, покоящихся на том же расстоянии. Сравните с найденными энергиями энергию сил ядерного взаимодействия.

Глава 28

ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ (I)

Роберт Джснисон Ван-де-Грааф
(1901—1967)

Родился в Тускалузе (штат Алабама, США). Защитил диссертацию на степень доктора наук по физике в Оксфордском университете в 1928 г. Во время второй мировой войны работал директором Отдела научных исследований и разработок высоковольтного радиографического проекта. Долгие годы вел научно-исследовательскую работу и преподавал в Массачусетском технологическом институте (с 1931 по 1960 г.). В 1933 г. Ван-де-Грааф построил высоковольтный электростатический генератор, который с тех пор носит его имя. Этот ускоритель впервые позволил экспериментально изучить многие типы ядерных реакций. Среди других наград удостоен Крессоновской и Даддelловской медалей.

28.1. Ядерные реакции

Когда о ядро ударяется частица с большой энергией и ядро изменяет свои свойства или вообще изменяется, то говорят, что происходит *ядерная реакция*. Первую ядерную реакцию экспериментально осуществил Эрнест Резерфорд в 1919 г. α-Частицами с энергией 7,68 МэВ, испускаемыми ядрами Po-214, Резерфорд бомбардировал ядра N-14 и получал ядра O-17 и протоны. Речь идет о ядерной реакции

$$^4_2\text{He} + ^{14}_7\text{N} \rightarrow ^1_1\text{H} + ^{17}_8\text{O}. \tag{28.1}$$

Эту реакцию можно отнести к типу ядерных реакций, символически записываемых уравнением

$$x + X \rightarrow y + Y, \tag{28.2}$$

в котором x соответствует α-частице $^4_2$He — бомбардирующей час-

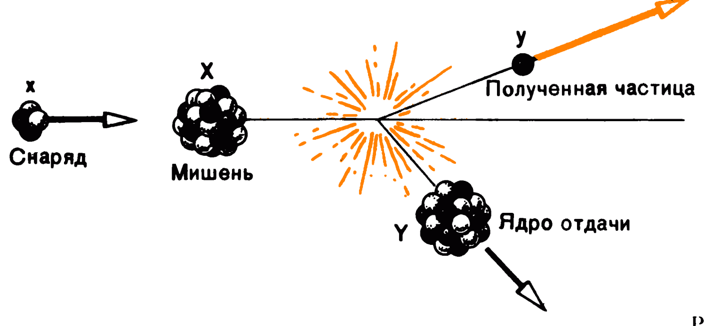


Рис. 28.1

тице, называемой также *частицей-снарядом*; X — ядру ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$, так называемому *ядру-мишени*; y — протону ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ — *получаемой частице*; Y — ядру ${}^{17}_{8}\mathrm{O}$, или *ядру отдачи* (рис. 28.1). Часто уравнение реакции (28.2) записывают в следующем сокращенном виде:

$$X(x,\ y)\ Y.$$

В частности, в этих обозначениях ядерная реакция (28.1) будет выглядеть так:

$${}^{14}_{7}\mathrm{N}(\alpha,\ p){}^{17}_{8}\mathrm{O}.$$

Такого типа реакции называют (α, p)-реакциями. В них бомбардирующей частицей, или «снарядом», является α-частица, а получаемой частицей — протон.

До 1931 г., пока Роберт Ван-де-Грааф не построил первый надежно работающий высоковольтный ускоритель частиц, можно было исследовать лишь ограниченное число ядерных реакций, которые инициировались α- и β-частицами, испускаемыми естественными радиоактивными источниками. В настоящее время различные ускорители элементарных частиц, включая генераторы Ван-де-Граафа, линейные ускорители и циклотроны, позволяют изучать огромное число различных ядерных реакций.

В этой главе мы ограничимся рассмотрением *низкоэнергетических* ядерных реакций, при которых кинетическая энергия частицы-снаряда не превышает 10 МэВ. В качестве частиц-снарядов в таких реакциях используют всегда легкие частицы, например α- и β-частицы, протоны, нейтроны, γ-кванты и фотоны. Получаемые в реакциях частицы тоже оказываются легкими.

Все ядерные реакции, как *высоко-*, так и *низкоэнергетические* подчиняются следующим общим правилам:

1. Сохранение электрического заряда. Электрический заряд сохраняется в ядерной реакции, т. е. сумма зарядов частиц и ядер, вступающих в реакцию, равна сумме зарядов частиц и ядер, образующихся в реакции: $\Sigma Z_i = \Sigma Z_f$. Например, в реакции (28.1) имеем следующее равенство: $2 + 7 = 1 + 8$.

2. Сохранение полного числа нуклонов[1]. Суммы массовых чисел частиц и ядер до и после реакции должны равняться друг другу, т. е.

$\Sigma A_i = \Sigma A_j$.

Например, для реакции (28.1) полное число нуклонов равно $4 + 14 = 1 + 17 = 18$.

3. Сохранение массы-энергии. Для изолированной от внешних влияний системы в силу соотношения между массой и энергией только *полная масса-энергия* системы остается неизменной.

4. Сохранение импульса.

5. Сохранение момента импульса.

28.2. Энергетический эффект Q ядерной реакции

В реакции $X(x, y)Y$ x — частица-снаряд, X — ядро-мишень, которое предполагается покоящимся, y — получаемая частица, Y — ядро отдачи. Закон сохранения массы-энергии в случае рассматриваемой реакции записывается формулой

$$m_x c^2 + K_x + M_X c^2 = m_y c^2 + K_y + M_Y c^2 + K_Y. \quad (28.3)$$

Здесь $m_x c^2$, $M_X c^2$, $m_y c^2$, $M_Y c^2$ — соответственно энергия покоя частицы-снаряда, ядра-мишени, получаемой частицы, ядра отдачи. Поскольку мы здесь рассматриваем низкоэнергетические ядерные реакции, кинетическую энергию K_x — частицы-снаряда, K_y — получаемой частицы и K_Y — ядра отдачи можно считать нерелятивистской, т. е. предполагается, что для кинетической энергии справедлива формула $K = \frac{p^2}{2m}$, где p — импульс. Обратим внимание, что ядро-мишень покоится ($K_X = 0$).

Энергетическим эффектом Q ядерной реакции называется энергия, выделяемая в реакции за счет разности суммы масс частицы-снаряда и ядра-мишени и суммы масс получаемой частицы и ядра отдачи. Таким образом, для Q мы имеем формулу

$$Q = [(m_x + M_X) - (m_y + M_Y)]c^2 = K_y + K_Y - K_x, \quad (28.4)$$

где $m_x + M_X$ — начальная масса, $m_y + M_Y$ — конечная масса, K_y — кинетическая энергия конечных частиц, K_x — кинетическая энергия начальных частиц.

Заметим, что если $m_x + M_X > m_y + M_Y$, то $K_y + K_Y > K_x$ и $Q > 0$.

Когда начальная масса больше конечной массы, т. е. $m_x + M_X > m_y + M_Y$, часть массы в реакции теряется и превращается в энергию, которая получается, таким образом, за счет «потерянной» массы. Выделяющаяся при этом энергия равна разности конечной и на-

[1] В общем случае взаимопревращения элементарных частиц справедлив закон сохранения барионного заряда. Для ядерных реакций в узком смысле слова при низких энергиях он сводится к закону сохранения полного числа нуклонов. — *Прим. ред.*

чальной кинетической энергии. Происходит превращение массы в энергию в рассматриваемом случае по формуле

$$(\Delta m)c^2 = \Delta E = Q. \qquad (28.5)$$

Здесь Δm — потеря массы, или дефект массы; ΔE — соответствующая полученная энергия. Реакции, для которых $Q > 0$, называются *экзоэнергетическими*, так как в них энергия выделяется.

С другой стороны, если $m_x + M_X < m_y + M_Y$, то $K_y + K_Y < K_x$. В этом случае конечная масса больше начальной. Теперь не теряется, а образуется масса, очевидно, за счет расходования начальной кинетической энергии. Происходит в данном случае превращение энергии в массу по формуле

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}.$$

Так как $Q < 0$, то следует брать энергию откуда-то извне. Реакции такого типа называются *эндоэнергетическими.*

Пример 28.1. Вычислите энергетический эффект реакции

$^3_1H(d, n)^4_2He$.

Решение. Полное уравнение этой реакции имеет вид:

$$^2_1H + ^3_1H \rightarrow ^1_0n + ^4_2He.$$

Ядра трития, служащие мишенью, бомбардируются дейтронами, являющимися частицами-снарядами. В результате получаются ядра отдачи ^4_2He и образуются нейтроны ^1_0n.

С помощью таблицы из приложения производим следующий расчет:

масса атома $^2_1H = m_x = 2{,}014102$ а. е. м.

масса атома $^3_1H = M_X = 3{,}016049$ а. е. м.

$m_x + M_X = 6{,}030151$ а. е. м.

масса нейтрона $^1_0n = m_y = 1{,}008665$ а. е. м.

масса атома $^4_2He = M_Y = 4{,}002603$ а. е. м.

общая масса $m_y + M_Y = 5{,}011268$ а. е. м.

Таким образом, дефект массы равен:

$$\begin{array}{rl} m_x + M_X = & 5{,}030151 \text{ а. е. м.} \\ - \; m_y + M_Y = & 5{,}011268 \text{ а. е. м.} \\ \hline \Delta m = & 0{,}018883 \text{ а. е. м.} \end{array}$$

И поэтому энергетический эффект Q рассматриваемой ядерной реакции имеет значение $Q = 0{,}0189$ а. е. м. · 931 МэВ/а. е. м. = 17,6 МэВ. Так как $Q > 0$, реакция оказывается экзоэнергетической; в ней выделяется энергия 17,6 МэВ.

Хотя в приведенном примере нам нужно было знать массы ядер, но так как массы электронов выпали из обеих частей уравнения реакции, мы смогли воспользоваться таблицей атомных масс.

П р и м е р 28.2. Вычислите энергетический эффект Q следующей реакции ядерного распада:

$${}^{30}_{15}\mathrm{P} \to {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + {}^{0}_{-1}e + \nu.$$

Р е ш е н и е. В этом ядерном распаде ядро ${}^{30}_{15}\mathrm{P}$ распадается на ядро ${}^{30}_{14}\mathrm{Si}$ с испусканием электрона ${}^{0}_{-1}e$ и частицы ν, называемой *нейтрино*.

Закон сохранения массы-энергии для данной реакции записывается в виде

$$(M_P - 15m_e)c^2 = (M_{\mathrm{Si}} - 14m_e)c^2 + m_ec^2 + K_{\mathrm{Si}} + K_e + K_\nu,$$

где M_P и M_{Si} — атомные массы соответственно ${}^{30}_{15}\mathrm{P}$ и ${}^{30}_{14}\mathrm{Si}$. Энергетический эффект Q рассматриваемой ядерной реакции, таким образом, равен:

$$Q = (M_P - M_{\mathrm{Si}} - 2m_e)c^2 = K_{\mathrm{Si}} + K_e + K_\nu.$$

Поскольку нейтрино имеет нулевую массу покоя, оно не дает никакого вклада в дефект массы. Заметим, что в приведенном выражении для Q остаются две электронные массы, потому что одной из образующихся в реакции частиц является электрон.

Для масс *до* реакции и *после* реакции соответственно имеем следующие значения:

масса ${}^{30}_{15}\mathrm{P}$ $= M_P$ $= 29{,}9783$ а. е. м.
масса ${}^{30}_{14}\mathrm{Si}$ $= M_{\mathrm{Si}}$ $= 29{,}973760$ а. е. м.
масса двух электронов $= 2m_e$ $= 0{,}001100$ а. е. м.
$M_{\mathrm{Si}} + 2m_e = 29{,}974860$ а. е. м.

Энергетический эффект Q рассматриваемой реакции, таким образом, равен:

$$M_P - (M_{\mathrm{Si}} + 2m_e) = 29{,}97832 \text{ а. е. м.} - 29{,}97486 \text{ а. е. м.} = 0{,}00346 \text{ а. е. м.}$$

И следовательно,

$$Q = 0{,}00346 \text{ а. е. м.} \cdot 931 \text{ МэВ/а. е. м.} = 3{,}22 \text{ МэВ}.$$

Так как в ядерной реакции выделяется 3,22 МэВ энергии, то она является экзоэнергетической. Для реакций радиоактивного распада условие $Q > 0$ означает, что данный распад действительно возможен.

28.3. Энергетический эффект Q и энергия связи

Когда энергетический эффект Q некоторой реакции больше нуля, то данная реакция может происходить спонтанно. Но когда $Q < 0$, ядерная реакция не может вообще произойти, пока не будет взята энергия откуда-то извне.

Рассмотрим, например, ядерную реакцию $^{27}_{13}Al(\alpha, n)^{30}_{15}P$, в которой ядра $^{27}_{13}Al$ бомбардируются α-частицами и получаются нейтроны и ядра отдачи $^{30}_{15}P$. Полное уравнение этой реакции имеет следующий вид:

$$^{4}_{2}He + ^{27}_{13}Al \rightarrow ^{30}_{15}P + ^{1}_{0}n + Q,$$
$$x + X \rightarrow Y + y + Q.$$

Энергетический эффект Q указанной реакции можно найти из расчета дефекта массы. Для начальных масс имеем значения:

масса атома $^{4}_{2}He = m_x = 4,00260$ а. е. м.
масса атома $^{27}_{13}Al = M_X = 26,98154$ а. е. м.

$m_x + M_X = 30,98414$ а. е. м.

Для конечных масс получаем:

масса атома $^{30}_{15}P = M_Y = 29,97832$ а. е. м.
масса нейтрона $^{1}_{0}n = m_y = 1,00866$ а. е. м.

$m_y + M_Y = 30,98698$ а. е. м.

Таким образом, энергетический эффект Q рассматриваемой ядерной реакции равен:

$$(m_x + M_X) - (m_y + M_Y) = 30,98414 \text{ а. е. м.} - 30,98698 \text{ а. е. м.} = -0,00284 \text{ а. е. м.},$$

и поэтому

$$Q = -0,00284 \text{ а. е. м.} \cdot 931 \text{ МэВ/а. е. м.} = -2,64 \text{ МэВ}.$$

Реакция оказывается эндоэнергетической. Она не может произойти спонтанно, т. е. без того, чтобы некоторая энергия не была взята откуда-то извне. В гл. 29 мы покажем, что энергии 2,64 МэВ все же недостаточно для инициирования данной реакции.

Посмотрим теперь, как обстоит дело с энергией связи в данной реакции. Составим уравнение для энергии связи:

$$^{4}_{2}He + ^{27}_{13}Al + E_{св} = ^{30}_{15}P + ^{1}_{0}n,$$

$$m_x + M_X + E_{св} = M_Y + m_y.$$

Видим, что энергия связи равна:

$$E_{св} = (m_y + M_Y) - (m_x + M_X)$$

и, очевидно,

$$E_{св} = -Q. \qquad (28.6)$$

В случае нашей реакции $E_{св} = -(-2,64 \text{ МэВ}) = 2,64$ МэВ. Из формулы (28.6) мы заключаем, что, если $E_{св} > 0$, реакция не может идти спонтанно.

Итак, если $Q < 0$, то $E_{св} > 0$ и реакция не может идти спонтанно. Если $Q > 0$, то $E_{св} < 0$ и реакция может идти спонтанно и будет выделяться энергия Q.

ЗАДАЧИ

28.1. Найдите энергетические эффекты Q для следующих ядерных реакций, обычно называемых реакциями слияния: а) ${}^2_1H(d, n){}^3_2He$; б) ${}^2_1H(d, p){}^3_1H$; в) ${}^3_1H(d, n){}^4_2He$.

28.2. Уточните уравнения следующих ядерных реакций, подставляя нужные символы вместо знаков вопроса: а) ${}^{10}_5Bi(?, \alpha){}^7_3Li$; б) ${}^{23}_{11}Na(d, ?){}^{24}_{12}Mg$; в) ${}^{31}_{15}P(d, p)?$; г) ${}^{59}_{27}Co(n, ?){}^{60}_{27}Co$.

28.3. Вычислите энергию, выделяемую в реакции распада ядра ${}^{144}_{60}Ne$, превращающегося в ядро ${}^{140}_{58}Ce$ с испусканием α-частицы. Найдите энергию, уносимую α-частицей, и кинетическую энергию ядра отдачи.

28.4. α-Частица со скоростью $1{,}0 \cdot 10^6$ м/с упруго сталкивается с ядром, масса которого неизвестна. Углы рассеяния α-частицы и ядра отдачи равны соответственно 60 и 30°. Найдите массу ядра.

28.5. α-Частица испускается в реакции распада ядра ${}^{214}_{84}Po$, превращающегося в ${}^{210}_{82}Pb$. Считая, что кинетическая энергия K_α α-частицы и ее средний пробег R в воздухе связаны формулой $R = 0{,}318\, K_\alpha^{2/3}$, где энергия K_α выражена в мегаэлектронвольтах, а R — в метрах, вычислите пробег в воздухе испускаемых в данном распаде α-частиц.

28.6. Напишите уравнения происходящих ядерных реакций и рассчитайте энергетический эффект Q, если ядро ${}^{12}_6C$ бомбардируется: а) протонами с энергией 2 МэВ; б) дейтронами с энергией 2 МэВ; в) α-частицами с энергией 4,2 МэВ. По таблице из приложения идентифицируйте полученные частицы.

28.7. Вычислите энергию связи ядра ${}^{25}_{12}Mg$ и определите, стабильно оно или нет.

28.8. Найдите энергетический эффект Q реакции ${}^{14}_7N(\alpha, p){}^{16}_8O$. Считая, что кинетическая энергия α-частицы равна 7 МэВ, рассчитайте приближенно кинетическую энергию протона.

28.9. Когда быстрый нейтрон захватывается тяжелым ядром, возможны следующие ядерные реакции: (n, α), (n, p) и (n, γ). Считая, что вероятность реакции определенного типа определяется высотой потенциального барьера, выпишите эти реакции в порядке уменьшения их вероятности.

28.10. Происходит ядерная реакция, схематически изображенная на рисунке 28.2. Докажите, что для нее

$$Q = \left(1 + \frac{m_y}{M_Y}\right)K_y - \left(1 - \frac{m_x}{M_Y}\right)K_x - \frac{2\sqrt{m_x m_y K_x K_y}}{M_Y}\cos\theta_y.$$

28.11. Напишите точное уравнение следующей ядерной реакции: ${}^{14}_7N(n, p)$. Вычислите для нее энергетический эффект Q. Стабильное или нестабильное ядро образуется в этой реакции?

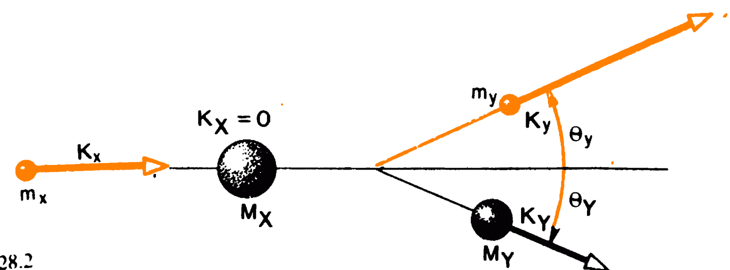


Рис. 28.2

Глава 29

ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ (II)

Джон Дуглас Кокрофт
(1897—1967)

Родился в Тодмордене (Англия). Получил образование в Манчестерском университете. Был профессором натурфилософии в Кембриджском университете (1939—1946). В 1932 г. построил первый ускоритель частиц высоких энергий, с помощью которого была экспериментально подтверждена теория относительности Эйнштейна. Кокрофт был директором Центра атомной энергии в Харуэле в Англии с 1946 по 1958 г. За работы по превращениям атомных ядер, вызванных искусственно ускоренными атомными частицами, Кокрофт вместе с Э. Т. С. Уолтоном получил Нобелевскую премию по физике в 1951 г.

29.1. Кинетическая энергия в лабораторной системе отсчета и в системе отсчета центра масс

При изучении столкновений частиц часто бывает удобно вводить координатную систему, двигающуюся вместе с центром масс всех участвующих в столкновении частиц. Посмотрев на столкновение по-новому, с точки зрения наблюдателя, находящегося все время в центре масс системы, мы получаем возможность глубже вникнуть в то, что происходит физически. Пока мы рассматривали столкновение так, как это показано на рисунке 29.1, *а*. Находящийся в системе центра масс наблюдатель видит столкновение так, как это проиллюстрировано рисунком 29.1, *б*.

На рисунке 29.2 изображена система частиц p_1, p_2, ..., p_n, центр масс которой находится в точке O', причем эта точка движется со скоростью $\vec{v}_0$ относительно лабораторной системы отсчета. Система отсчета, начало которой всегда находится в центре масс O', называется *системой отсчета центра масс* или *системой ц. м.* Для простоты мы предполагаем, что лабораторная система и система ц. м. имеют параллельные оси и что центр масс рассматриваемой системы частиц движется со скоростью $\vec{v}_0 = v_0 \vec{i}$.

Возьмем некоторую точку P (x, y, z) где-то внутри рассматриваемой системы частиц, имеющую радиус-векторы $\vec{r}$ и $\vec{r}\,'$ относительно лабораторной системы отсчета и системы отсчета ц. м. соответственно. Пусть $\vec{r}_0$ — радиус-вектор ц. м. относительно начала лабораторной системы. Тогда

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}\,'. \qquad (29.1)$$

Дифференцируя по времени эту формулу, получаем:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \frac{d\vec{r}\,'}{dt},$$

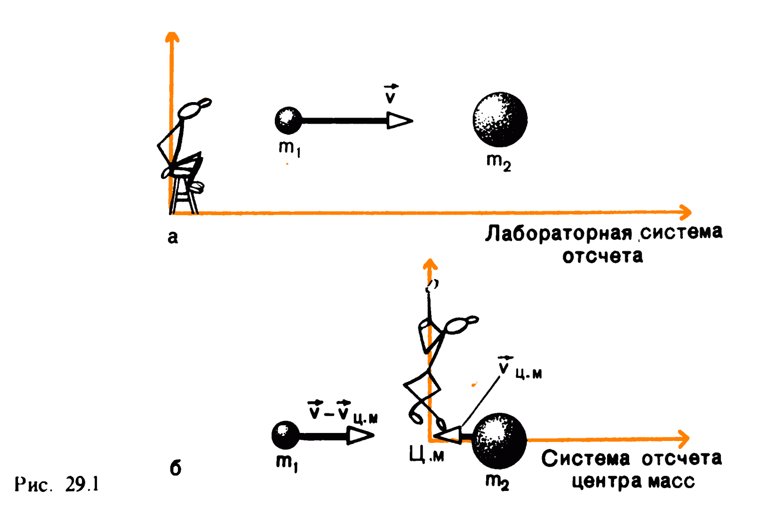


Рис. 29.1

где $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ — скорость точки P относительно лабораторной системы отсчета, $\frac{d\vec{r}_0}{dt} = \vec{v}_0$ — скорость ц. м. в лабораторной системе отсчета, $\frac{d\vec{r}\,'}{dt} = \vec{v}\,'$ — скорость точки P относительно системы отсчета ц. м. Из последней формулы непосредственно следует, что

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}\,'. \qquad (29.2)$$

Умножим обе части формулы (29.2) на полную массу m системы, тогда мы получим:

$$m\vec{v} = m\vec{v}_0 + m\vec{v}\,'.$$

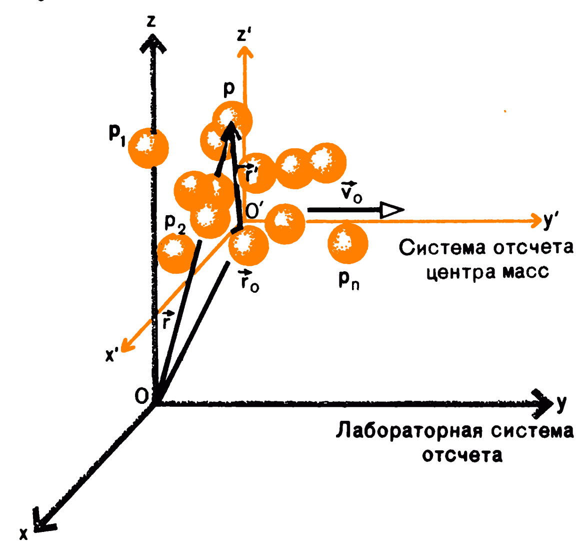


Рис. 29.2

В точности так же можно рассмотреть по очереди все частицы нашей системы и написать еще одну формулу:

$$\sum_i m_i\vec{v}_i = \sum_i m_i\vec{v}_0 + \sum_i m_i\vec{v}_i{}'. \qquad (29.3)$$

Учтем, что имеет место очевидное соотношение

$$\sum_i m_i\vec{v}_i{}' = \frac{d}{dt}\sum_i m_i\dot{\vec{r}}_i{}' = 0,$$

так как начало движущейся системы отсчета помещено в ц. м., а по определению ц. м. $\sum_i m_i\vec{r}_i{}' = 0$.

Формулы (29.2) и (29.3), таким образом, дают:

$$\sum_i m_i\vec{v}_i = (\sum_i m_i)\vec{v}_0 = M\vec{v}_0. \qquad (29.4)$$

Полный импульс системы частиц равен импульсу воображаемой частицы с суммарной массой, помещенной в ц. м. и движущейся со скоростью $\vec{v}_0$ относительно лабораторной системы.

Подобно формуле (29.3), можно вывести следующую формулу для кинетической энергии:

$$\sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \sum_i \frac{1}{2}m_i(\vec{v}_0 + \vec{v}_i{}')^2,$$

из которой непосредственно получается, что

$$\sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \sum_i \frac{1}{2}m_i v_0^2 + \sum_i \frac{1}{2}m_i(v_i{}')^2 + \sum_i m_i\vec{v}_0\vec{v}_i{}',$$

или после небольших упрощений

$$\sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{1}{2}Mv_0^2 + \sum_i \frac{1}{2}m_i(v_i{}')^2 + \vec{v}_0\sum_i m_i\vec{v}_i{}'.$$

Так как $\sum_i m_i r_i{}' = 0$, то $\sum_i m_i v_i{}' = 0$, поэтому окончательно имеем:

$$\sum_i \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{1}{2}Mv_0^2 + \sum_i \frac{1}{2}m_i(v_i{}')^2 \qquad (29.5)$$

(здесь левая часть представляет собой полную кинетическую энергию в лабораторной системе, первое слагаемое — кинетическую энергию, связанную с движением ц. м., второе слагаемое — полную кинетическую энергию в системе ц. м.).

Таким образом, полная кинетическая энергия в лабораторной системе отсчета, т. е. энергия, которую мы фактически измеряем, состоит из двух частей: кинетической энергии всей системы, движущейся со скоростью, равной скорости движения ц. м., и кинетической энергии в системе ц. м. Последняя энергия называется *внутренней* энергией системы. Можно показать, что именно она выделяется или поглощается при реакции.

29.2. Пороговая энергия эндоэнергетической реакции

Напомним, что в предыдущей главе мы уже получили для энергетического эффекта Q ядерной реакции, схематически представленной на рисунке 29.3, формулу

$$Q = [(m_x + M_X) - (m_y + M_Y)]c^2 = K_y + K_Y - K_x.$$

При $Q > 0$ реакция экзоэнергетическая, а при $Q < 0$ — эндоэнергетическая. На первый взгляд минимальную энергию, требуемую для инициирования эндоэнергетической реакции, можно найти по формуле

$$(K_x)_{\min} = -Q, \tag{29.6}$$

которая получается из предыдущей формулы, если в ней положить $K_y = K_Y = 0$. Это, однако, неверное предположение, так как оно приводит, в частности, к заключению, что импульсы полученной частицы ($\vec{p}_y$) и ядра отдачи ($\vec{p}_Y$) одновременно равны нулю. Такого быть не может. Чтобы указанная ядерная реакция действительно могла произойти, необходимо, чтобы частица-снаряд имела по меньшей мере импульс

$$p_x = \sqrt{2(K_x)_{\min} m_x} = \sqrt{-2Qm_x} \neq 0. \tag{29.7}$$

Следовательно, требование $p_y = p_Y = 0$ противоречит закону сохранения импульса.

В следующем параграфе будет показано, что минимальную пороговую энергию, требуемую для инициирования реакции, можно вычислить по формуле

$$E_{\text{порог}} = -Q\,\frac{m_x + M_X}{M_X} = (K_x)_{\min}. \tag{29.8}$$

Из этой формулы непосредственно следует, что $E_{\text{порог}} > (-Q)$. Разность энергий

$$E_{\text{порог}} - (-Q) = E_{\text{порог}} + Q \tag{29.9}$$

равна кинетической энергии движения центра масс, а энергия $-Q$ — это та энергия, которая действительно идет на инициирование реакции.

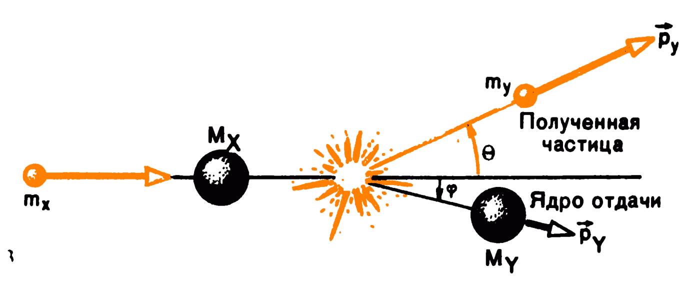


Рис. 29.3

29.3. Вывод формулы для пороговой энергии

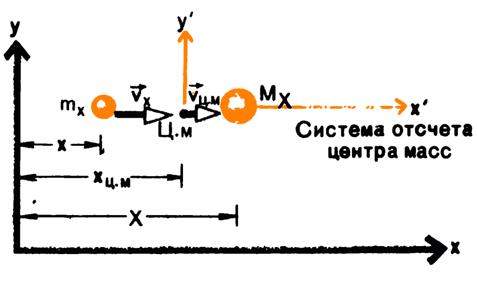


Рис. 29.4

Из рисунка 29.4 видно, что координата $x_{ц.м}$ системы «снаряд — мишень» в лабораторной системе отсчета равна:

$$x_{ц.м} = \frac{m_x x + M_X X}{m_x + M} \cdot \qquad (29.10)$$

Таким образом, скорость ц. м. относительно лабораторной системы отсчета будет:

$$v_{ц.м} = \left(\frac{m_x}{m_x + M_X}\right) v_x, \qquad (29.11)$$

где $v_x = dx/dt$ — скорость частицы-снаряда относительно лабораторной системы отсчета, $dX/dt = 0$, так как ядро-мишень предполагается покоящимся в лабораторной системе отсчета.

Полная кинетическая энергия системы реагирующих частиц до столкновения дается выражением

$$K_x = \frac{1}{2}(m_x + M_X)v_{ц.м}^2 + \frac{1}{2}m_x(v_x')^2 + \frac{1}{2}M_X(v_X')^2. \qquad (29.12)$$

Первое слагаемое $1/2(m_x + M_X)v_{ц.м}^2 = K_{ц.м}$ — кинетическая энергия движения ц. м.; ${}^1/{}_2 m_x(v_x')^2 + {}^1/{}_2 M_X(v_X')^2 = K_{реак}$ — кинетическая энергия нашей системы в системе отсчета ц. м.; так как v_x' и v_X' — скорости соответственно частицы-снаряда и ядра-мишени относительно системы ц. м.

Кинетическая энергия $K_{реак}$ — это та энергия, которая на самом деле идет на инициирование рассматриваемой эндоэнергетической реакции.

Из формулы (29.12) следует, что

$$K_{реак} = K_x - \frac{1}{2}(m_x + M_X)v_{ц.м}^2. \qquad (29.13)$$

Подставляя (29.11) в (29.13), получаем:

$$K_{реак} = K_x - \frac{1}{2}(m_x + M_X)\frac{m_x^2 v_x^2}{(m_x + M_X)^2} = K_x - \frac{1}{2}\frac{m_x^2 v_x^2}{(m_x + M_X)}. \qquad (29.14)$$

И поскольку $K_x = {}^1/{}_2 m_x v_x^2$, а $m_x^2 v_x^2 = 2K_x m_x$, то из (29.14) сразу следует, что

$$K_{реак} = K_x - \left(\frac{m_x}{m_x + M_X}\right)K_x = \left(\frac{M_X}{m_x + M_X}\right)K_x. \qquad (29.15)$$

Таким образом, минимальная энергия, идущая на эндотермическую реакцию, равна:

$$(K_{\text{реак}})_{\min} = \frac{M_X}{m_x + M_X}(K_x)_{\min} = -Q. \tag{29.16}$$

а следовательно, минимальная энергия инициирования реакции равна:

$$(K_x)_{\min} = E_{\text{порог}} = \frac{-Q(m_x + M_X)}{M_X}. \tag{29.17}$$

Из формул (29.9) и (29.12) для кинетической энергии центра масс имеем соотношение

$$K_{\text{ц.м}} = E_{\text{порог}} + Q. \tag{29.18}$$

Пример 29.1. Вычислите пороговую энергию для реакции $^{14}_{7}N(n, \alpha)^{11}_{5}B$.

Решение. Энергетический эффект этой ядерной реакции находим из следующего расчета:

масса нейтрона $^{1}_{0}n = m_x$ = 1,008665 а. е. м.
масса атома $^{14}_{7}N = M_X$ = 14,003074 а. е. м.

$m_x + M_X$ = 15,011739 а. е. м.

Далее,

масса атома $^{4}_{2}He = m_y$ = 4,002603 а. е. м.
масса атома $^{11}_{5}B = M_Y$ = 11,009305 а. е. м.

$m_y + M_Y$ = 15,011908 а. е. м.

Таким образом,

$$(m_x + M_X) - (m_y + M_Y) = \begin{array}{r} 15{,}011739 \text{ а. е. м.} \\ -\ 15{,}011908 \text{ а. е. м.} \\ \hline 0{,}000169 \text{ а. е. м.} \end{array}$$

То есть

$$Q = -0{,}00169 \text{ а. е. м.} \cdot 931 \text{ МэВ/а. е. м.} = -0{,}16 \text{ МэВ},$$

где $-Q = 0{,}16$ Мэв — энергия, действительно нужная для инициирования нашей эндоэнергетической реакции. Минимальная энергия, фактически требуемая для инициирования реакции, равна:

$$(K_x)_{\min} = E_{\text{порог}} = \frac{-Q(m_x + M_X)}{M_X},$$

или

$$E_{\text{порог}} = \frac{-(-0{,}16 \text{ МэВ})(1 + 14)}{14} = 0{,}17 \text{ МэВ}.$$

Из формулы (29.18) определяем кинетическую энергию движения ц. м.:

$$K_{\text{ц.м}} = E_{\text{порог}} + Q = (0{,}17 - 0{,}16) \text{ МэВ} = 0{,}01 \text{ МэВ}.$$

Пример 29.2. Для примера 29.1 вычислите скорость центра масс.

Решение. Энергия движения ц. м. равна:

$$K_{ц.м} = {}^1/_2(m_x + M_X)v_{ц.м}^2 = 0{,}01 \text{ МэВ}.$$

Поэтому скорость ц. м. будет:

$$v_{ц.м} = \sqrt{\frac{2K_{ц.м}}{m_x + M_X}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}01 \text{ МэВ} \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-13} \text{ Дж/МэВ}}{15 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}}.$$

Окончательно имеем:

$$v_{ц.м} = 3{,}58 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

29.4. Вероятность реакции и ее эффективное сечение

Даже в том случае, когда энергетический эффект Q ядерной реакции оказывается положительным и она экзоэнергетическая, нет 100% гарантии, что реакция действительно произойдет. Вероятность того, что данная реакция произойдет, измеряется ее так называемым *эффективным сечением*. (Эффективное сечение в случае резерфордовского рассеяния α-частиц на ядрах мы уже рассматривали в гл. 13.)

Эффективное сечение ядерной реакции измеряется площадью воображаемой площадки с центром в ядре-мишени, попадая в которую бомбардирующая частица-снаряд обязательно вызывает реакцию. Когда частица-снаряд не попадает на эту площадку, реакция не происходит.

Обычно с каждым конкретным видом взаимодействия частицы с ядром связывают свое эффективное сечение. Эффективное сечение рассеяния используют для описания процессов рассеяния, эффективное сечение поглощения — для процессов поглощения, эффективное сечение деления — для изучения ядерных столкновений, приводящих к делению ядра-мишени.

Дадим формальное определение понятия эффективного сечения реакции. Возьмем (см. рис. 29.5) плоский слой мишени толщиной l, площадью поперечного сечения A. Пусть n ядер-мишеней находится в единице объема. Тогда полное число ядер в рассматриваемом плоском слое будет равно nAl. Если поперечное сечение каждого отдельного ядра или «площадь взаимодействия» налетающей частицы с каждым ядром обозначить через σ, полная «площадь взаимодействия», подставленная под пучок налетающих частиц, будет равна $nAl\sigma$. Таким образом, вероятность данной ядерной реакции дается формулой

$$P = \frac{n\sigma Al}{A} = n\sigma l. \tag{29.19}$$

Эта вероятность равна отношению числа частиц N, налетающих на слой в одну секунду и вызывающих реакцию, к полному числу час-

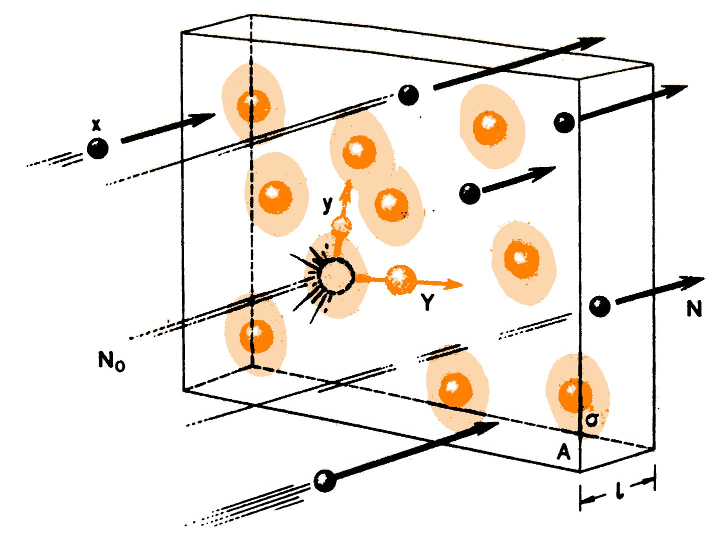


Рис. 29.5

тиц N_0, налетающих на слой в одну секунду. Таким образом, вероятность рассматриваемой ядерной реакции равна:

$$P = \frac{N}{N_0} = n\sigma l. \qquad (29.20)$$

Как видим, вероятность реакции прямо пропорциональна эффективному сечению реакции σ.

Для эндоэнергетической реакции эффективное сечение равно нулю до тех пор, пока энергия частицы-снаряда не становится больше пороговой энергии.

Пример 29.3. Тонкая пластинка из Со-59 толщиной 0,02 см выставлена под поток нейтронов интенсивностью 10^{16} нейтронов на 1 $м^2$ в 1 с. Пусть происходит реакция радиационного захвата нейтронов ${}^{59}_{27}Co(n, \gamma){}^{60}_{27}Co$. Сколько ядер Со-60 образовалось в пластинке после двухчасового облучения ее нейтронами?

Решение. Плотность ядер Со-59 в пластинке равна $8{,}9 \cdot 10^3$ $кг/м^3$, а эффективное сечение реакции захвата нейтронов ядрами Со-59 составляет 30 б. Число ядер Со-59 в единице объема мишени равно:

$$n = \rho \frac{N_A}{M} = \frac{8{,}9 \cdot 10^3\ кг \cdot м^{-3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}}{5{,}9 \cdot 10^{-2}\ кг \cdot моль^{-1}} = 9{,}1 \cdot 10^{28}\ м^{-3}.$$

Число нейтронов, падающих на 1 $м^2$ в 1 с и испытывающих взаимодействие, равно:

$$N = N_0 n\sigma l = 10^{16}\ м^{-2} \cdot с^{-1} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{28}\ м^{-3} \cdot 30 \cdot 10^{-28}\ м^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}\ м = 5{,}5 \cdot 10^{14}\ м^{-2} \cdot с^{-1}.$$

Это число будет также и числом атомов Со-60 в расчете на 1 м^2 площади мишени, которые в ней образуются в 1 с. После двухчасового облучения будем иметь следующее число атомов Со-60 в мишени:

$$5{,}5 \cdot 10^{14}\ \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot 3600\ \text{с} = 2 \cdot 10^{18}\ \text{м}^{-2},$$

или

$$2 \cdot 10^{18}\ \text{м}^{-2} \cdot 60\ \text{а. е. м.} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-27}\ \text{кг/а. е. м.} = 1{,}92 \cdot 10^{-7}\ \text{кг/м}^2 = 0{,}192\ \text{мг/м}^2.$$

ЗАДАЧИ

29.1. Ядра $^{32}_{16}S$ бомбардируют α-частицами, при этом испускаются протоны. Вычислите: а) энергетический эффект реакции; б) пороговую энергию; в) кинетическую энергию движения ц. м.; г) скорость ц. м.

29.2. Для реакции $^{7}_{3}Li\,(p, n)\,^{7}_{4}Be$ найдите: а) пороговую энергию; б) разность масс протона и нейтрона, используя табличные значения атомных масс Li-6 и Be-7.

29.3. α-Частица с энергией 7,67 МэВ упруго сталкивается с протоном. Кинетическая энергия α-частицы после столкновения равна 2,56 МэВ, и она рассеивается на угол 12° относительно начального направления движения. Найдите угол рассеяния протона.

29.4. Падающая α-частица с энергией 7,68 МэВ вызывает реакцию $^{14}_{7}N\,(\alpha, p)\,^{17}_{8}O$. Считая, что ядро N-14 первоначально покоилось, вычислите кинетическую энергию протона. Для простоты сделайте предположение, что протон и ядро O-17 отлетают точно в направлении налетающей α-частицы.

29.5. Покажите, что реакция $^{16}_{8}O\,(n, \alpha)\,^{13}_{6}C$ эндоэнергетическая. Вычислите кинетическую энергию нейтрона, необходимую для инициирования этой ядерной реакции. Проведите это вычисление в лабораторной системе отсчета.

29.6. Какие из следующих ядер могут излучать α-частицы: $^{5}_{3}Li$, $^{8}_{3}Li$, $^{12}_{5}B$ и $^{5}_{2}He$?

29.7. Протон с энергией 1,0 МэВ вызывает реакцию $^{7}_{3}Li\,(p, \alpha)\,^{4}_{2}He$. а) Какую энергию необходимо затратить, чтобы реакция произошла? б) Найдите энергию движения ц. м.

29.8. γ-Лучи с энергией 4,0 МэВ разрушают дейтроны в реакции $d(\gamma, p)n$. Считая, что протон вылетает под прямым углом к первоначальному направлению γ-лучей, найдите: а) кинетическую энергию нейтрона; б) направление, под которым вылетает нейтрон; в) кинетическую энергию протона.

29.9. Кинетическая энергия частицы массой m_x в лабораторной системе отсчета равна K_x. Эта частица используется в качестве частицы-снаряда. Ее заставляют сталкиваться с ядром массой M_X, которое первоначально находилось в покое в лабораторной системе отсчета. Пусть происходит реакция $M_X\,(m_x, m_y)\,M_Y$. Докажите:

а) что полная кинетическая энергия движения ц. м. равна:

$$K_{\text{ц.м}} = \frac{m_x}{m_x + M_X} K_x;$$

б) что энергия, действительно необходимая для того, чтобы реакция произошла, равна:

$$K_{\text{реак}} = \frac{M_X}{m_x + M_X} K_x.$$

Глава 30

РАДИОАКТИВНОСТЬ (I)

Антуан Анри Беккерель
(1852—1908)

Родился в Париже (Франция). Получил образование в Политехнической школе. В 1895 г. был назначен профессором этой школы. Впоследствии занял место отца на посту директора Музея истории естествознания. В 1896 г. Беккерель открыл явление самопроизвольной радиоактивности солей урана. Позже исследовал некоторые интересные оптические явления, в частности поляризацию и поглощение света кристаллами. За заслуги в изучении явления радиоактивности вместе с Пьером и Марией Кюри в 1903 г. был награжден Нобелевской премией.

30.1. Радиоактивность

В 1896 г. французский физик Анри Беккерель случайно положил кусок урановой руды на стопку непроявленных фотографических пластинок, завернутых в черную бумагу. Проявив пластинки, он удивился, обнаружив на них черные пятна. Какое-то неизвестное излучение испускалось урановой рудой и оставляло на пластинках изображение, имеющее форму куска руды.

К 1898 г. Марии и Пьеру Кюри удалось выделить 1 г радиоактивного вещества из тонны уранита. Это вещество было названо ими *полонием* в честь Польши, родины М. Кюри. В 1903 г. за это свое открытие супруги Кюри получили Нобелевскую премию (по физике). В 1911 г. Мария Кюри получила вторую Нобелевскую премию (по химии) за открытие и выделение естественного радиоактивного элемента радия. Английские физики Эрнест Резерфорд и Фредерик Содди доказали, что во всех радиоактивных процессах происходят взаимные превращения ядер химических элементов.

Резерфорд обнаружил, что излучение радиоактивных веществ магнитным полем разделяется на α-частицы (ядра гелия) и β-частицы (электроны). Впоследствии Пауль Виллард открыл еще одну компоненту излучения — γ-лучи, которые испускаются радиоактивными источниками и не отклоняются магнитным полем; γ-лучи являются высокоэнергетической формой электромагнитных волн. Всякое атомное ядро, которое изменяет свою структуру, испуская γ-лучи или другие ядерные частицы, например α-, β^-- или β^+-частицы, называется *радиоактивным ядром*. Всего в природе найдено 272 стабильных атомных ядра химических элементов. Все остальные ядра, называемые *радиоизотопами*, радиоактивны в той или иной мере.

Нижеприводимые процессы характеризуют различные типы реакций ядерных распадов естественно радиоактивных ядер:

α-распад: $^{A}_{Z}M \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}M + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$;

β^--распад: $^{A}_{Z}M \rightarrow {}_{Z+1}^{A}M + {}_{-1}^{0}\beta + \bar{\nu}$;

β^+-распад: ${}^A_Z M \to {}_{Z-1}^{\ A} M + {}^0_1\beta + \nu$;

β^--захват: ${}^A_Z M + {}_{-1}^{\ 0}\beta \to {}_{Z-1}^{\ A} M + \nu$;

γ-распад: $({}^A_Z M)^* \to {}^A_Z M + \gamma$. (30.1)

Здесь ν и $\bar{\nu}$ обозначают нейтрино и антинейтрино, о которых мы еще будем говорить позже, символом $({}^A_Z M)^*$ обозначено ядро, находящееся в возбужденном состоянии. Ядро возвращается в свое основное состояние ${}^A_Z M$, испуская γ-квант.

30.2. Постоянная распада

Пусть N — число атомов, имеющихся в образце в данный момент времени t, dN — число распавшихся атомов за интервал времени от t до $t + dt$. Тогда

$$\text{вероятность распада} = -\frac{dN}{N}. \quad (30.2)$$

Знак «минус» появляется потому, что $dN < 0$. Вероятность распада в единицу времени равна:

$$\lambda = -\frac{1}{N}\frac{dN}{dt} = \text{const}. \quad (30.3)$$

Постоянная λ называется *постоянной распада*. *Активностью* образца называют величину $A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N$; она характеризует число распадов, происходящих с ядрами образца в 1 с. Активность измеряют в специальных единицах — к ю р и (Ки) и м и л л и к ю р и (мКи):

1 Ки = $3{,}700 \cdot 10^{10}$ расп/с,

1 мКи = $3{,}7 \cdot 10^{7}$ расп/с.

Формулу (30.3) можно переписать немного по-другому. Если в нулевой момент времени $t = 0$ имелось N атомов, то

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = \int_{t=0}^{t} -\lambda dt,$$

т. е.

$$\ln\frac{N}{N_0} = -\lambda t.$$

Потенцируя, окончательно получим формулу

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (30.4)$$

Умножая обе части формулы (30.4) на λ, получим соотношение

$$\lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}, \quad (30.5)$$

в котором $\lambda N_0 = A_0$ — начальная активность образца, $\lambda N = A$ — активность образца в момент времени t. Таким образом, для активности имеет место формула

$$A = A_0 e^{-\lambda t}, \quad (30.6)$$

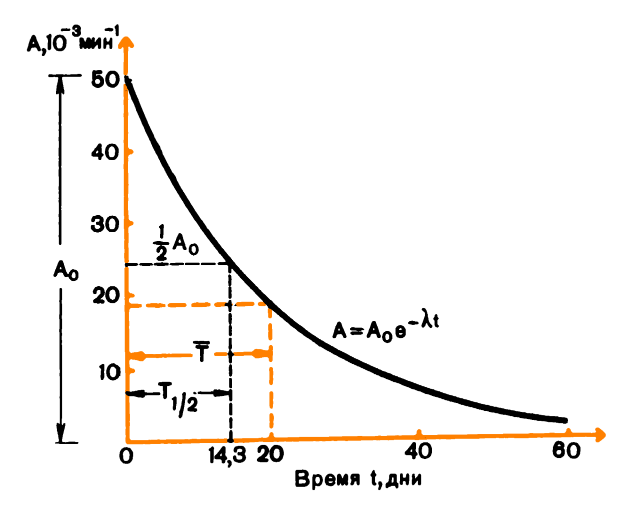


Рис. 30.1

или после логарифмирования

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda t. \tag{30.7}$$

Рассмотрим типичный пример. На рисунке 30.1 показана кривая экспоненциального уменьшения активности образца Р-32. Если натуральный логарифм активности отложить в зависимости от времени, то получим прямую линию, изображенную на рисунке 30.2. Согласно формуле (30.7) эта прямая имеет наклон, равный $-\lambda$. Постоянная распада для Р-32, определенная из наклона прямой (рис. 30.2), равна:

$$\lambda = \frac{10{,}8-7{,}0}{78-0} = 0{,}049 \text{ сут}^{-1}.$$

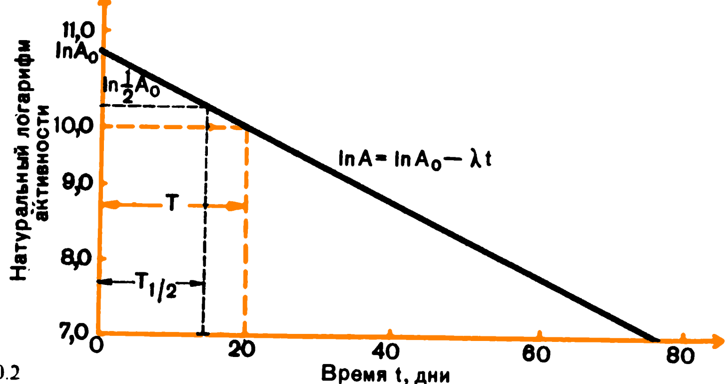


Рис. 30.2

30.3. Период полураспада и среднее время жизни

Период полураспада $T_{1/2}$ данного радиоизотопа определяется как время, которое проходит до того момента, к которому распадается ровно половина первоначального числа ядер, т. е. это время, за которое активность образца уменьшается в два раза по отношению к начальной активности. Когда $t = T_{1/2}$, то число оставшихся ядер данного типа равно $N + \frac{1}{2}N_0$ и потому согласно формуле (30.4)

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}, \text{ или } \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}.$$

Взяв натуральный логарифм от обеих частей последней формулы, получаем:

$$-\ln 2 = -\lambda T_{1/2},$$

откуда для периода полураспада имеем следующую формулу:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}. \qquad (30.8)$$

Из рисунка 30.1, на котором показана кривая уменьшения активности образца P-32, видно, что когда первоначальная активность уменьшится в два раза, она становится равной 25 000 распадов в 1 мин. Отмечая на оси абсцисс соответствующее время, убеждаемся, что период полураспада P-32 действительно равен 14,3 дня. Подставив это значение в формулу (30.8), можно найти постоянную распада λ.

Средним временем жизни радиоактивного ядра называют среднее время жизни ядер в каком-либо образце, содержащем эти радиоактивные ядра. Таким образом, если в образце имеется dN_1 ядер, которые живут в течение времени t_1, dN_2 ядер, которые живут в течение времени t_2, и т. д., то среднее время жизни $\overline{T}$ надо рассчитывать по формуле

$$\overline{T} = \frac{t_1 dN_1 + t_2 dN_2 + \ldots}{dN_1 + dN_2 + \ldots}. \qquad (30.9)$$

Более точно эту формулу надо записывать с помощью интеграла:

$$\overline{T} = \frac{\int\limits_{t=0}^{\infty} t\,dN}{\int\limits_{N_0}^{0} dN} = -\frac{\int\limits_{t=0}^{\infty} t\,dN}{N_0}. \qquad (30.10)$$

Воспользуемся теперь тем, что

$$dN = d(N_0 e^{-\lambda t}) = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}\,dt.$$

Тогда, подставляя это выражение в формулу (30.10), получим:

$$\overline{T} = -\frac{\int\limits_{0}^{\infty} -\lambda N_0 t e^{-\lambda t}\,dt}{N_0} = \lambda \int\limits_{0}^{\infty} t e^{-\lambda t}\,dt. \qquad (30.11)$$

Интегрируем по частям:

$$\bar{T} = \lambda\left(-\frac{t}{\lambda}e^{-\lambda t} + \frac{1}{\lambda}\int_0^\infty e^{-\lambda t}\,dt\right) = \lambda\left(-\frac{t}{\lambda}e^{-\lambda t} - \frac{1}{\lambda^2}e^{-\lambda t}\right)\Bigg|_0^\infty$$

Таким образом, окончательно имеем формулу

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda}. \qquad (30.12)$$

Среднее время жизни и период полураспада связаны соотношением

$$\bar{T} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2};\ \text{или}\ T_{1/2} = 0{,}693\bar{T}. \qquad (30.13)$$

30.4. Кривая роста дочерних ядер

Когда радиоактивные ядра, называемые *родительскими* ядрами P, распадаются, то число родительских ядер уменьшается. В то же время растет число получаемых ядер, называемых *дочерними* ядрами *Д*. Схематически это можно представить так:

родительское ядро $P \longrightarrow$ дочернее ядро *Д*.

Пусть в начальный момент $t = 0$ число родительских ядер было равно N_0, а число дочерних ядер было равно нулю. Пусть в некоторый момент t число родительских ядер стало равным N, а число дочерних ядер $N' = N_0 - N$.

Формула, описывающая распад родительских ядер P, имеет вид:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

а следовательно, накопление дочерних ядер *Д* будет описываться формулой

$$N' = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}). \qquad (30.14)$$

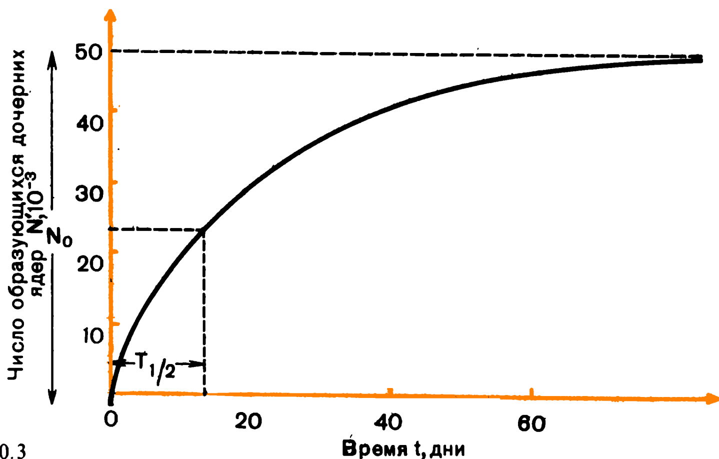


Рис. 30.3

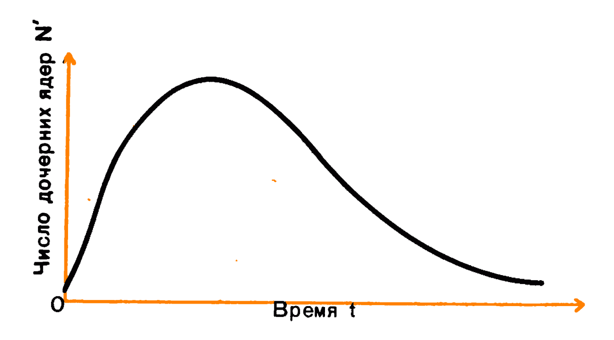


Рис. 30.4

На рисунке 30.3 приведен график экспоненциальной кривой (30.14) распада родительских ядер Р-32, распадающихся в ядерной реакции

$({}^{32}_{15}P)^* \rightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}\beta + \bar{\nu}$.

В то же время этот график дает кривую роста дочерних ядер S-32. Обратите внимание, что в момент времени, равный периоду полураспада, число дочерних ядер в точности равно числу родительских ядер.

Мы вычислили накопление дочерних ядер, предполагая, что дочерние ядра *стабильны*. Если дочерние ядра *нестабильны* и сами тоже могут распадаться, то число N' дочерних ядер может как возрастать, так и уменьшаться на отдельных интервалах времени. Скорость изменения числа дочерних ядер дается тогда формулой

$$\frac{dN'}{dt} = \lambda N - \lambda' N', \tag{30.15}$$

где λ и λ' — соответственно постоянные распада для родительских и дочерних ядер. Слагаемое λN характеризует увеличение дочерних ядер в единицу времени из-за распадов родительских ядер. Слагаемое $\lambda' N'$ характеризует уменьшение дочерних ядер из-за их собственных распадов.

Формулу (30.15) можно представить в виде

$$\frac{dN'}{dt} + \lambda' N' = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}. \tag{30.16}$$

Если использовать наше предположение, что $N' = 0$ при $t = 0$, то нужное нам решение уравнения (30.16) имеет вид:

$$N' = N_0\left(\frac{\lambda}{\lambda' - \lambda}\right)(e^{-\lambda t} - e^{-\lambda' t}). \tag{30.17}$$

Читателю предоставляется возможность самостоятельно убедиться, что формула (30.17) действительно является решением уравнения (30.16). Кроме того, из формулы (30.17) непосредственно следует, что $N' = 0$ при $t = 0$ и что $N' \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. На рисунке 30.4 показана кривая числа дочерних ядер, в случае когда последние нестабильны и распадаются. Кривая имеет максимум.

Если родительские ядра имеют очень большой период полураспада по сравнению с периодом полураспада дочерних ядер и если t мало, то $\lambda' - \lambda \approx \lambda'$ и экспоненту $e^{-\lambda t}$ в формуле (30.17) можно заменить на единицу, так как λ очень мало по сравнению с λ'. Тогда из формулы (30.17) получаем:

$$N' = N_0 \frac{\lambda}{\lambda'}(1 - e^{-\lambda' t}). \tag{30.18}$$

Когда $\lambda' \gg \lambda$ и время t велико, имеем: $\lambda' - \lambda \approx \lambda'$ и экспоненту $e^{-\lambda' t}$ в формуле (30.17) можно вообще отбросить. Тогда вместо формулы (30.17) имеем формулу

$$N' = N_0 \frac{\lambda}{\lambda'} e^{-\lambda t}. \tag{30.19}$$

Вследствие того что число родительских ядер в данный момент времени t равно $N = N_0 e^{-\lambda t}$, из формулы (30.19) получается:

$$N' = N \frac{\lambda}{\lambda'},$$

т. е.

$$N\lambda = N'\lambda'. \tag{30.20}$$

Это есть условие «радиоактивного равновесия» (его называют также секулярным условием). Оно утверждает, что по истечении большого промежутка времени скорость увеличения дочерних ядер становится в точности равной скорости их распада, так что число дочерних ядер практически перестает изменяться. Секулярное условие можно получить также непосредственно из формулы (30.15), полагая в ней $\frac{dN'}{dt} = 0$.

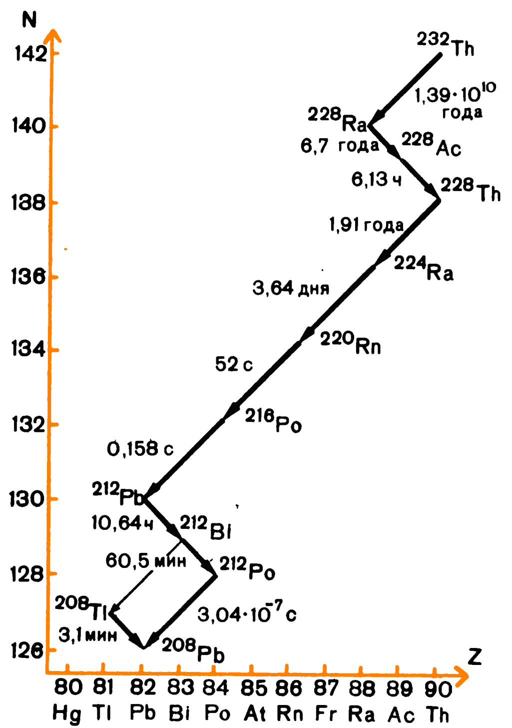


Рис 30 5

30.5. Радиоактивные семейства ядер

В природе найдено только 14 радиоактивных ядер, периоды полураспада которых такого же порядка или больше возраста Все-

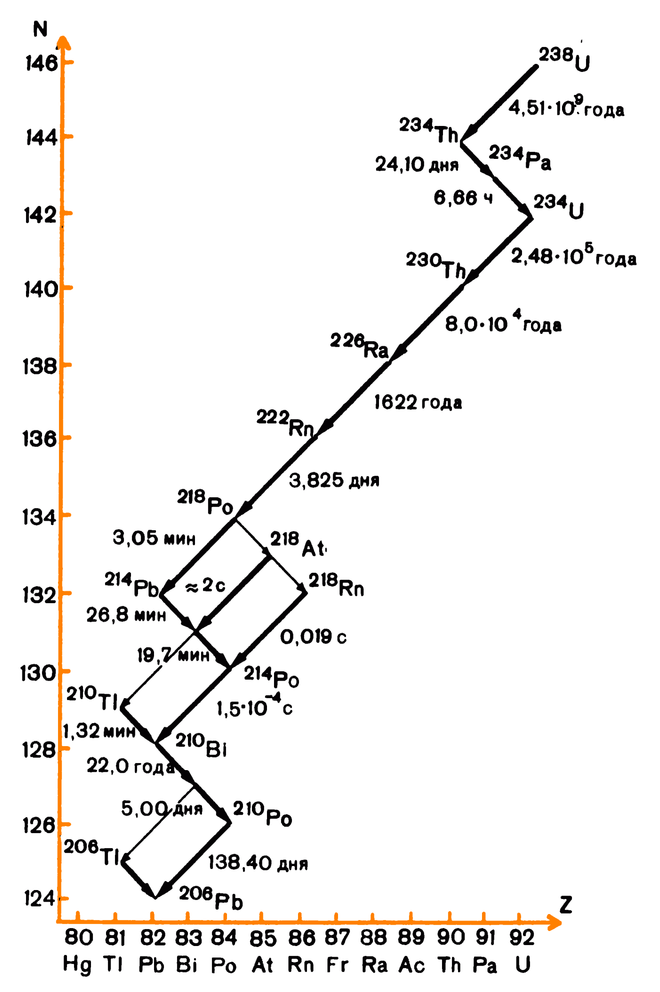


Рис. 30.6

ленной (возраст Вселенной приближенно считается равным $4{,}5 \cdot 10^9$ лет). Эти радиоактивные ядра перечислены в табл. 30.1.

Первые 11 ядер, приведенные в табл. 30.1, распадаются в стабильные дочерние ядра; остальные 3 ядра (Th-232, U-235, U-238) распадаются в дочерние ядра, которые радиоактивны и в свою очередь распадаются на радиоактивные дочерние ядра следующего поколения и т. д., пока не получается стабильное ядро. Окончательно получаемые стабильные ядра, которыми оканчиваются данные три естественно радиоактивных семейства ядер и в которые они в конце концов превращаются, являются тремя изотопами свинца: Pb-208, Pb-207, Pb-206.

Вследствие малого периода полураспада нептуния никакие следы этого элемента в природе нельзя обнаружить обычными методами.

Таблица 30.1

Ядра	Реакции распада	Период полураспада, годы
K-40	β^-, *e*-захват	$1{,}2\cdot10^{9}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
V-50	*e*-захват	$4{,}0\cdot10^{14}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
Rb-87	β^-	$6{,}2\cdot10^{10}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
In-115	β^-	$6{,}0\cdot10^{14}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
La-138	β^-, *e*-захват	$1{,}0\cdot10^{11}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
Ce-142	α	$5{,}0\cdot10^{15}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
Nb-144	α	$3{,}0\cdot10^{15}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
Sm-147	α	$1{,}2\cdot10^{11}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
Lu-176	β^-	$5{,}0\cdot10^{10}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
Re-187	β^-	$4{,}0\cdot10^{12}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
Pt-192	α	$1{,}0\cdot10^{15}$ (распад в стабильное дочернее ядро)
Th-232	α	$1{,}4\cdot10^{10}$ (десять радиоактивных поколений)
U-235	α	$7{,}1\cdot10^{9}$ (десять радиоактивных поколений)
U-238	α	$4{,}5\cdot10^{9}$ (десять радиоактивных поколений)

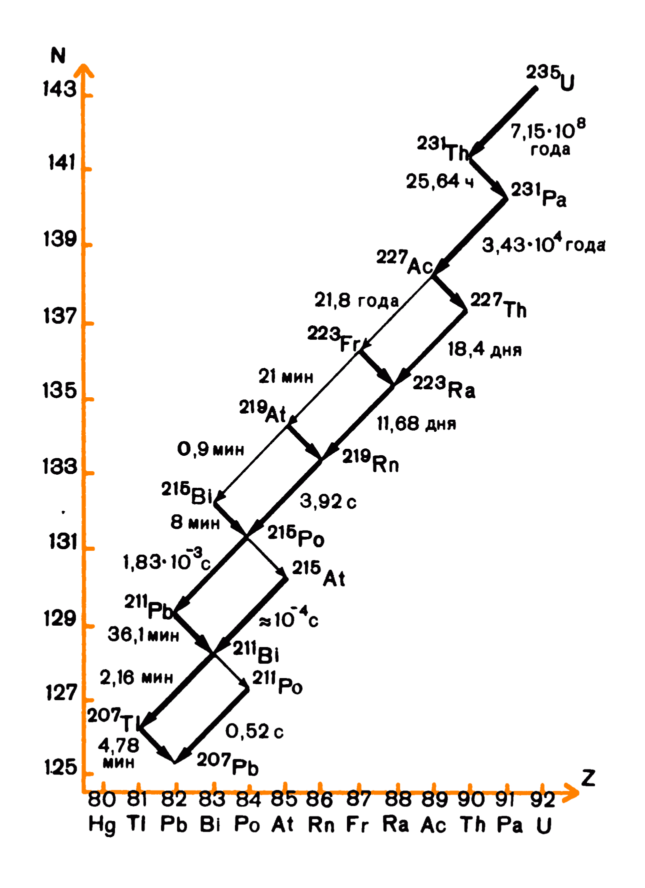


Рис. 30.7

Однако с открытием трансурановых элементов (элементов с атомными числами, большими 92) физики получили в свое распоряжение новые изотопы, и с их помощью стало возможным обнаружить следы нептуниевого семейства радиоактивных ядер, которое, как оказалось, на самом деле начинается с *америция* и *плутония*.

Массовые числа членов каждого семейства радиоактивных ядер, имеющихся в природе, оказываются равными соответственно $4n$, $4n+2$ и $4n+3$, где n — целое положительное число. Тот факт, что отсутствовало семейство с $4n+1$, заставлял физиков недоумевать и рассуждать о причинах такого положения. Недостающим семейством оказалось нептуниевое семейство. На рисунках 30.5, 30.6 и 30.7 проиллюстрированы реакции взаимных превращений ядер трех радиоактивных семейств $4n$, $4n+2$, $4n+3$. Четыре имеющихся семейства радиоактивных ядер указаны в табл. 30.2.

Таблица 30.2

Название	Исходное ядро	Массовое число	Начальное число n	Конечное число n	Период полураспада стабильного ядра, годы	Конечное стабильное ядро
Ториевое	$^{232}_{90}Th$	$4n$	58	52	$1{,}39 \cdot 10^{10}$	$^{208}_{82}Pb$
Нептуниевое	$^{237}_{93}Np$	$4n+1$	59	52	$2{,}20 \cdot 10^{6}$	$^{209}_{83}Bi$
Уран-радиевое	$^{238}_{92}U$	$4n+2$	59	51	$4{,}51 \cdot 10^{9}$	$^{206}_{82}Pb$
Актиниевое	$^{235}_{92}U$	$4n+3$	58	51	$7{,}15 \cdot 10^{9}$	$^{207}_{82}Pb$

30.6. Датировка событий методом радиоактивных распадов

На распады радиоактивных ядер никакого влияния не оказывают ни физические, ни химические условия, в которых находятся распадающиеся ядра, и, хотя распад каждого данного индивидуального ядра является случайным процесс распада огромного числа ядер данного образца может быть с успехом использован для *измерения интервалов времени.* Жоли и Резерфорд (1913 г.) рассуждали следующим образом. Пусть порода вулканического происхождения, образованная в результате какого-то доисторического вулканического извержения, содержит какое-то количество урана. Этот уран в ней постоянно распадается. С течением времени урана в породе становится все меньше и меньше и все больше и больше образуется стабильного изотопа свинца Pb-206, в который превращается уран согласно цепочке ядерных превращений, изображенной на рисунке 30.6. Таким образом, измеряя отношение количеств содержащейся в образце породы урана и свинца, можно довольно точно указать время образования геологического пласта, которому принадлежит порода.

С помощью описанного метода «урановой» датировки измеряют интервалы времени в миллионы лет.

В другом подобном методе датировки событий используют ядерную реакцию распада изотопа калия К-40 в кальций Са-40 или аргон Ar-40, происходящую с испусканием позитрона:

$$^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + \beta^{+} + \nu.$$

Для нее период полураспада равен $1{,}3 \cdot 10^{9}$ лет. В силу того что производить измерения с изотопом A_r-40 легче, именно последний метод изотопного анализа наиболее часто используется на практике.

Образец геологической породы сначала нагревают до температуры 400°С в течение 12—48 ч, чтобы выпарить из него весь изотоп Ar-40, который мог быть поглощен образцом из окружающего воздуха. (Для герметически запаянных в ампулы лунных пород эту предварительную обработку делать не нужно.) Затем образец нагревают еще сильнее, до его плавления. При этом из него выделяется изотоп Ar-40, действительно заключенный внутри образца, который далее исследуют с помощью масс-спектрометра. Измеряя отношение первоначального количества калия к количеству аргона, заключенному внутри образца, можно установить возраст образца.

Так как все растения используют для своего роста углекислый газ, усваиваемый ими из атмосферы, часть углерода в растениях — это радиоактивный углерод С-14, а поэтому все растения немного радиоактивны. Когда растение погибает, дополнительный углерод С-14 в него больше не поступает, а тот углерод С-14, который накопился в тканях растения, начинает распадаться. Измеряя относительные количества изотопов углерода С-14 и С-12 в органических археологических останках, мы получаем очень чувствительный метод датировки исторических событий. В табл. 30.3 приводится перечень некоторых интересных археологических событий, датированных У. Ф. Либби с помощью радиоуглеродного метода.

Еще один элемент, который постоянно возникает в атмосфере в результате бомбардировки ее космическими лучами, — это тритий ($^{3}_{1}H$). Он образуется при столкновениях нейтронов с ядрами азота в ядерной реакции

$$^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{3}_{1}H.$$

Тритий, тяжелый изотоп водорода, распадается с периодом полураспада, равным 12,4 лет, в результате β-распада в стабильный изотоп гелия $^{3}_{2}He$:

$$^{3}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + \beta^{-} + \bar{\nu}.$$

Небольшой процент воды содержит $^{3}_{1}H$ вместо $^{1}_{1}H$, и поэтому, измеряя относительное количество изотопов $^{3}_{1}H$ и $^{1}_{1}H$ в пробах воды, взятых в различных местах на Земле, можно определить, какое время тому назад эта вода выпала в виде дождя.

Таблица 30.3

Образец	Известный возраст, годы	Возраст по датировке С-14, годы
1. Уголь из пещеры Ласку (использованный для рисунков на стенах пещеры)		15516 ± 900
2. Брус из деревянного перекрытия крыши гробницы визиря Химака	4700—5100	4883 ± 20
3. Кипарисовая балка из гробницы фараона Снеферу	4575 ± 75	4802 ± 210
4. Олений рог из индийского поселения в округе Батлер (штат Кентукки, США)		4333 ± 450
5. Дерево палубы погребального ковчега из гробницы фараона Сесостриса III	3750	3621 ± 180
6. Рисунки бушменов в Южной Африке		3368 ± 200
7. Древесина гигантского красного дерева, известного под названием Столетнего пня, срубленного в 1874 г.	2928 ± 51	2710 ± 130
8. Свитки Мертвого моря	2054 ± 100	1917 ± 200

Примечание. Все даты были установлены к осени 1954 г.

ЗАДАЧИ

30.1. Активность 1 г радия $^{226}_{88}Ra$ равна 1 Ки. Определите среднее время жизни и период полураспада радия.

30.2. Получите формулу для периода распада на 1/3 радиоактивного элемента, т. е. формулу для времени, в течение которого элемент распадается до 1/3 его первоначального количества.

30.3. Изотоп урана $^{238}_{92}U$ испускает α-частицы, причем известно, что 1 г его испускает 12 200 α-частиц в 1 с. Используя эти данные, вычислите период полураспада этого изотопа урана.

30.4. Постоянная распада изотопа $^{210}_{82}Pb$ равна 10^{-9} $с^{-1}$. Вычислите время, в течение которого распадается 2/5 первоначального количества образца данного изотопа Pb-210.

30.5. Период полураспада изотопа $^{238}_{92}U$ относительно α-распада равен $4{,}5 \cdot 10^9$ лет. Вычислите активность 1 г этого изотопа урана, т. е. число распадов в 1 с.

30.6. Период полураспада изотопа $^{210}_{83}Bi$ равен 5 дням. Вычислите постоянную распада для интервала времени в 1 ч. Какая доля данного образца останется нераспавшейся по истечении 15 дней?

30.7. Количество изотопа $^{226}_{88}Ra$, равное 10^{-6} моль, находится в равновесии с его продуктами распада — изотопами $^{222}_{86}Rn$ и $^{218}_{84}Po$. Найдите, сколько атомов каждого изотопа имеется в этой смеси.

30.8. Покажите, исходя из формулы (30.17) и считая, что N_0 — число родительских ядер, бывших вначале, а λ, λ' — соответственно постоянные распада родительского и дочернего ядер, что время, при котором число дочерних ядер оказывается максимальным, можно вычислить по формуле

$$t_{max} = \frac{\ln \frac{\lambda'}{\lambda}}{\lambda' - \lambda}.$$

30.9. Некоторый радиоактивный элемент рассматривается по истечении времени, равного его среднему времени жизни. Какая доля первоначального количества элемента распалась за это время?

30.10. Какое количество каждого из элементов U-238 и Th-232 будет иметь активность, равную 1 мКи?

30.11. Известно, что образец изотопа $^{223}_{88}Ra$ первоначально имел активность $3{,}0 \cdot 10^4$ распадов в 1 мин. По таблице активности этого образца (см. табл. 30.4) постройте график зависимости активности от времени и определите период полураспада и среднее время жизни образца.

30.12. Изотоп стронция ($^{90}_{38}Sr$) излучает β^--частицы и распадается с периодом полураспада, равным 28 лет. Сколько времени потребуется, чтобы распалось 90% первоначального количества стронция?

30.13. Образец руды содержит уран и свинец Pb-206. Считая, что образец содержит 0,85 г изотопа Pb-206 на каждый грамм изотопа U-238, определите возраст данного образца руды.

30.14. Радиоактивный образец некоторого материала испускает излучение мощностью 10^{-5} Вт. По истечении 5 ч мощность излучения стала равной 10^{-6} Вт Чему равен период полураспада образца?

30.15. Радиоактивный изотоп $^{228}_{89}Ac$ распадается с периодом полураспада 6,13 ч. Изотоп $^{228}_{90}Th$ распадается в изотоп Ra-224 с периодом полураспада 1,91 года. Изобразите графически зависимость числа ядер изотопа Th-238, имеющихся в образце в каждый данный момент времени, от времени. Считайте, что при $t = 0$ имеется N_0 ядер изотопа Ac-228 и ни одного ядра изотопа Th-228.

30.16. Радиоактивный изотоп $^{212}_{83}Bi$, имеющий период полураспада 61 мин, испускает α- и β-частицы. Из всех этих распадов 34% являются α-распадами и 66% β-распадами. Для 1 мкг образца изотопа Bi-212 найдите: а) начальные активности образца относительно распадов с испусканием α-частиц и с испусканием β-частиц; б) аналогичные активности образца по истечении 3,0 ч.

30.17. В природном уране содержится 0,0058% изотопа $^{234}_{92}U$. Известно, что период полураспада изотопа равен $4{,}51 \cdot 10^9$ лет. Чему равен период полураспада изотопа U-234?

30.18. Период полураспада изотопа $^{210}_{84}Po$ равен 138,4 дня. Вычислите активность (в милликюри) по истечении 1 года, если начальное количество изотопа 1,0 мкг.

Таблица 30.4

Прошедшее время, дни	0	10	20	30	40	50	60	80
Активность образца изотопа $^{223}_{88}Ra$ (число распадов в 1 мин)	$30 \cdot 10^4$	$17 \cdot 10^4$	$9{,}0 \cdot 10^4$	$5{,}0 \cdot 10^4$	$3{,}0 \cdot 10^4$	$1{,}5 \cdot 10^4$	$1{,}0 \cdot 10^4$	$0{,}3 \cdot 10^4$

Глава 31

РАДИОАКТИВНОСТЬ (II)

Мария Склодовская-Кюри
(1867—1934)

Родилась в Варшаве (Польша). Училась в Сорбонне, где в 1906 г. в качестве преемника своего мужа Пьера стала первой женщиной-профессором Сорбоннского университета. Научные работы посвящены радиоактивности и ее применению. М. Склодовская-Кюри обстоятельно изучила и измерила излучение, испускаемое ураном, проверила все химические элементы на радиоактивность, открыла и выделила два новых химических элемента: полоний и радий. М. Кюри получила Нобелевскую премию по

физике (вместе с Пьером) в 1903 г. и по химии в 1911 г. Умерла от лейкемии, вызванной излучениями радиоактивных веществ, с которыми она постоянно работала.

31.1. Альфа-распад

Большинство тяжелых ядер (при $Z \geqslant 84$, $A \geqslant 208$) распадается с испусканием α-частиц по схеме:

$$^{A}_{Z}\text{Р} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\text{Д} + {}^{4}_{2}\text{He}. \qquad (31.1)$$

В частности, рассмотрим следующий распад:

$$^{226}_{91}\text{Pa} \rightarrow {}^{222}_{89}\text{Ac} + {}^{4}_{2}\text{He}.$$

Энергетический эффект Q для этой ядерной реакции можно найти, составляя разность начальной массы

$m_р = 226{,}0280$ а. е. м. (Pa-226)

и конечной массы

$m_д = 222{,}0178$ а. е. м. (Ac-222)
$m_α = 4{,}0026$ а. е. м. (He-4)

$226{,}0204$ а. е. м.

Отсюда для энергетического эффекта имеем значение

$$m_р - (m_д + m_α) = 226{,}0280 \text{ а. е. м.} - 226{,}0204 \text{ а. е. м.} = 0{,}0076 \text{ а. е. м.},$$

или в единицах энергии $Q = 0{,}0076$ а. е. м. · 931 МэВ/а. е. м. = 7,07 МэВ. Так как $Q > 0$, энергия в рассматриваемой ядерной реакции выделяется.

Остановимся на *α-распадах ядер* подробнее. Закон сохранения массы-энергии для реакции (31.1) дает соотношение

$$m_р c^2 = m_д c^2 + m_α c^2 + K_д + K_α, \qquad (31.2)$$

где $K_д$ и $K_α$ — соответственно кинетические энергии дочернего ядра и α-частицы. Поэтому энергетический эффект будет равен:

$$Q = K_д + K_α = [m_р - (m_д + m_α)]c^2 > 0. \qquad (31.3)$$

Кинетическую энергию родительского ядра мы не учитываем, так как предполагаем, что оно до начала реакции покоилось.

В соответствии с законом сохранения импульса имеем простое соотношение

$$m_α v_α = m_д v_д, \qquad (31.4)$$

из которого мы сразу можем заключить, что

$$\frac{m_α^2 v_α^2}{2} = \frac{m_д^2 v_д^2}{2},$$

или с использованием сокращенных обозначений для кинетических энергий

$$m_\alpha K_\alpha = m_д K_д. \tag{31.5}$$

Для масс имеем следующие значения:

$$m_\alpha = 4 \text{ а. е. м.}, \quad m_д = (A-4) \text{ а. е. м.},$$

так что из формулы (31.5) получаем:

$$4K_\alpha = (A-4)K_д,$$

или

$$K_д = \frac{4}{A-4} K_\alpha. \tag{31.6}$$

Величину Q можно рассчитать, используя формулу (31.5), в результате будем иметь:

$$Q = \frac{4}{A-4} K_\alpha + K_\alpha = \frac{A}{A-4} K_\alpha.$$

Отсюда получается формула

$$K_\alpha = \frac{A-4}{A} Q, \tag{31.7}$$

выражающая кинетическую энергию α-частицы через энергетический эффект реакции Q. Согласно формуле (31.7) пучок испускаемых при распаде α-частиц оказывается *моноэнергетическим*, как это показано на рисунке 31.1.

Подставляя (31.7) в (31.6), для кинетической энергии дочернего ядра получаем:

$$K_д = \frac{4}{A} Q. \tag{31.8}$$

Для очень тяжелых ядер массовое число A велико и $A-4 \approx A$, так что для кинетических энергий α-частицы и дочернего ядра получим формулы

$$K_\alpha \approx Q \text{ и } K_д \approx 0,$$

т. е. α-частица уносит практически всю энергию, выделяющуюся при α-распаде в форме кинетической энергии.

Некоторые радиоактивные изотопы, которые были открыты и выделены первыми, например изотопы Ra-226, Em-222 и Po-218, служили источниками α-частиц. Изотоп полония Po-214 испускает

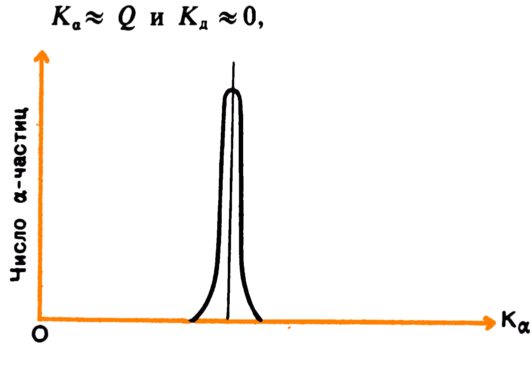


Рис. 31.1

очень энергетические α-частицы (7,7 МэВ). Вследствие того что α-частицы массивные (они содержат по четыре нуклона) и имеют двойной заряд (+2e), длина их свободного пробега в веществе невелика. Большинство α-частиц останавливает даже слой воздуха толщиной в несколько сантиметров или лист бумаги. Так, длина свободного пробега в воздухе α-частиц, испускаемых ураном, равна всего 2,7 см, а испускаемых радием — 3,3 см. В урановых радиоактивных семействах ядра с самым коротким периодом полураспада (162 мкс) испускают самые энергетические α-частицы с длиной свободного пробега в воздухе 6,9 см.

Существует простое соотношение между периодом полураспада α-источника и кинетической энергией (свободным пробегом) испускаемых им α-частиц. Впервые оно было сформулировано в виде чисто эмпирического закона Гейгера — Наталла:

$$\ln T_{1/2} = A \ln K + B. \qquad (31.9)$$

Здесь постоянная A практически одинакова для всех трех естественных радиоактивных семейств ядер, а постоянная B имеет разные значения для каждого семейства.

Этот эмпирический закон обосновал Гамов в теории α-распада ядер, объяснив его квантовомеханическим туннельным эффектом.

31.2. Позитронный бета-распад

Позитронный распад, или β^+-распад, представляется схематически уравнением

$$^{A}_{Z}P \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Д + {}^{0}_{1}\beta + \nu, \qquad (31.10)$$

в котором P и $Д$ — родительское и дочернее ядра, $^{0}_{1}\beta$ — позитрон, ν — нейтрино. Нейтрино — трудноуловимая частица без заряда и с нулевой массой покоя. Теоретически ее предсказал Паули, экспериментально ее нашли Ф. Рейнес и К. А. Кован в 1956 г.

Согласно закону сохранения массы-энергии для позитронного распада имеем соотношение

$$(m_р - Zm_e^-)c^2 = [m_д - (Z-1)m_e^-]c^2 + m_e^+ c^2 + K_д + K_\beta + K_\nu, \qquad (31.11)$$

где $m_р$, $m_д$, m_e^+ — соответственно атомные массы родительского и дочернего ядер, позитрона и электрона, $K_д$, K_β и K_ν — соответственно кинетические энергии дочернего ядра, позитрона и нейтрино.

Энергетический эффект Q рассматриваемой ядерной реакции равен:

$$Q = K_д + K_\beta + K_\nu = (m_р - m_д - 2m_e)c^2, \qquad (31.12)$$

и, чтобы позитронный распад действительно был возможен, необходимо выполнение условия:

$$m_р > m_д + 2m_e,$$

которое означает, что $Q > 0$.

Изотоп $^{107}_{49}In$ излучает позитроны, распадаясь в ядерной реакции

$$^{107}_{49}In \rightarrow ^{107}_{48}Cd + ^{0}_{1}\beta + \nu.$$

Начальная масса равна:

$$m_р = 106{,}9182 \text{ а. е. м. (In-107)},$$

а конечная масса равна:

$$m_д = 106{,}9065 \text{ а. е. м. (Cd-107)}$$
$$2m_e = 2(0{,}00055) = 0{,}0011 \text{ а. е. м.}$$
$$m_д + 2m_e = 106{,}9076 \text{ а. е. м.}$$

Разность масс, таким образом, составляет:

$$m_р - (m_д + 2m_e) = 106{,}9182 \text{ а. е. м.} - 106{,}9076 \text{ а. е. м.} = 0{,}0106 \text{ а. е. м.}$$

Следовательно, для энергетического эффекта Q рассматриваемой ядерной реакции имеем значение

$$Q = 0{,}0106 \text{ а. е. м.} \cdot 931 \text{ МэВ/а. е. м.} = 9{,}9 \text{ МэВ}.$$

Энергетический спектр позитронов в реакциях позитронного распада атомных ядер *непрерывный* с резко обозначенным *краем* при некоторой определенной энергии, как это показано на рисунке 31.2. Если бы не было испускаемых при β-распаде нейтрино, то пучок позитронов был бы моноэнергетическим, так как тогда все позитроны обладали бы одним и тем же импульсом, равным импульсу дочернего ядра ($p_\beta = p_д$), так как родительское ядро практически покоится.

Чтобы объяснить непрерывное распределение энергий позитронов, испускаемых при β-распаде, необходимо ввести третью частицу — *нейтрино*. Так как родительское ядро предполагается покоящимся, то согласно закону сохранения импульса получаем

$$\vec{p}_д + \vec{p}_\beta + \vec{p}_\nu = 0. \quad (31.13)$$

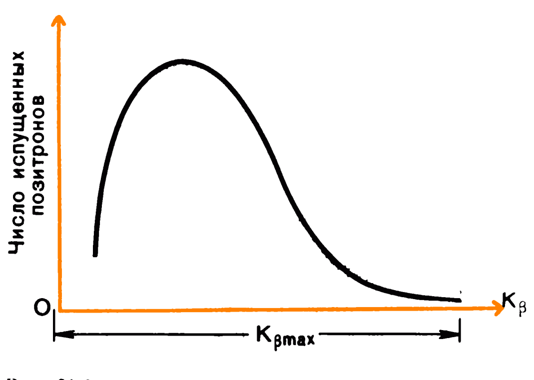


Рис. 31.2

Использование нейтрино позволяет объяснить непрерывный энергетический спектр позитронов, так как импульсы $\vec{p}_д$, $\vec{p}_\beta$ и $\vec{p}_\nu$ могут теперь принимать непрерывные множества различных значений, хотя все они в векторной сумме и дают нуль. Резкий обрыв спектра (см. рис. 31.2) происходит при энергии $K_{\beta max} = Q$; при этом

$K_д = K_\nu = 0$ и позитрон уносит всю энергию, выделяющуюся при реакции.

Заметим, что в уравнении реакции (31.10) протонное число дочернего ядра равно $Z-1$, а родительского ядра равно Z, так что дочернее ядро имеет на один протон меньше. В то же время массовое число дочернего ядра равно A, т. е. оно равно массовому числу родительского ядра. Нейтронное число дочернего ядра $N' = A-(Z-1) = (A-Z)+1$, т. е. в дочернем ядре оказывается на один нейтрон больше. Позитронный распад ядра можно, таким образом, интерпретировать как реакцию превращения одного протона, находящегося внутри атомного ядра, в нейтрон с испусканием позитрона и нейтрино. Это ядерное превращение можно представить следующим уравнением:

$$^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}\beta + \nu. \qquad (31.14)$$

31.3. Электронный бета-распад

Электронный распад, или β^--распад, представляется схематически уравнением

$$^{A}_{Z}P \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Д + {}^{0}_{-1}\beta + \bar{\nu}, \qquad (31.15)$$

в котором ${}^{0}_{-1}\beta$ — электрон, $\bar{\nu}$ — антинейтрино[1]. Антинейтрино, как и нейтрино, не имеет ни заряда, ни массы. Это античастица для нейтрино; о незначительном отличии этих двух частиц мы поговорим в гл. 37.

Согласно закону сохранения массы-энергии имеем соотношение

$$(m_р - Zm_e)c^2 = [m_д - (Z+1)m_e]\,c^2 + m_ec^2 + K_д + K_\beta + K_{\bar{\nu}}, \qquad (31.16)$$

где $K_{\bar{\nu}}$ — кинетическая энергия антинейтрино.

Энергетический эффект Q реакции электронного ядерного распада дается формулой

$$Q = K_д + K_\beta + K_{\bar{\nu}} = (m_р - m_д)c^2, \qquad (31.17)$$

причем только при $m_р > m_д$ $(Q > 0)$ распад в самом деле может произойти.

Рассмотрим подробнее, например, следующую возможную ядерную реакцию электронного распада:

$$^{15}_{6}C \rightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{0}_{-1}\beta + \bar{\nu},$$

чтобы определить, может ли изотоп C-15 испускать электроны. Разность масс ядер для нее равна:

$$m_р = 15{,}01060 \text{ а. е. м. (C-15)}$$
$$m_д = 15{,}00011 \text{ а. е. м. (N-15)}$$
$$m_р - m_д = 0{,}01049 \text{ а. е. м.}$$

[1] Первая попытка детектировать нейтрино была предпринята на Хэндфордском атомном заводе в США в 1953 г.

Таким образом,

$$Q = 0{,}0105 \text{ а. е. м.} \cdot 931 \text{ МэВ/а. е. м.} = 9{,}8 \text{ МэВ}.$$

Так как $Q > 0$, указанная реакция может идти самопроизвольно.

Энергетический спектр испущенных электронов будет *непрерывным* с четко выраженной *максимальной* энергией, в точности таким же, как энергетический спектр позитронов (см. рис. 31.2). Испускаемые электроны были бы моноэнергетическими, т. е. обладали только одним возможным значением импульса, если бы они не делили своей энергии с антинейтрино. При максимальной энергии в спектре, которая равна максимальной энергии испущенного электрона, $K_{\bar{\nu}} = 0$ и $K_\beta = 0$.

Наконец, из уравнения реакции (31.15) следует, что дочернее ядро имеет $Z + 1$ протонов, т. е. на один протон больше, чем родительское ядро; дочернее ядро имеет, кроме того, на один нейтрон меньше, чем родительское ядро. Это заставляет считать, что здесь на самом деле происходит реакция распада нейтрона, входящего в состав атомного ядра:

$$^1_0n \to {}^1_1p + {}^{\;\,0}_{-1}\beta + \bar{\nu}. \tag{31.18}$$

31.4. Электронный захват

При некоторых обстоятельствах атомное ядро может поглотить один из орбитальных электронов своего атома. Так как вероятнее всего может захватываться электрон, наиболее близкий к ядру, то наиболее часто поглощаются ядром электроны K-оболочки. По этой причине ядерную реакцию захвата электронов ядром принято называть K-захватом. Захваты с L- и M-оболочек тоже возможны, но они намного менее вероятны.

Если происходит K-захват, то дочернее ядро имеет на один протон меньше, чем родительское ядро. Остальные электроны в атоме перегруппировываются таким образом, что получается новое атомное состояние и испускается характеристический рентгеновский квант.

Схематически уравнение реакции для K-захвата можно записать в виде

$${}^{\;\,0}_{-1}\beta + {}^A_ZP \to {}_{Z-1}^{\quad\;A}Д + \nu. \tag{31.19}$$

Согласно закону сохранения массы-энергии для этой ядерной реакции имеем соотношение

$$m_ec^2 + (m_р - Zm_e)c^2 = [m_д - (Z-1)m_e]c^2 + K_д + K_\nu, \tag{31.20}$$

причем энергетический эффект данной реакции равен:

$$Q = K_д + K_\nu = (m_р - m_д)c^2, \tag{31.21}$$

где $K_д$ и K_ν — соответственно кинетические энергии дочернего ядра и нейтрино. Чтобы рассматриваемая реакция могла произойти, необходимо выполнение условия $Q > 0$, т. е. условия $m_р > m_д$.

Классическим примером реакции K-захвата является ядерная

реакция преобразования изотопа V-49 в изотоп Ti-49:

$$ {}_{-1}^{0}\beta + {}_{23}^{49}V \rightarrow {}_{22}^{49}Ti + \nu. \qquad (31.22) $$

Чтобы убедиться, что указанная реакция возможна, вычислим ее энергетический эффект:

$m_р = 48{,}948523$ а. е. м. (V-49)
$m_д = 48{,}947867$ а. е. м. (Ti-49)

$m_р - m_д = 0{,}000656$ а. е. м.

Следовательно,

$$ Q = 0{,}000656 \text{ а. е. м.} \cdot 931 \text{ МэВ/а. е. м.} = 0{,}61 \text{ МэВ}. $$

Так как число протонов в дочернем ядре на единицу меньше числа протонов в родительском ядре, а число нейтронов в нем на единицу больше, то реакцию K-захвата можно интерпретировать как реакцию

$$ {}_{-1}^{0}\beta + {}_{1}^{1}p \rightarrow {}_{0}^{1}n + \nu, \qquad (31.23) $$

происходящую с одним из протонов ядра. В реакции (31.23) получаются две частицы, и, следовательно, согласно закону сохранения импульса они должны разлетаться в противоположных направлениях с равными по абсолютному значению импульсами. Таким образом, и нейтрино, и дочернее ядро будут лететь после реакции с вполне определенной кинетической энергией. Энергетический спектр дочерних ядер и нейтрино, следовательно, моноэнергетический.

31.5. Гамма-распад

Стабильные ядра обычно находятся в состояниях с наименьшей энергией, или в своих основных состояниях. Однако их можно возбудить бомбардировкой частицами или фотонами. Возвращаясь в свое основное состояние, возбужденное ядро испускает γ-квант. Этот процесс происходит чаще всего. Схематически процесс γ-распада описывается уравнением

$$ ({}_{Z}^{A}M)^* \rightarrow {}_{Z}^{A}M + \gamma. \qquad (31.24) $$

Звездочка указывает, что ядро является возбужденным. Оба ядра — дочернее и родительское — имеют одинаковый состав нуклонов (протонов и нейтронов). Гамма-распад происходит с обязательным выполнением законов сохранения импульса и массы-энергии. Пусть E^* — энергия возбужденного и E — энергия основного состояния ядра. Тогда γ-квант должен иметь энергию

$$ h\nu = E^* - E, \qquad (31.25) $$

где ν — частота γ-кванта.

Так как распадающееся ядро первоначально покоилось, то согласно закону сохранения импульса оно должно после реакции приобрести импульс отдачи $p_д$, равный по абсолютному значению импульсу испущенного фотона:

$$ p_д = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c} \qquad (31.26) $$

(здесь γ и ν — длина волны и частота испущенного γ-кванта), но противоположный ему по направлению.

Реакция поглощения ядром γ-кванта отличается от реакций поглощения ядром заряженных частиц, например α- и β-частиц. Альфа- и бета-частицы теряют свою энергию в неупругих столкновениях и замедляются в веществе до тех пор, пока не остановятся, после этого они и поглощаются ядром. Гамма-кванты не «замедляются» при прохождении через вещество, хотя интенсивность γ-излучения и уменьшается по закону:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \tag{31.27}$$

где μ — коэффициент поглощения, x — толщина слоя поглощающего γ — излучение материала. Гамма-кванты не имеют определенной длины свободного пробега в веществе и подобны рентгеновскому излучению в том отношении, что интенсивность излучения убывает вследствие действия одного или нескольких следующих эффектов: фотоэффекта, эффекта комптоновского рассеяния, эффекта рождения электрон-позитронных пар.

31.6. Радиологическая опасность

Хорошо известно, что ядерные излучения, например γ-, α- или β-излучения, потоки нейтронов и т. д. могут причинить повреждения человеческому организму. Уже через год после открытия рентгеновских лучей изготовители рентгеновских трубок заметили, что рентгеновские лучи повреждают их руки, и они обратились за медицинской помощью. Беккерель получил радиационный ожог груди, потому что носил бутылочку с радием в кармане пиджака.

Вредное влияние ядерных излучений, по-видимому, связано с ионизацией и возбуждением атомов живых клеток организма вследствие эффекта Комптона, тормозного излучения, фотоэффекта и некоторых других эффектов. Отдельные составные части живой клетки изменяются или разрушаются от этой ионизации, и продукты разложения начинают действовать как яды. Примерами нарушений в организме являются разрушение хромосом, распухание ядер клеток и вообще клеток, изменения в проницаемости клеточных мембран и разрушение клеток.

Часто нормальный процесс замены клеток организма новыми полностью нарушается из-за неспособности облученных клеток производить себе подобные, когда на эти клетки попадает ионизирующее излучение. Наиболее чувствительные клетки — клетки костного мозга, лимфатических желез, полости рта и кишечника, половых органов, фоликул волос и кожи. Ткани печени и почек менее чувствительны к облучению. Менее всего чувствительны к ионизирующим излучениям нервы, мозг, ткани мускулов.

В силу того что различные излучения поглощаются по-разному, используют специальную единицу дозы поглощенного организмом излучения, называемую р а д о м (рад), чтобы количественно харак-

Таблица 31.1

Эффекты действия доз проникающего ионизирующего излучения на организм человека

Интенсивность облучения / Эффект	100—200 Р	200—600 Р	600—1000 Р	1000—5000 Р	Свыше 5000 Р
Случаи рвоты	100 Р — 5% 200 Р — 50%	300 Р — 100%	100%	100%	100%
Через сколько времени	3 ч	2 ч	1 ч	1/3 ч	1/2 ч
Основной пораженный орган	Кроветворные ткани	Кроветворные ткани	Кроветворные ткани	Ткани желудка	Центральная нервная система
Характерные признаки	Тяжелая лейкемия; покраснение; кровотечение; инфекции; припадки (свыше 300 Р)			Понос, лихорадка	Конвульсии, дрожь, сонливость
Критический период после облучения		4—6 нед	4—6 нед	5—14 дней	1—48 ч
Терапия	Психотерапия, контроль за состоянием крови, антибиотики	Переливание крови, антибиотики	По возможности пересадка костного мозга	Поддерживать электролитический баланс	Успокаивающее снотворное
Прогноз	Отличный	Благоприятный	Двойной исход	Безнадежный	Безнадежный
Период выздоровления	Несколько недель	1—12 мес	Долгий	—	—
Случаи смерти	Ни одного	0—80% (по-разному)	80—100% (по-разному)	90—100%	90—100%
Смерть наступает через	—	2 мес	2 мес	2 нед	2 дня
Причина смерти	—	Кровотечения, инфекции	Кровотечения, инфекции	Циркулирующий коллапс	Дыхательная недостаточность, мозговая эндема

теризовать степень облучения. 1 рад — это доза, при которой облученному веществу массой 1 кг передается энергия ионизирующего излучения, равная 0,01 Дж. Так как поглощенная доза излучения производит разный эффект в зависимости от типа излучения, вводят коэффициент относительной биологической активности (КОБА), чтобы характеризовать данное ядерное излучение. Этот коэффициент определяют как отношение дозы полученного организмом ядерного излучения к дозе γ-лучей, которые производят тот же биологический эффект. Наконец, единицей дозы излучения для конкретного биологического эффекта является рентген (Р). Это доза в радах, умноженная на КОБА.

КОБА для рентгеновских и γ-лучей приближенно равен единице. Также равен единице КОБА для β-частиц. КОБА для α-частиц от радиоактивных источников колеблется от 10 до 20 в зависимости от энергии α-частиц и типа облучаемой ткани. Одна доза α-излучения может причинить в 10—20 раз больше вреда, чем та же самая доза β-излучения. Для нейтронов КОБА изменяется от 1 до 10 в зависимости от энергии нейтронов и типа ткани.

В табл. 31.1 проводится сравнение эффектов действия различных доз облучения ионизирующими излучениями.

ЗАДАЧИ

31.1. Ядро $^{222}_{86}$Rn испускает α-частицу, имеющую скорость $1{,}6 \cdot 10^7$ м/с. Вычислите импульс и кинетическую энергию: а) α-частицы; б) ядра отдачи. Чему равна скорость ядра отдачи?

31.2. Найдите энергию отрыва: а) наименее связанного нейтрона от ядра O-16; б) наименее связанного протона от того же ядра. Вычислите энергию связи для ядра O-16 и сравните ее с энергиями отрыва, определенными при решении в п. а) и б).

31.3. Ядро $^{60}_{27}$Co распадается β^--распадом, при этом получается ядро $^{60}_{28}$Ni в возбужденном состоянии. Чему равна энергия отдачи ядра Ni-60 после того, как оно испустило γ-квант с энергией 1,30 МэВ?

31.4. Может ли ядро $^{9}_{5}$B испустить α-частицу?

31.5. Укажите возможные реакции распада ядра $^{126}_{53}$I.

31.6. Ядро $^{227}_{92}$U может распадаться α-распадом. В какое ядро оно превращается? Найдите кинетическую энергию и импульс α-частицы. Чему равна энергия отдачи дочернего ядра?

31.7. Радий-226 испускает α-частицы с энергиями 4,78 и 4,60 МэВ. Изобразите для этих распадов диаграммы энергетических уровней и рассчитайте энергии γ-квантов, которые испускаются при α-распаде.

31.8. Рассчитайте энергетический эффект Q ядерной реакции β^+-распада ядра $^{13}_{7}$N. Чему равна начальная энергия испущенного позитрона?

31.9. Исследуйте на стабильность следующие ядра: $^{5}_{3}$Li, $^{8}_{3}$Li, $^{8}_{5}$B.

31.10. Ядро $^{219}_{86}$Rn испускает α-частицы четырех типов — с энергиями 6,817, 6,551, 6,423 и 6,211 МэВ. Оно также испускает γ-кванты с энергиями 0,128, 0,210, 0,267, 0,340, 0,392 и 0,605 МэВ. Постройте диаграмму энергетических уровней ядра, учитывая наличие всех этих ядерных реакций.

31.11. Докажите, что ядро $^{80}_{35}$Br может распадаться β^+- и β^--распадами, а также захватывать электроны. Рассчитайте для этого энергетические эффекты Q соответствующих ядерных реакций.

31.12. Энергия и пробег α-частицы в воздухе связаны формулой $R = 0{,}318\ E^{3/2}$, где E выражено в мегаэлектронвольтах, а R в метрах. Изотоп Po-212 испускает α-частицы с пробегами 11,2, 11,0, 9,58 и 8,50 м. Чему равны энергии соответствующих испущенных α-частиц?

31.13. а) Докажите, что ядро $^{7}_{4}Be$ может распадаться путем захвата электрона. б) Вычислите импульс нейтрино и дочернего ядра $^{7}_{3}Li$.

31.14. Какое получится ядро, когда ядро $^{238}_{92}U$ испытает последовательно 8 α-распадов и 6 β-распадов?

31.15. Вычислите толщину свинца, нужную для уменьшения интенсивности γ-излучения, идущего от некоторого изотопа, до 1/20 начальной интенсивности, считая, что коэффициент поглощения γ-лучей для свинца равен 46 $м^{-1}$.

Глава 32
ДЕЛЕНИЕ И СЛИЯНИЕ ЯДЕР

Энрико Ферми
(1901—1954)

Родился в Риме (Италия). В 1922 г. получил степень доктора в Пизанском университете. Ферми первым исследовал ядерные реакции с ядрами тяжелых элементов. Эти реакции он наблюдал, бомбардируя такие ядра нейтронами. За работы по изучению искусственной радиоактивности и ядерных реакций получил Нобелевскую премию по физике в 1938 г. В 1939 г. переехал в США и в 1945 г. стал гражданином США. В Чикагском университете в 1942 г. Ферми построил первый атомный реактор, в котором впервые была осуществлена самоподдерживающаяся цепная ядерная реакция. Искусственно полученный в 1955 г. элемент фермий был назван его именем.

32.1. Деление ядер

В экспериментах, проведенных Энрико Ферми, Эмилио Сегре и их сотрудниками в 1934 г., ядра урана бомбардировались нейтронами. Облученный нейтронами уран проявлял при этом искусственную β-радиоактивность с несколькими небольшими периодами полураспада. Так как в то время было уже известно, что ядра урана распадаются с испусканием α-частиц с очень большими периодами полураспада, то Ферми и его сотрудники предположили, что у них в уране образовались трансурановые элементы (с $Z > 92$). Это предположение, однако, оказалось неверным. Отто Ган и Фриц Штрассман вскоре показали с помощью очень тщательного химического анализа, что одним из образующихся радиоактивных элементов, получаемых в уране после бомбардировки нейтронами, был изотоп бария $^{141}_{56}Ba$. И тогда в 1939 г. Отто Фриш и Лиза Мейтнер выдвинули важную гипотезу, что ядра урана после бомбардировки нейтронами подвергаются реакции деления, в результате которой одно ядро урана расщепляется на два ядра примерно одинаковой массы, но меньших размеров.

К указанным экспериментам Ферми и его сотрудников привело сделанное ими ранее открытие, что нейтроны могут легко замедляться в веществе в результате упругих столкновений с атомными ядрами. Как об этом мы уже говорили выше, медленные нейтроны имеют

большое эффективное сечение захвата (около 550 б для тепловых нейтронов, налетающих на ядро $^{235}_{92}U$), так как они находятся достаточно долгое время в поле действия ядерных сил ядра. Медленные нейтроны обычно получают путем замедления нейтронных пучков пропусканием их через материалы, богатые водородом, например через воду или парафин.

Реакция деления ядер урана схематически может быть представлена уравнением

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{236}_{92}U^* \rightarrow X + Y + \text{нейтроны}, \qquad (32.1)$$

где $^{1}_{0}n$ — медленный нейтрон, $^{236}_{92}U^*$ — крайне нестабильный изотоп урана, X и Y — ядра-фрагменты, получаемые при делении ядра урана. Ядра-фрагменты в реакции деления могут быть, конечно, разные, как это действительно и обнаруживается в эксперименте. Типичными реакциями ядерного деления являются ядерные реакции

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{236}_{92}U^* \rightarrow ^{144}_{56}Ba + ^{89}_{36}Kr + 3^{1}_{0}n + Q, \qquad (32.2)$$

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{236}_{92}U^* \rightarrow ^{140}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + 2^{1}_{0}n + Q \qquad (32.3)$$

(здесь Q — энергия, выделяемая при реакции).

β-Активность, которую наблюдали Ферми и его сотрудники, происходила от радиоактивных распадов ядер-фрагментов, например от ядерных реакций

$$^{140}_{54}Xe \xrightarrow{\beta^-} ^{140}_{55}Cs \xrightarrow{\beta^-} ^{140}_{56}Ba \xrightarrow{\beta^-} ^{140}_{57}La \xrightarrow{\beta^-} ^{140}_{58}Ce \qquad (32.4)$$

$$^{94}_{38}Sr \xrightarrow{\beta^-} ^{94}_{39}Y \xrightarrow{\beta^-} ^{94}_{40}Zr$$

для второй приведенной реакции ядерного деления (32.3).

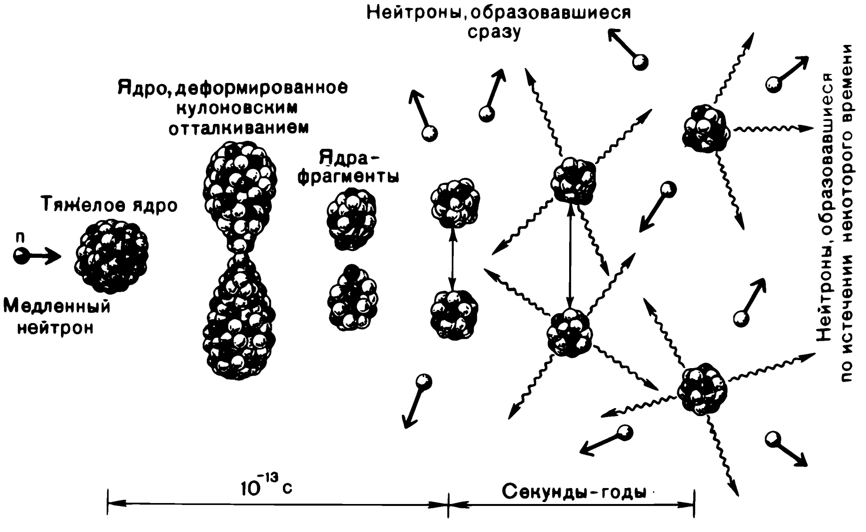


Рис. 32.1

Когда ядро $^{235}_{92}U$ захватывает замедленный нейтрон, энергия захваченного нейтрона распределяется между степенями свободы входящих в состав ядра нуклонов. Затем, подобно жидкой капле, ядро начинает сильно деформироваться до тех пор, пока кулоновское отталкивание его протонов не разорвет это ядро на два ядра-фрагмента, как это показано на рисунке 32.1. Распределение ядер-фрагментов, получаемых при делении ядра урана, захватившего нейтрон, по массовым числам показано на рисунке 32.2. Все ядра-фрагменты, образующиеся при делении ядра урана, попадают на диаграмме стабильных ядер (см. рис. 26.2) в область, расположенную слева от полосы стабильности, т. е. ядра-фрагменты имеют избыточное число нейтронов. Из-за этого избытка нейтронов они оказываются в сильной степени нестабильными. Возбужденные ядра-фрагменты почти сразу же испускают нейтроны по прошествии очень короткого промежутка времени порядка 10^{-13} с. Кроме этих сразу испущенных нейтронов, имеется, однако, другая группа *задержанных* по времени нейтронов, которые испускают ядра-фрагменты с периодом полураспада порядка нескольких секунд. Эти задержанные по времени нейтроны, как мы об этом расскажем ниже, очень важны для осуществления контроля за ядерными реакциями, происходящими в атомном реакторе.

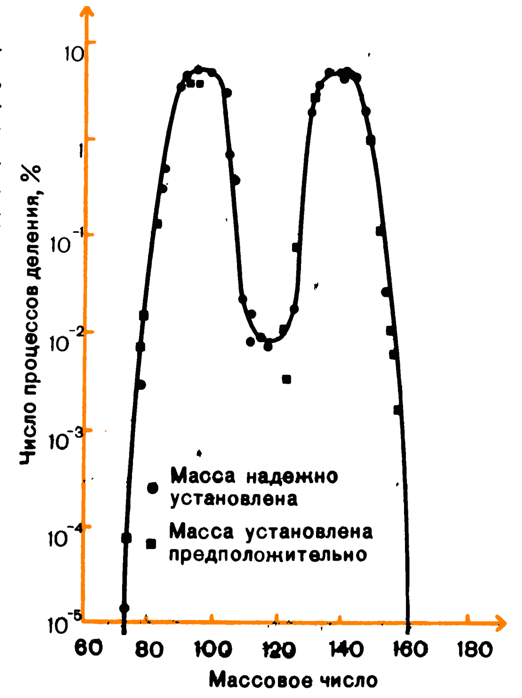


Рис. 32.2

При ядерной реакции деления выделяется довольно большое количество энергии. Еще немного энергии выделяется при радиоактивном распаде ядер-фрагментов.

Энергия ядерного деления высвобождается в форме кинетической энергии ядер-фрагментов и в виде кинетической энергии испускаемых ядрами-фрагментами электронов, фотонов, нейтрино и нейтронов.

Чтобы грубо прикинуть порядок величины энергии, выделяемой при реакции ядерного деления, возьмем ядерную реакцию деления (32.3) и (32.4). В этих реакциях нестабильное ядро $^{236}_{92}U^*$ расщепляется в конечном итоге на ядра-фрагменты $^{140}_{58}Ce$, $^{94}_{40}Zr$, 6 β-частиц и

2 нейтрино. Массы до и после деления следующие:

До деления:	После деления:
235,0439 а. е. м. ($^{235}_{92}U$)	139,9054 а. е. м. ($^{140}_{58}Ce$)
1,0087 а. е. м. ($^{1}_{0}n$)	93,9036 а. е. м. ($^{94}_{40}Zr$)
	2,0173 а. е. м. ($2^{1}_{0}n$)
	0,0033 а. е. м. ($6\beta^-$)
236,0526 а. е. м.	235,8296 а. е. м.

Разность масс равна 0,223 а. е. м., что дает громадный энергетический эффект: $Q = 0{,}223$ а. е. м. · 931 МэВ/а. е. м. = 208 МэВ! Для сравнения отметим, что энергия, выделяющаяся при α-распаде одного ядра, порядка 5 МэВ, а энергия, выделяемая в одном акте в химической реакции горения, порядка 4 эВ.

Нейтроны, получающиеся в реакции деления, можно снова использовать для совершения новых актов реакции деления ядер $^{235}_{92}U$, и при этом будет высвобождаться все больше и больше энергии. В «атомном котле», построенном Ферми в Чикагском университете, была осуществлена впервые самоподдерживающаяся цепная ядерная реакция. Она началась 2 декабря 1942 г.

Реакцию деления атомных ядер можно вызвать, бомбардируя тяжелые ядра не только нейтронами, но и другими частицами, например протонами, α-частицами и γ-квантами. В реакции деления ядер могут участвовать, кроме урана, также и более легкие элементы. Типичный пример такой реакции деления — реакция деления ядер меди, вызванная протонами с энергией 60 МэВ, ускоренными на циклотроне:

$$^{63}_{29}Cu + ^{1}_{1}p \rightarrow ^{38}_{17}Cl + ^{25}_{13}Al + ^{1}_{0}n. \qquad (32.5)$$

32.2. Слияние ядер

Солнце заметно не охлаждается с течением времени, несмотря на огромное количество энергии, которое оно теряет. Этот факт был загадочным для физиков до тех пор, пока они не открыли существование ядерной реакции. В 1938 г. Ханс Бете выдвинул гипотезу, что за большие количества энергии, высвобождаемые на Солнце и в других звездах, ответственны ядерные реакции, в которых два легких ядра объединяются или сливаются и образуют одно более тяжелое ядро. Такие реакции называются *ядерными реакциями слияния*.

Как видно из кривой энергии связи ядер, изображенной на рисунке 26.6, объединение двух легких ядер, относящихся к быстро восходящему участку этой кривой, в одно более тяжелое ядро дает ядро с большей энергией связи в расчете на один нуклон, чем в объединяющихся легких ядрах. Так как получается большая энергия связи, суммарная масса исходных, сливающихся ядер должна уменьшиться, в результате энергетический эффект Q получается положительным и в реакции слияния энергия действительно будет высвобождаться.

При высоких температурах и давлениях, существующих внутри Солнца и звезд, молекулы вещества диссоциированы на атомы, а высокоионизованные атомы образуют горячую и активную плазму. В этих условиях кулоновское отталкивание ядер может быть легко преодолено и ядра могут сливаться друг с другом. В результате высвобождается огромная энергия.

В связи с тем что водород — самый распространенный элемент во Вселенной, Бете предположил, что в звездах осуществляется следующий так называемый «углеродный цикл». Считается, что это наиболее важная цепочка ядерных реакций, при которой энергия выделяется за счет реакции деления ядер:

$$\begin{aligned}
&а)\ {}^{1}_{1}H + {}^{12}_{6}C \rightarrow {}^{13}_{7}N + \gamma;\\
&б)\ {}^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{\ 0}_{+1}e + \nu;\\
&в)\ {}^{1}_{1}H + {}^{13}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + \gamma;\\
&г)\ {}^{1}_{1}H + {}^{14}_{7}N \rightarrow {}^{15}_{8}O + \gamma;\\
&д)\ {}^{15}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}N + {}^{\ 0}_{+1}e + \nu;\\
&е)\ {}^{1}_{1}H + {}^{15}_{7}N \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He.
\end{aligned} \qquad (32.6)$$

Рассматривая внимательно эту цепочку реакций, убеждаемся, что ядро углерода С-12 выступает в ней как катализатор; с него цепочка реакций начинается, но им она и заканчивается. В приведенной цепочке ядерных реакций потребляется четыре ядра водорода (протона) и образуется 3 γ-кванта, 2 нейтрино, 2 позитрона и одно ядро гелия. Так что по существу в углеродном цикле идет реакция

$$4{}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2{}^{\ 0}_{+1}e + 2\nu + Q.$$

Вычислим разность масс для этой реакции:

4,031300 а. е. м. ($4{}^{1}_{1}H$)	4,002603 а. е. м. (${}^{4}_{2}He$)
	0,001098 а. е. м. ($2{}^{\ 0}_{+1}e$)
	4,003701 а. е. м.

Разность масс равна 4,031300 а. е. м. — 4,003701 а. е. м. = 0,0276 а. е. м., что дает $Q = 0{,}0267$ а. е. м. · 931 МэВ/а. е. м. = 25,7 МэВ. Эту энергию уносят с собой γ-кванты, нейтроны и ядро гелия, т. е. α-частица.

Еще в одном предполагаемом цикле ядерных реакций слияния участвуют в основном протоны, и поэтому он называется «протон-протонным циклом». В нем происходит следующая цепочка ядерных реакций:

$$\begin{aligned}
&а)\ {}^{1}_{1}H + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{2}_{1}H + {}^{\ 0}_{+1}e + \nu;\\
&б)\ {}^{2}_{1}H + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + \gamma;\\
&в)\ {}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2{}^{1}_{1}H.
\end{aligned} \qquad (32.7)$$

В этой цепочке реакции а) и б) должны произойти по два раза, чтобы получились два ядра ${}^{3}_{2}He$, нужные для реакции в). В результате всех этих реакций из четырех ядер водорода (протонов) образуются одна α-частица, 2 позитрона и 2 γ-кванта. Энергия, выделяемая в этом цикле, равна 26,2 МэВ.

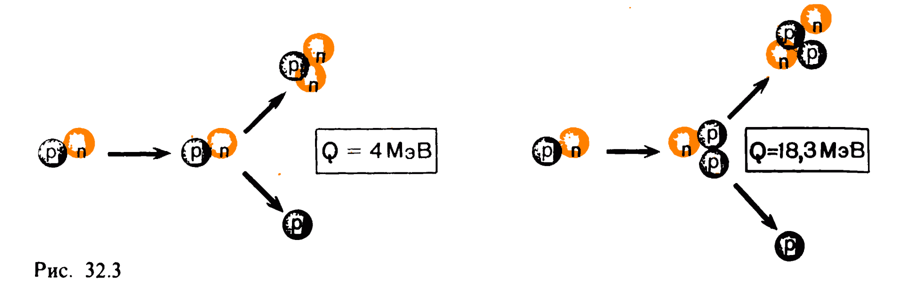


Рис. 32.3

На рисунке 32.3 схематически изображены другие важные ядерные реакции слияния:

$${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \to {}_1\text{H} + {}^1_1p + Q;$$
$${}^2_1\text{H} + {}^3_2\text{He} \to {}^4_2\text{He} + {}^1_1p + Q.$$

Ядерную реакцию слияния в принципе можно использовать для создания *контролируемого источника энергии*, но для этого необходимо решить целый ряд серьезных и трудных технических проблем. И одна из самых сложных из них — создание «сосуда», в котором можно было бы удержать очень горячую плазму при высоком давлении, необходимую для начала ядерной реакции слияния. Так как практически любой сосуд в обычном смысле этого слова расплавился бы и испарился в присутствии такой плазмы, в настоящее время предпринимаются попытки удержать плазму и контролировать ее поведение с помощью мощного магнитного поля специальной формы. Исследователи надеются, что при соответствующей напряженности поля и его форме в такой «магнитной бутылке» удастся нагреть плазму до требуемой температуры и довести до таких высоких давлений, которые нужны для начала ядерной реакции слияния.

Другая интересная возможность — использовать мощный (максимальная мощность порядка 50 ГВт) импульсный лазер на неодимовом стекле; предполагают, что с помощью такого лазера удастся повысить температуру плазмы до 7—10 млн. К. Реакция ядерного слияния должна будет идти в мишенях из твердого дейтерия в виде мелких крупинок.

32.3. Ядерные реакторы

Если произойдет хотя бы один акт реакции деления (32.2) или (32.3), то получатся нейтроны, которые в свою очередь можно использовать для инициирования последующих актов реакции ядерного деления, последние произведут еще больше нейтронов, которые вызовут еще больше актов реакции и т. д. Получится так называемая *цепная* реакция. Ядерные реакторы как раз и строят с той целью, чтобы в них происходили под нашим контролем цепные ядерные реакции деления и чтобы мы могли постоянно брать от этих реакторов выделяемую при ядерных реакциях энергию.

Контроль за нейтронами — самое основное в конструкции реакторов. Ведь на каждый тепловой нейтрон, поглощенный в ядерной реакции деления ядра U-235, выделяется около 2,5 нейтрона. Около 99% этих нейтронов образуется сразу по истечении 10^{-13} с и имеет энергию от 1 до 3 МэВ, а скорости порядка 10 000 м/с (намного большие скоростей тепловых нейтронов). Только небольшая доля этих быстрых нейтронов оказывается эффективной и может быть использована для инициирования актов реакции ядерного деления, потому что конкурирующие процессы, идущие в реакторе, выводят нейтроны из игры. Некоторые нейтроны просто упруго рассеиваются на ядрах, другие вообще выходят за пределы области взаимодействия в реакторе, часть нейтронов поглощается ядрами, которые не испытывают деления.

Чтобы контролировать потоки нейтронов в атомных реакторах, обязательно нужно использовать так называемые *замедлители.* Так как протон имеет массу, почти равную массе нейтрона, то на первый взгляд может показаться, что водород — самый идеальный замедлитель нейтронов. Они в нем будут замедляться просто путем упругих столкновений. К сожалению, это не так. В водороде идет реакция ${}_1^1\mathrm{H}(n,\ \gamma){}_1^2\mathrm{H}$, имеющая очень большое эффективное сечение, которая потребляет нейтроны и выводит их из игры. Хороший замедлитель должен, во-первых, содержать какой-нибудь легкий элемент, который мог бы замедлять нейтроны путем упругого обмена с ними энергией, и, во-вторых, должен обладать малыми эффективными сечениями для других возможных ядерных реакций, в которых могут поглощаться или тратиться замедляемые нейтроны.

Вещество данного замедлителя характеризуют эффективным сечением рассеяния σ_S нейтронов и эффективным сечением поглощения σ_a нейтронов. Еще одним полезным параметром замедлителя является число ξ — среднее от натурального логарифма от доли потерянной нейтроном энергии при одном столкновении, взятого со знаком «минус»:

$$\xi = \left(-\ln\frac{E}{E_0}\right)_{av}, \qquad (32.8)$$

где E и E_0 — энергии нейтрона до и после столкновения.

Для ядра с атомной массой $A > 10$ имеем приближенную формулу

$$\xi \approx \frac{2}{A + \frac{2}{3}}. \qquad (32.9)$$

Меру способности вещества замедлителя замедлять нейтроны или эффективность такого вещества характеризуют параметром, который называют «фактором замедления». Он определяется формулой

$$\text{фактор замедления} = \xi\,\frac{\sigma_s}{\sigma_a}. \qquad (32.10)$$

В табл. 32.1 сопоставляются значения факторов замедления для различных веществ, используемых в качестве замедлителей в атомных реакторах.

12—744

Таблица 32.1

Материал	Массовое число	ζ	Число столкновений до замедления	Фактор замедления
Водород H	1	1,00	18	66
Вода H_2O	2[1]	0,93	19	67
Тяжелая вода D_2O	4[1]	0,51	35	21 000
Гелий He (при нормальном давлении)	4	0,53	43	94
Бериллий Be	9	0,21	86	160
Углерод C	12	0,16	114	170
Уран U	238	0,0084	2172	0,009

Пример 32.1. Сколько соударений должен испытать нейтрон с энергией 5 МэВ с ядрами Pb-206 до замедления до тепловой энергии?

Решение. Для Pb формула (32.9) дает:

$$\xi = \frac{2}{A + \frac{2}{3}} = \frac{2}{206 + \frac{2}{3}} = 0{,}0096.$$

Так как кинетическая энергия теплового нейтрона равна 1/25 эВ, то фактор, характеризующий потерю энергии нейтроном, равен:

$$\frac{5 \cdot 10^6 \text{ эВ}}{\frac{1}{25} \text{ эВ}} = 1{,}25 \cdot 10^8$$

и

$$\ln(1{,}25 \cdot 10^8) = 18{,}64.$$

Поскольку ξ есть среднее от логарифма доли потерянной в одном столкновении энергии, то среднее число столкновений нейтрона до замедления равно:

$$\frac{18{,}644}{0{,}0096} = 1940.$$

Так как чистый металлический уран содержит 99,3% изотопа $^{238}_{92}U$, 0,7% изотопа $^{235}_{92}U$ и приблизительно 0,006% изотопа $^{234}_{92}U$, то в нем много быстрых нейтронов поглощается ураном $^{238}_{92}U$ и продуктами ядерной реакции деления. Когда число нейтронов, потерянных или поглощенных в побочных ядерных реакциях (не реакциях ядерного деления), оказывается больше, чем число нейтронов, получаемых при реакции деления, самоподдерживающаяся цепная ядерная реакция в атомном реакторе затухает и полностью прекращается. Такой реактор называют «докритическим». Когда число имеющихся нейтронов для ядерных реакций деления все возрастает и возрастает с каждым новым актом реакции деления, выходная мощность атомного реактора растет и реактор становится «закритическим». Если цепная ядерная реакция деления такова, что один акт реакции произ-

[1] Только водород и дейтерий можно успешно использовать для замедления нейтронов.

водит ровно один нейтрон, который инициирует второй акт реакции деления, реактор называют «критическим». Цепная реакция в нем самоподдерживается и находится под контролем.

Чтобы контролировать работу атомного реактора, находящегося в критических условиях, используют специальные контролирующие *стержни*, обычно содержащие кадмий или бор, которые хорошо поглощают нейтроны. Эти стержни вводят в активную зону реактора. Когда стержни полностью погружены в реактор, они поглощают столько нейтронов, что цепная ядерная реакция в атомном реакторе останавливается. Затем контролирующие стержни понемногу выдвигают из реактора, до тех пор пока в атомном реакторе не окажется столько нейтронов, чтобы реактор превратился в закритический. После этого стержни вдвигают в реактор опять и т. д., пока реактор не будет приведен в критическое состояние и пока он не будет выделять постоянную во времени мощность.

Большая часть нейтронов, получаемых в реакции ядерного деления, сразу образуется, без задержки; они очень быстро замедляются до тепловых энергий. Следовательно, механический контроль за реактором был бы невозможен, если бы не было небольшой доли *задержанных* по времени нейтронов, испускаемых нестабильными ядрами-фрагментами, получаемыми при реакции ядерного деления, о которых мы говорили выше.

В самом первом ядерном реакторе, схематически изображенном на рисунке 32.4, содержалось 52 т урана в виде блоков, переложенных примерно 472 т графита, который служил замедляющим веществом. В реакторе было 5 контролирующих стержней (покрытых кадмием). Для обеспечения безопасности имелось еще три стержня с постоянной приложенной к ним механической нагрузкой, вталкивающей их в реактор (в случае, если во время аварии откажет электросеть).

Так как $^{235}_{92}U$ — единственный естественно встречающийся изо-

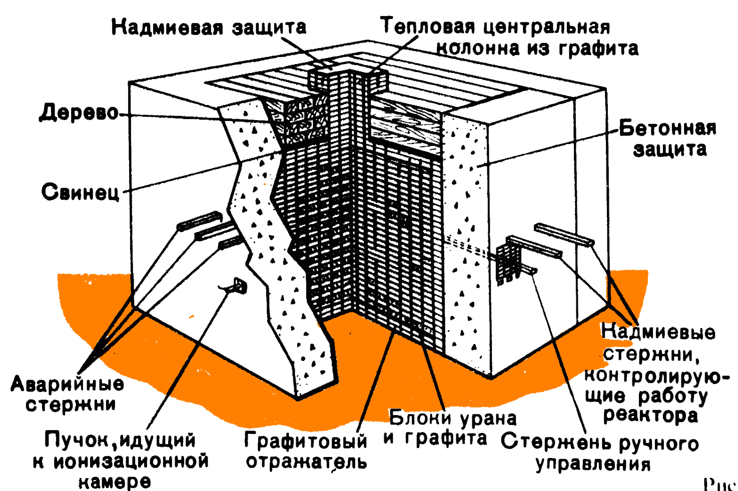


Рис. 32.4

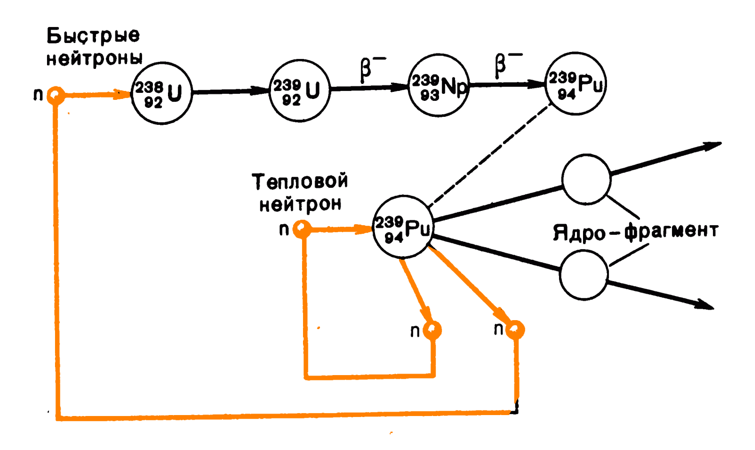


Рис. 32 5

топ, который подвергается ядерному делению тепловыми нейтронами, то легко понять, что уже через несколько десятков лет реакторы на урановом топливе станут неэкономичными. Но есть так называемые *реакторы-размножители*, использующие быстрые нейтроны, которые захватываются ядрами $^{238}_{92}U$. Эти ядра урана последующими β^--распадами распадаются в ядра плутония $^{239}_{94}Pu$, которые делятся тепловыми нейтронами. Принцип действия реактора-размножителя показан на рисунке 32.5. Обратим внимание, что два избыточных нейтрона, кроме захваченных и потерянных в результате ядерных реакций, должны обязательно получаться для поддержания реакции. Реакторы-размножители конструируют так, чтобы они давали больше топлива, чем потребляли. В течение нескольких лет реактор-размножитель удваивает исходное количество топлива, заложенное в него вначале.

ЗАДАЧИ

32.1. Тепловой нейтрон вызывает реакцию деления ядра $^{235}_{92}U$, которое расщепляется по цепочке реакций:

$$^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \rightarrow ^{98}_{40}Zr + ^{136}_{52}Te + 2\,^{1}_{0}n,$$

$$^{98}_{40}Zr \xrightarrow{\beta^-} ^{98}_{41}Cf \xrightarrow{\beta^-} ^{98}_{42}Mo$$

и

$$^{136}_{52}Te \xrightarrow{\beta^-} ^{136}_{53}I \xrightarrow{\beta^-} ^{136}_{59}Xe\,.$$

Найдите энергию, высвобождающуюся в этой цепочке ядерных реакций деления.

32.2. Используя кривую на рисунке 26.6, вычислите энергию, выделяемую при расщеплении ядра с массовым числом $A = 240$ на три равных фрагмента.

32.3. Какое количество металлического урана $^{235}_{92}U$ необходимо для бесперебойной работы атомного реактора с мощностью 100 кВт?

32.4. Считают, что в некоторых звездах энергия производится в ядерной реакции слияния трех α-частиц в ядро $^{12}_{6}C$. Какая энергия выделяется при таком слиянии ядер?

32.5. Когда сжигают уголь, выделяется энергия, равная 7500 ккал/кг. Какое количество угля эквивалентно 1 кг урана $^{235}_{92}U$?

32.6. По кривой энергии связи ядер, приведенной на рисунке 26.6, вычислите энергетический эффект Q для ядерных реакций слияния: а) ${}^{1}_{1}H + {}^{2}_{1}H$; б) ${}^{14}_{7}N + {}^{60}_{27}Co$; в) ${}^{60}_{27}Co + {}^{200}_{80}Hg$.

32.7. Сколько в среднем столкновений требуется, чтобы замедлить нейтрон с энергией 2,0 МэВ до энергии 1/25 эВ, если замедлителем будет: а) углерод; б) железо; в) золото?

32.8. Считая, что для ядер Cd эффективное сечение поглощения нейтронов равно 2450 б, а эффективное сечение рассеяния нейтронов равно 7 б, определите фактор замедления.

32.9. Чему равен фактор замедления для Ni? Эффективное сечение поглощения нейтронов для него равно 4,8 б, а эффективное сечение рассеяния нейтронов равно 17,5б. Сколько требуется столкновений, чтобы в этом замедлителе замедлить нейтрон до тепловой энергии, если он обладал начальной энергией 1,0 МэВ?

32.10. Чему равны число ξ и фактор замедления для карбида бария (Ba_2C)?

32.11. Вычислите энергетический эффект Q для реакции деления:

$${}^{63}_{29}Cu + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{24}_{11}Na + {}^{39}_{19}K + {}^{1}_{0}n.$$

32.12. Атомная подводная лодка постоянно потребляет мощность $6 \cdot 10^4$ кВт. Сколько урана ${}^{235}_{92}U$ расходуется на борту этой лодки в день?

32.13. Рассмотрите реакции протон-протонного цикла (32.7). Вычислите энергию, выделяемую при каждой из них.

Глава 33

ДЕТЕКТОРЫ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Ганс Вильгельм Гейгер
(1882—1945)

Гейгер родился в Нейштадте (Германия). Учился в Мюнхенском и Эрлангенском университетах. В 1906—1912 гг. работал в Кавендишской лаборатории с Э. Резерфордом и Э. Марсденом и принимал участие в важных исследованиях, которые подтвердили, что атом действительно имеет малое ядро, расположенное в его центре, вокруг которого вращаются электроны. Гейгер первым измерил период полураспада элемента радия и в 1908 г. построил счетчик β-частиц и космического излучения (счетчик Гейгера—Мюллера). Награжден медалями Дадделла и Хьюза.

33.1. Свойства элементарных частиц

В конце XIX в. ученые уже поняли, что Вселенная построена из атомов нескольких типов, характерных для разных химических элементов. Считалось, что атомы целиком ответственны за все химические реакции и за наблюдаемое многообразие явлений в природе, хотя причины различия самих атомов друг от друга и не были еще поняты в то время. Как мы уже говорили, важный шаг в понимании структуры атомов сделал в 1897 г. Дж. Дж. Томсон, который открыл содержащиеся в атомах субатомные частицы — электроны. Работы Дж. Дж. Томсона и Милликена позволили выдвинуть следующие концепции:

1. Существует несколько различных типов субатомчых частиц, меньших по размерам, чем атомы; из них построены все атомы.

2. Свойства каждой из этих частиц можно характеризовать вполне определенными физическими величинами, например электрическим зарядом или массой. Эти физические величины позволяют надежно идентифицировать различные субатомные частицы.

Со времени этого далекого начала в физике элементарных частиц теперь появился внушительных размеров список элементарных частиц, в котором каждую частицу характеризуют набором так называемых квантовых чисел, описывающих все ее физические свойства. Эти числа определяются в проводимых в настоящее время многочисленных экспериментах с элементарными частицами, начиная от индивидуальных наблюдений физиков-экспериментаторов и кончая широко поставленными экспериментами на гигантских современных ускорителях элементарных частиц и астрономическими наблюдениями в космосе. Набор квантовых чисел, характеризующих отдельную элементарную частицу, включает значение ее массы покоя, ее электрического заряда, значение связанного с этой частицей внутреннего момента импульса, значения особых «зарядов» этой частицы, показывающих, как она взаимодействует с другими элементарными частицами, и т. д. Эти квантовые числа, понимаемые алгебраически, т. е. со знаками, дают полное описание элементарной частицы.

Поскольку квантовые числа характеризуют наблюдаемые физические величины, то и сами они имеют четкий физический смысл; из значения каждого квантового числа можно вывести определенные следствия и заключения в отношении взаимодействий данной элементарной частицы с другими элементарными частицами. Однако никогда не надо забывать, что исходные физические измерения, производимые нами над элементарными частицами, — это измерения пространственных и временных интервалов. Основные концепции о времени и пространстве пронизывают, таким образом, всю физику, в том числе и физику элементарных частиц.

Давайте ознакомимся с различными методами регистрации элементарных частиц.

33.2. Ядерные эмульсии

Для измерений длин и интервалов времени с целью определения последовательных положений частицы в пространстве, т. е. ее траектории, необходимо найти способ фиксирования положения частицы в пространстве с помощью каких-либо методов. Частицы имеют очень малые размеры. Многие из них порядка 10^{-15} м в диаметре. Поэтому их нельзя регистрировать с помощью обычных средств, например микроскопов даже самых мощных. Чтобы обойти это затруднение, частицу заставляют произвести определенное изменение в области, значительно большей ее собственных размеров. Такую область или области уже можно наблюдать обычными приборами.

Электрон, размеры которого настолько малы, что их еще не удалось измерить экспериментально, можно заставить пролетать через эмульсию непроявленной фотографической пластинки. На своем пути

он встретит большое число зерен галоида серебра, каждое из которых имеет размеры порядка 10^{-6} м (много большие атомных размеров). Возбуждение очень небольшого числа атомов в каждом зерне при прохождении через него электрона приводит к почернению всего зерна в целом при последующем проявлении фотографической пластинки. Так мы получаем «увеличение» примерно в 10 000 раз размеров той пространственной области, которую хотим наблюдать. И хотя сам электрон слишком мал, чтобы его можно было увидеть, почерневшие зерна серебра наблюдать очень легко с помощью самого обычного микроскопа. Цепочка таких зерен очерчивает траекторию электрона, пролетающего через эмульсию фотопластинки. Фотографические эмульсии в настоящее время широко используются в физике элементарных частиц и с их помощью регистрируются траектории самых различных заряженных частиц. Электрическое поле этих заряженных частиц возбуждает зерна фотоэмульсии.

Слои чувствительных фотоэмульсий в большинстве обычных фотографических пленок очень тонкие и не годятся для регистрации элементарных частиц. Первые удовлетворительные ядерные фотоэмульсии, состоящие на 80% из бромида серебра (AgBr), изготовил С. Ф. Пауэлл с сотрудниками в Бристольском университете в Англии в 1935—1940 гг. Так как отдельные слои эмульсии были очень тонкие (толщина около 1 мм), Пауэлл с сотрудниками решили уложить их стопкой (рис. 33.1). На этом рисунке показано, как одна из налетающих высокоэнергетических частиц AB вызывает событие C. Треки CD и CF двух полученных элементарных частиц можно рассмотреть с помощью обычного микроскопа и измерить длину пробега частиц, плотность зерен вдоль треков, направление полета.

После второй мировой войны в физике элементарных частиц научились изготовлять фотоэмульсии, чувствительные к заряженным частицам всевозможных типов. Стали даже использовать блоки эмульсий толщиной в несколько десятков сантиметров. Примеры микрофотографий, полученных в таком блоке, приводятся на рисунке 33.2. Траектории сложного вида, проходимые высокоэнергетическими частицами, запечатлеваются в толстых блоках фотографиче-

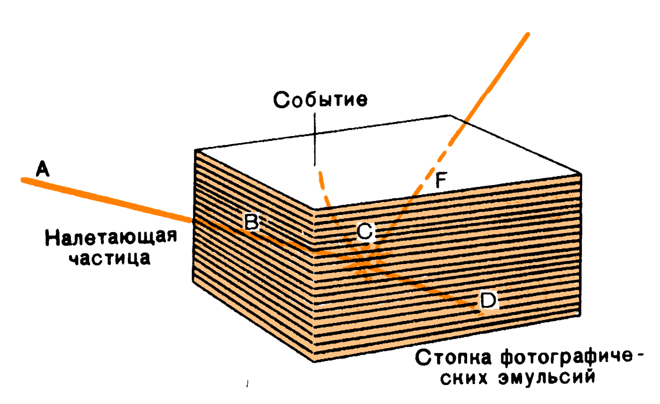


Рис. 33.1

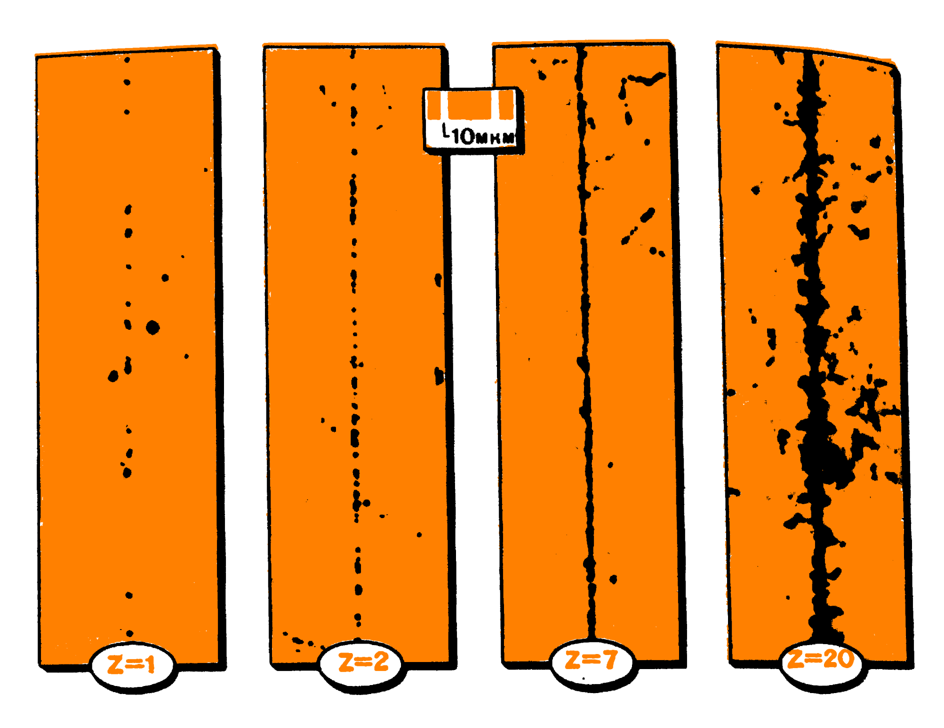


Рис. 33.2

ских эмульсий до мельчайших подробностей. По плотности и длине трека определяют энергию и заряд частицы. Так, например, в типичной фотоэмульсии α-частицы с энергией 55 МэВ оставляют трек длиной около 1 мм. Такой же длины путь проходит электрон с энергией 0,7 МэВ. Различия в плотности зерен вдоль треков, объясняемые различиями в энергиях и зарядах детектируемых элементарных частиц, хорошо видны на рисунке 33.2.

33.3. Трековые камеры

Камера Вильсона. Первым наблюдал треки частиц в 1911 г. Ч. Вильсон, исследуя явление конденсации жидкости из пересыщенного пара, вызываемое электрически заряженными ионами, которые имеются в паре. Весьма впечатляющие результаты были им получены, когда он изготовил стеклянную камеру, содержащую смесь воздуха и хорошо конденсирующейся, летучей жидкости, например спирта. В такой камере Вильсон создавал небольшое повышение давления и ждал, пока содержимое камеры не приходило в равновесие с окружающей средой. Затем Вильсон вызывал в камере пересыщение путем внезапного адиабатического увеличения камеры. Поршень, служащий дном камеры, быстро выдвигался вниз. Электрически заряженные ионы, имевшиеся в камере, служили при этом центрами

конденсации пара, и вокруг них образовывались капельки тумана. Если эти ионы получались от пролета (через пересыщенный пар в камере) заряженной частицы, то в камере был ясно виден трек частицы. Помещая вокруг камеры источники света и зеркала, можно получить с ее помощью прекрасные стереоскопические фотографии треков.

Камеру, сконструированную Вильсоном, называют теперь «камерой Вильсона». О том, как он пришел к идее своей камеры, Вильсон рассказывал следующее:

«В сентябре 1894 г. я провел несколько недель в обсерватории, которая в то время была на вершине горы Бен Невис, самой высокой из Шотландских гор. Мне не раз приходилось наблюдать удивительные оптические явления, когда Солнце освещало облака вокруг вершины горы, и в особенности цветные кольца, образующиеся вокруг Солнца, или цветные полосы вокруг тени, отбрасываемой вершиной и наблюдателем на облака. Это все мне очень нравилось, и мне захотелось воспроизвести все эти явления в лаборатории».

«В начале 1895 г. я провел несколько экспериментов с этой целью — создавал искусственные облачка путем быстрого расширения влажного воздуха, как в экспериментах Кулье и Эйткена. Почти сразу же я натолкнулся на явление, которое оказалось намного более интересным, чем те оптические явления, которые я собрался изучать».

Схема первой камеры Вильсона показана на рисунке 33.3.

Пузырьковая камера. В первой трековой камере — камере Вильсона, предназначенной для регистрации элементарных частиц, можно было наблюдать траектории α- и β-частиц и траектории быстрых электронов, образуемых в газе γ-лучами. Эта камера, модифицированная и существенно усовершенствованная, и сейчас является основным прибором при детектировании элементарных частиц. В одной из модификаций камеры Вильсона треки получают в газе, который не нужно подвергать предварительному сжатию, так что такая камера постоянно остается готовой к регистрации пролетов быстрых частиц. В этой камере создают очень большой температурный градиент в

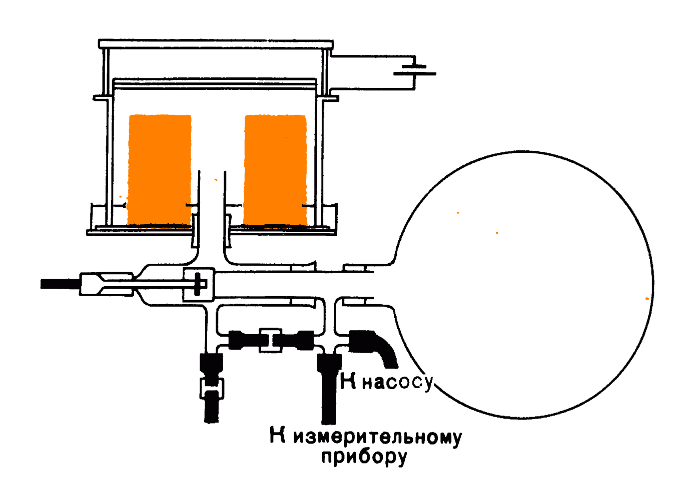


Рис. 33.3

смеси воздуха и паров спирта, так что в определенной области камеры пар все время пересыщен и постоянно обновляется за счет диффузии свежего пара из других частей камеры.

Самый существенный шаг в усовершенствовании камеры Вильсона был сделан Д. А. Глейзером, сконструировавшим в 1952 г. пузырьковую камеру.

Необходимая для работы камеры Вильсона малая плотность газа делала невозможной регистрацию в ней очень многих частиц, так как эти частицы успевали улететь из камеры еще до того, как производили достаточное для осаждения пара количество ионов в камере (нужных, чтобы очертить их треки). Вероятность, что данная интересующая экспериментаторов элементарная частица произведет интересное событие в камере Вильсона, была мала. В пузырьковой камере пересыщенный пар заменили *перегретой жидкостью*: плотность вещества в объеме камеры оказалась повышенной более чем в 1000 раз. Это увеличение плотности мишени, способной взаимодействовать с высокоэнергетическими элементарными частицами, сделало возможным детальное изучение взаимодействий элементарных частиц высоких энергий друг с другом.

Пузырьковая камера заполнена летучей жидкостью под давлением, находящейся в равновесии с окружающей средой. Перед тем как впустить в камеру, например, пучок быстрых протонов от ускорителя элементарных частиц, жидкость в камере немного расширяют. Это расширение переводит жидкость в состояние, перегретое относительно точки кипения. Таким образом, ионы, образующиеся при про-

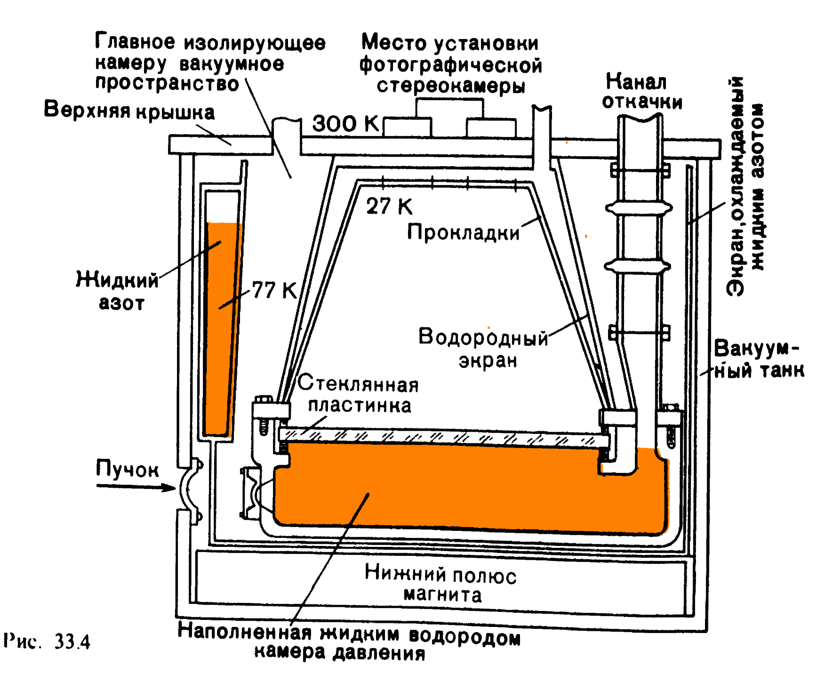


Рис. 33.4



Рис. 33.5

хождении заряженной частицы через камеру, вызывают появление макроскопических разрывов в сплошности жидкости, т. е. появляются маленькие пузырьки, располагающиеся вдоль трека частицы, которые потом медленно растут. Когда пузырьки становятся достаточно большими, мгновенно включают вспышку света и делают стереоскопическую фотографию треков в пузырьковой камере.

В настоящее время пузырьковые камеры достигают больших размеров (до 5 м в диаметре) и проектируются камеры еще больших размеров. Основная цель — создать такую камеру, чтобы в ней запечатлелись детали всех треков, вызываемых пучком, идущим из ускорителя. Поскольку теперь строят ускорители все бóльших и бóльших размеров, пузырьковые камеры тоже становятся соответственно бóльшими. В качестве примера можно привести 80-дюймовую водородную пузырьковую камеру Брукхейвенской национальной лаборатории США. Стенки этой пузырьковой камеры сделаны из нержавеющей стали. Они содержат 900 л жидкого водорода при температуре —259°С. Камера снабжена электромагнитом, который потребляет $4 \cdot 10^6$ Вт электрической мощности и создает в объеме пузырьковой камеры однородное магнитное поле с индукцией 2,0 Тл. Разрез пузырьковой камеры схематически показан на рисунке 33.4. На рисунке 33.5 изображена фотография событий, которые произошли в пузырьковой камере.

Искровая камера. Сравнительно новый метод детектирования событий с элементарными частицами используется в искровых камерах. По существу искровая камера — это набор параллельных плоских проводящих пластин, соединенных с источником постоянного высокого напряжения (около 20 кВ). На рисунке 33.6 показан схематический разрез типичной искровой камеры. На пластины камеры через одну накладывают кратковременно постоянное высокое напряжение, в то время как остальные пластины, находящиеся между ними, заземлены. Это создает очень сильное электрическое поле в каждом зазоре между соседними пластинами. При этом начинаются электрические разряды вдоль мест расположения ионов, так что траектория данной элементарной частицы, пролетающей через искровую камеру, оказывается очерченной серией искр. Искры фотографируются на стереофотографиях.

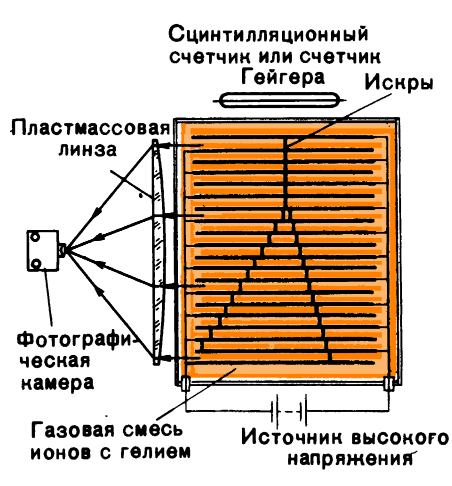


Рис. 33.6

В настоящее время используется много вариантов искровых камер — от очень маленьких, которые регистрируют искры электрическими, а не оптическими методами (их помещают на ракетах или

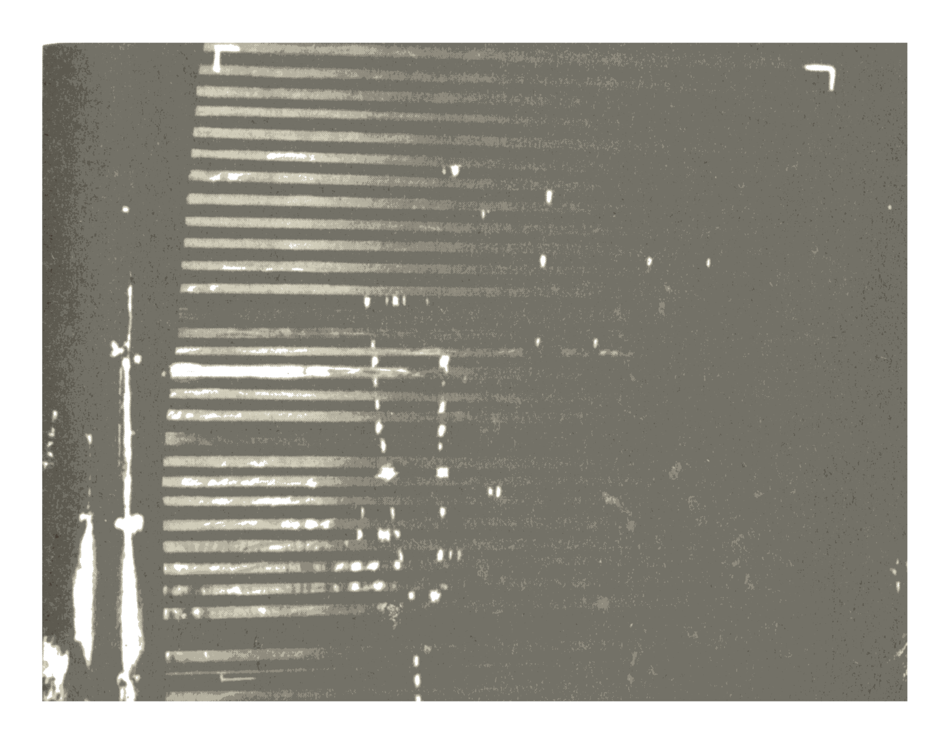


Рис. 33.7

воздушных шарах), до чрезвычайно больших, весящих сотни тонн. Большие искровые камеры используют для изучения взаимодействий нейтрино; для последних нужны очень массивные мишени, чтобы компенсировать крайне малые вероятности, с которыми нейтрино взаимодействуют с веществом в камере.

Как и в камере Вильсона, ионы молекул газа, образовавшиеся при пролете элементарной частицы в искровой камере, рекомбинируют в ней только через несколько десятых долей секунды, так что «память» камеры вполне достаточна, чтобы успели сработать электронные устройства, которые могут включить камеру, если в ней, по-видимому, произошло ожидаемое событие определенного типа. И поэтому при работе с искровой камерой часто используют вспомогательные детекторы, чтобы иметь возможность запустить искровую камеру в тот момент, когда интересное событие ими зарегистрировано, т. е. когда оно действительно произошло в искровой камере. Время жизни разрывов сплошности в пузырьковой камере намного меньше, так что ее нужно включать спустя очень короткое время после пролета интересующей элементарной частицы. Это ограничивает возможности использования пузырьковой камеры только теми случаями, когда пучки, например, от ускорителя идут строго периодически с очень точными интервалами времени.

На рисунке 33.7 приведена фотография треков элементарных частиц, зарегистрированных искровой камерой, которая установлена

в Католическом университете (США). Эта камера, используемая в качестве детектора космических лучей, имеет 36 алюминиевых пластин, переложенных слоями пластиковых сцинтилляционных детекторов.

33.4. Электронные регистрирующие устройства

Ионизационная камера. Имеется большой класс детекторов элементарных частиц, работающих на принципе собирания всех ионов, образующихся при пролете заряженной частицы в данном объеме, и регистрации электрических сигналов, которые возникают от этого во внешней электрической цепи. Самый простой из таких детекторов — *ионизационная камера.* Эта камера заполнена специально подбираемым газом, ионы которого обладают достаточно большими временами жизни. Она имеет несколько электродов, на которых поддерживается небольшой потенциал. Электроды нужны для собирания ионов. Газ в камере может быть под некоторым давлением, чтобы увеличить чувствительность всего детектирующего устройства, так как при этом будет больше молекул газа в камере, на которые налетает регистрируемая элементарная частица.

Выделяемая в камере элементарной частицей энергия пропорциональна числу ионов, образующихся в газе, и, поскольку выделенная энергия служит мерилом заряда и скорости частицы, именно эти величины и измеряются с помощью ионизационной камеры. Заряженные ионы собираются на электродах, поэтому их потенциал возрастает и после усиления образует выходной сигнал ионизационной камеры. Так как в камере образуется один общий сигнал от всех заряженных частиц, одновременно пролетающих через нее и вызывающих ионизацию, и так как существуют радиосхемы для усиления сигналов очень широкого диапазона, ионизационную камеру часто используют для детектирования и определения одновременного пролета не одной, а большого числа частиц. Эти «всплески» числа частиц наблюдаются, например, в пучках ускорителей элементарных частиц.

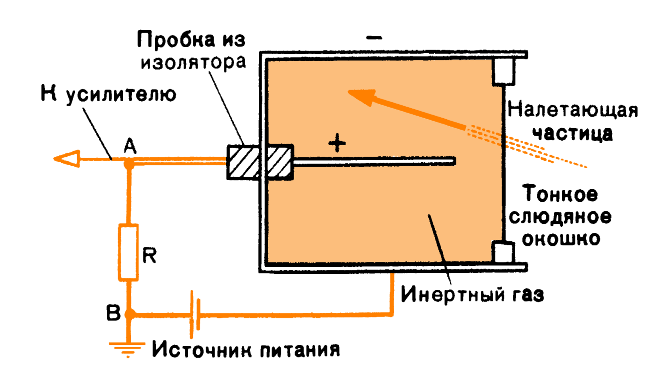


Рис. 33.8

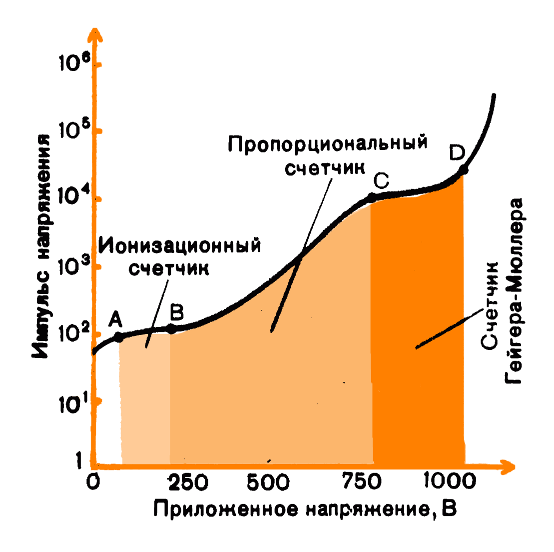


Рис. 33.9

Самая простая ионизационная камера — это просто наполненный газом сосуд, как это показано на рисунке 33.8. Двумя электродами в этой камере служат внешний металлический цилиндр, присоединенный к отрицательному полюсу источника питания постоянного тока, и центральный электрод, представляющий собой прямой штырь, присоединенный через резистор к положительному полюсу источника питания (≈ 200 В). Тонкое слюдяное окошко пропускает в камеру фотоны и заряженные частицы. Попав в камеру, заряженные частицы и фотоны ионизуют молекулы газа, находящиеся внутри цилиндра. Образовавшиеся в камере ионы затем притягиваются к электродам под действием электрического поля, имеющегося между центральным штырем и внешним цилиндром. По мере собирания ионов электродами между точками *A* и *B* формируется импульс напряжения, который затем усиливается и регистрируется.

Зависимость импульса напряжения от приложенного постоянного напряжения между электродами показана на рисунке 33.9. Область *AB*, простирающаяся от нескольких вольт до ≈200 В, — рабочая область типичной ионизационной камеры. В этой области все ионы, образованные налетающими заряженными частицами и фотонами, собираются электродами. В силу того что высота импульса в области *AB* практически не зависит от приложенного постоянного электрического напряжения, ионизационная камера не может измерить энергию пролетающей через нее частицы. Для образования одной ионной пары требуется энергия порядка 32 эВ. Так как ионизация, производимая одной элементарной частицей, очень мала, рассматриваемая ионизационная камера может детектировать только «всплески» числа частиц, а не индивидуальные частицы. Но она может, конечно, различать, например, «всплески» от α-частиц от «всплесков» от β-частиц.

Вследствие того что рентгеновские лучи и γ-кванты сильно ионизуют газ, их тоже легко детектировать с помощью ионизационной камеры.

Пропорциональный счетчик. Второй тип газоразрядного детектора, созданный путем усовершенствования ионизационной камеры, — это пропорциональный счетчик. В этом устройстве на электроды, собирающие ионы, подается напряжение 250—800 В, так что первоначальные ионы молекул газа, образованные элементарной частицей, ускоряются до энергий, достаточных, чтобы создать в объеме камеры другие ионы при столкновениях первоначально образованных ионов с нейтральными молекулами газа. Полный электрический заряд, собираемый от каждой пролетающей через камеру элементарной частицы, таким образом, оказывается больше, чем вначале образованный заряд. Он, однако, пропорционален ему. Пропорциональные счетчики можно так тщательно настроить, что они будут давать отчетливые импульсы напряжения, характерные для частиц разных типов, или же совершенно не будут реагировать на некоторые частицы. Например, α-частицы в пропорциональном счетчике легко можно отличить от электронов или протонов, потому что они производят намного большие импульсы напряжения, обязанные их двойному электрическому заряду.

Как показано на рисунке 33.9, область *BC* — рабочая область пропорционального счетчика. Высота импульса в этой области практически пропорциональна энергии налетающей частицы. Пропорциональный счетчик не только считает налетающие частицы, но также измеряет их энергию.

Счетчик Гейгера — Мюллера. Когда электроды газоразрядного счетчика имеют такую геометрическую форму, что возникает сильное электрическое поле около одного из них, если к электродам приложить небольшое напряжение, тогда «газовое усиление» ионного заряда в области высокого напряжения приводит к рождению так называемой *лавины*, в которой практически весь присутствующий газ в пространстве около электрода ионизуется. Это приводит к появлению очень сильного импульса напряжения на электродах по сравнению с импульсами, получаемыми в рассмотренных выше счетчиках. Высота импульса в счетчике Гейгера — Мюллера не зависит от степени ионизации, первоначально произведенной элементарной частицей, так что камера срабатывает даже от одного-единственного иона, пролетающего по соседству с высоковольтным электродом. Этот счетчик, впервые предложенный Гейгером и Мюллером в 1913 г., очень легко изготовить, и он обладает исключительной чувствительностью к пролетам через него заряженных частиц. Тонкий проволочный электрод, помещаемый в центре цилиндра, соединяют с радиосхемой малой емкости и с большим импедансом. На стержень подают напряжение около 1000 В. Счетчик заполняют каким-нибудь инертным газом при давлении в несколько сантиметров ртутного столба с примесью паров органического вещества, чтобы быстро гасить начальный электрический разряд сразу же после его возникновения.

Область *CD* (см. рис. 33.9) между 800 и 1000 В — это рабочая область счетчика Гейгера — Мюллера. Высота импульса в этой области практически постоянна, и описывается плато на изображенной кривой. Счетчики данного типа не различают заряженные элементарные частицы по типам и не дают возможности измерять их энергии. Обычно счетчики Гейгера — Мюллера используют для детектирования β-частиц, рентгеновых лучей и γ-квантов. При приложенных к электродам напряжениях, больших 1000 В, начинается непрерывный электрический разряд с пробоем газа, находящегося внутри камеры.

Сцинтилляционный счетчик. Имеются вещества, которые отвечают вспышками света на пролет в них быстрой заряженной элементарной частицы. Такие вещества называют *сцинтилляторами.* Они могут быть жидкостями, кристаллами, пластиками.

Экраны из сульфита цинка, использованные Резерфордом и другими исследователями в то время при изучении α-частиц, были сцинтилляторами.

Все сцинтилляторы характеризуются тем, что обладают атомными или молекулярными «оптическими» уровнями, которые возбуждаются кулоновским полем пролетающей заряженной частицы. Оптические уровни в веществе сцинтиллятора обычно создают добавкой небольших количеств примеси специального типа в остальной чрезвычайно чистый материал. В качестве неорганических сцинтилляторов часто используют кристаллы иодистого натрия с добавками таллия. Вследствие большой атомной массы иода эти кристаллы очень чувствительны к γ-квантам; γ-кванты из атомов иода выбивают быстрые фотоэлектроны.

Кристаллические нафталин и антрацен — представители используемых в сцинтилляционных счетчиках органических кристаллов. Хорошо очищенный толуол (трифенилбензол) и минеральные масла — растворы, которые тоже используют в сцинтилляционных счетчиках. Их активируют, добавляя оксазоль, нафталин или антрацен.

Счетчики больших размеров можно изготовить, используя большие сосуды, заполненные сцинтиллятором; можно получить мишени больших площадей для детектирования очень слабых сигналов. Естественную радиоактивность калия в человеческом теле можно детектировать, создав больший жидкостный сцинтилляционный счетчик, окружающий со всех сторон человеческое тело. Чрезвычайно слабые сигналы от нейтрино, вылетающих из атомного реактора, впервые были детектированы с помощью большого сцинтилляционного счетчика, специально созданного для доказательства существования этой элементарной частицы.

Количество света, испущенного сцинтиллятором, когда через него пролетает элементарная частица, очень мало и обычно намного меньше, чем то, которое может увидеть человеческий глаз или запечатлеть фотографическая пластина. По этой причине свет собирают, отражая его от внутренних поверхностей сосуда, заполненного сцинтилляторной жидкостью, и направляют на очень чувствительные

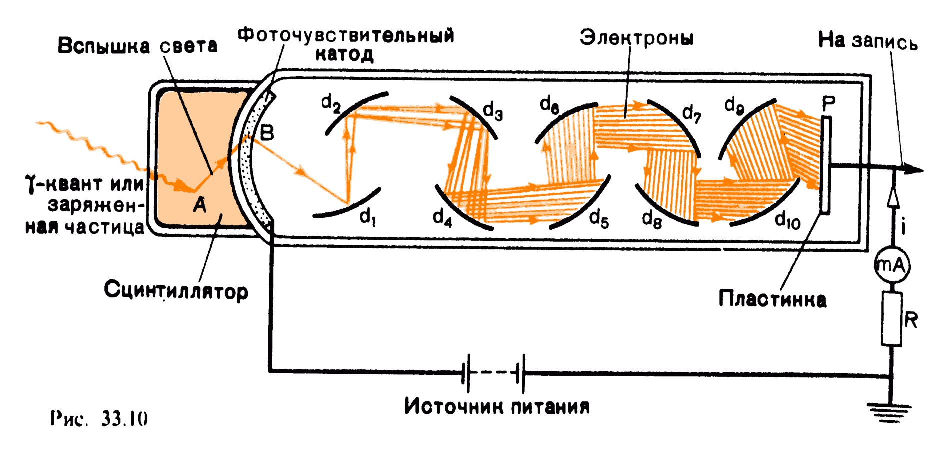


Рис. 33.10

фотоэлементы так называемого фотоумножителя. В нем слабый световой импульс падает на очень чувствительный фотокатод, в результате чего фотокатод испускает несколько электронов внутрь вакуумной трубки. Эти электроны ускоряются сильным электрическим полем и падают на второй электрод, из которого они «выбивают» еще больше электронов. Эта более многочисленная группа электронов в свою очередь затем снова ускоряется и падает на третий электрод и «выбивает» еще большее число электронов и т. д. Такой каскад доводят до 12—14 ступеней, с тем чтобы начальный электрический заряд, порожденный светом от счетчика, «усилился» в 10^9 раз или более. Результирующий ток от фотоумножителя дает импульс напряжения, который легко измерить и который можно сделать пропорциональным количеству собранного света, т. е. энергии, выделенной заряженной частицей в сцинтилляторе.

Длительность импульса может быть сделана примерно равной времени собирания света в сцинтилляторе, т. е. 10^{-9} с, так что удается измерять интервалы времени примерно с такой же степенью точности. При использовании сцинтилляционного счетчика в комбинации, скажем, с пузырьковой камерой указанные импульсы можно употребить для выделения нужного вида событий из фона событий многих других типов, а затем для запуска пузырьковой камеры, когда действительно случается желаемое событие. Таким образом, системы из различных типов детекторов физики, занимающиеся физикой элементарных частиц, заставили работать совместно.

На рисунке 33.10 приведена схема сцинтилляционного счетчика, используемого в комбинации с фотоумножителем. Прилетающие заряженные частицы или γ-кванты вызывают световую вспышку в точке *A*. Затем вследствие фотоэффекта высвобождается один электрон в точке *B* фотокатода. Далее вторичной электронной эмиссией с электродов фотоумножителя производятся многие электроны, пока эффект от отдельного электрона не «усилится» во много раз. Ускоряю-

щая разность потенциалов между последовательными соседними электродами равна примерно 100 В. Усиленный сигнал в конечном счете попадает на пластинку P и детектируется чувствительным микроамперметром, подключенным к пластине последовательно с резистором. Импульсы напряжения затем направляют на записывающее устройство.

Черенковский счетчик. Твердо установлено, что самая большая скорость, которая существует в природе, — это скорость света, распространяющегося в вакууме. Частица с высокой энергией движется практически со скоростью света в вакууме, если ее кинетическая энергия порядка или больше ее энергии покоя. Причем она движется с этой скоростью, даже когда проходит через слой вещества, пока она не потеряет достаточно энергии, чтобы стать нерелятивистской. Сам же свет замедляется мгновенно после попадания в вещество, показатель преломления которого больше единицы. Если c — скорость света в вакууме и n — показатель преломления среды, то скорость света в веществе равна:

$$v = \frac{c}{n}.$$

Показатель преломления, например, для плексигласа приблизительно равен 1,50, так что свет распространяется в плексигласе со скоростью около 0,66 с.

Может случиться поэтому, что релятивистская заряженная частица будет двигаться в прозрачной среде быстрее, чем распространяется в этой среде свет. В этом случае частица будет испускать нечто вроде «корабельной носовой» электромагнитной волны в форме видимого света. Этот свет, впервые открытый П. А. Черенковым в 1934 г., можно собрать и направить на фотоумножитель так же, как свет от сцинтилляционного счетчика. Черенковское излучение, таким образом, имеет порог по скорости частицы (последняя должна быть больше c/n). Эффект Черенкова можно использовать для детектирования высокоэнергетических частиц на фоне более медленных, низкоэнергетических частиц. Частицы указанных типов никак не различаются другими детекторами. Свет в эффекте Черенкова излучается в узком конусе около направления движения частицы, так что можно использовать обычные оптические приборы, чтобы выделить этот свет из сопутствующего «фонового» света, который одинаково распространяется во всех направлениях. Направление пролета частицы, таким образом, можно найти, используя черенковский счетчик. За открытие и разработку теории этого эффекта П. А. Черенков, И. М. Франк и И. Е. Тамм (СССР) были награждены Нобелевской премией в 1958 г. Черенковские счетчики благодаря их уникальным возможностям применяют в качестве частей вспомогательных устройств, запускающих пузырьковые камеры, камеры Вильсона, искровые камеры.

Так как показатель преломления для всех веществ больше единицы, то в качестве детектирующей среды в черенковских счетчиках

можно использовать даже газы. Показатель преломления газа зависит от давления в нем, так что легко можно создать черенковский счетчик с варьируемым порогом энергии просто путем контролирования давления газа в счетчике. Чем ниже давление газа, тем ближе n к единице и тем выше порог скорости для регистрируемой частицы. Эффект Черенкова в газах был любопытно использован при детектировании света, производимого космическими лучами, проникающими через атмосферу Земли. Для детектирования этого света (в темные, безлунные ночи) фотоумножители были смонтированы в фокусах больших светоулавливающих рефлекторов (от прожекторов военного времени) вместо устанавливаемой там угольной дуги. Рефлекторы были направлены в небо. Было использовано несколько рефлекторов, расположенных поодаль друг от друга, их сфокусировали на малой области на небе и, используя схему совпадений, добились исключения влияния нежелательных световых сигналов. Такие рефлекторы прекрасно детектировали ливни от космических лучей, возникающие в земной атмосфере. Яркость и длительность световых вспышек использовалась для определения размеров ливня; разное время прибытия фронта черенковского светового конуса к различным рефлекторам указывало направление, по которому ливень приближался к поверхности Земли.

ЗАДАЧИ

33.1. Иногда пробег заряженных частиц в данном веществе характеризуют величиной R_m, равной массе вещества внутри столба с поперечным сечением 1 см^2, способного останавливать α-частицы; измеряется эта величина в миллиграммах на квадратный сантиметр. Покажите, что пробег частицы в веществе R_L дается формулой

$$R_L = \frac{R_m}{\rho} \cdot 10^{-3},$$

где R_L — пробег частицы в веществе, см; ρ — плотность вещества, г/см^3.

33.2. Принимая, что пробег α-частиц, испускаемых изотопом Bi-214 в кадмии Cd-112, равен $R_L = 2{,}42 \cdot 10^{-3}$ см, а плотность кадмия составляет 8,65 г/см^3, найдите пробег R_m α-частиц в этом веществе.

33.3. Постоянную пробега заряженных частиц в данном веществе определяют формулой $K = \frac{R_L}{A^{1/2}}$, где A — массовое число атомов вещества. α-Частица, испускаемая изотопами Bi-214, имеет энергию 5,5 МэВ и проходит через тонкую фольгу из золота Au-197, плотность которого равна $\rho = 19{,}3$ г/см^3. Считая, что для золота $K = 1{,}93$ мг/см^2, приближенно вычислите: а) R_L для α-частицы; б) среднюю силу торможения, действующую на α-частицу.

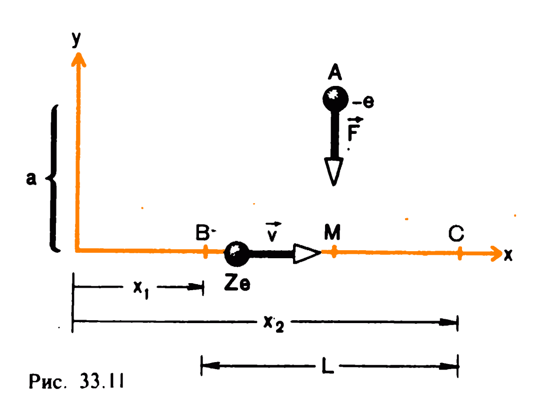


Рис. 33.11

33.4. Заряженная частица с зарядом Ze летит с постоянной скоростью $\vec{v}$ вдоль оси x (рис. 33.11). Электрон находится в точке A, расположенной на расстоянии a от оси x. Длина отрезка BC равна L, а серединой этого отрезка является точка M. Покажите, что импульс, передаваемый электрону в направлении оси y, приблизительно равен:

$$\Delta p_y = \int_{t_1}^{t_2} F dt = \int_{x_1}^{x_2} \frac{KaZe^2}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \frac{dx}{v}.$$

Вычислите Δp_y, беря интеграл в пределах от $x_1 = 0{,}5\ L$ до $x_2 = 1{,}5\ L$.

33.5. Частица, летящая сквозь вещество, теряет энергию главным образом на возбуждение и ионизацию атомов среды в результате кулоновских столкновений с электронами атомов. Удельные потери энергии частицы в этом процессе вычисляются по формуле

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{4\pi e^4 z^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 mv^2} N_e Z \ln \frac{2mv^2}{I},$$

где z и Z — зарядовые числа соответственно частицы и атома среды, v — скорость частицы, N_e — плотность электронов в веществе, м$^{-3}$, I — средний потенциал ионизации, m и e — масса и заряд электрона. α-Частица, летящая в газообразном гелии, который имеет энергию ионизации 25 эВ, обладает энергией 4,0 МэВ. Приближенно вычислите удельные потери энергии α-частицы. Какую энергию потеряет α-частица после того, как пройдет расстояние, равное 3 см?

33.6. Вычислите среднюю силу тока, образующегося в ионизационной камере, когда по 400 α-частиц одновременно входит в камеру через интервалы времени 1,5 мин. Считая, что энергия α-частицы равна 4,2 МэВ, определите, чему должно быть равно сопротивление резистора, указанного на рисунке 33.10, чтобы создавался импульс 0,01 В.

33.7. Элементарная частица в пузырьковой камере пролетела расстояние 1 м и распалась. Считая, что ее скорость была равна 0,98 c, найдите: а) истинное время жизни элементарной частицы; б) время жизни элементарной частицы в лабораторной системе отсчета.

Глава 34

УСКОРИТЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Эрнест Орландо Лоуренс
(1901—1958)

Родился в Кантоне (штат Южная Дакота, США). Получил степень доктора в Иельском университете в 1925 г. Был профессором Калифорнийского университета, начиная с 1927 г. и до своей смерти. Его плодотворные достижения в ядерной физике включают изобретение циклотрона (1931), с помощью которого он наблюдал искусственную радиоактивность, исследования по структуре атома, работы по применениям радиоизотопов в медицине и биологии. Лоуренс был награжден медалью Крессона, медалью Хьюза, медалью Дадделла и в 1939 г. Нобелевской премией.

34.1. Ускорители частиц

Первыми источниками заряженных частиц и γ-квантов, как мы уже говорили выше, были распадающиеся естественно радиоактивные элементы, например радий или торий. Эти элементы испускают α-частицы с энергией до 5—6 МэВ, β-частицы (быстрые электроны)

примерно с такими же энергиями и γ-квантами с энергией примерно до 3 МэВ. Эти обнаруживаемые в естественных условиях частицы были изучены первыми. Сначала была установлена их природа, а позднее их стали использовать как «снаряды» для бомбардировки различных материалов с целью изучения взаимодействия этих частиц с ядрами различных химических элементов. Именно такие исследования привели Резерфорда к открытию атомного ядра.

С открытием атомного ядра и с осознанием того факта, что электроны, окружающие ядро, довольно легко можно оторвать от него, после чего из атома образуется электрически заряженный ион, стало очевидным, что, когда между какими-то двумя электродами в определенном электрическом устройстве имеется большое напряжение, тогда эти ионы могут ускоряться и превращаться в «снаряды», необходимые для исследования вещества. При попытках осуществить эту физическую идею в свое время было построено и предложено довольно много различных высоковольтных электростатических машин. Многие из них были усовершенствованием обычных машин для электростатических опытов, имевшихся в то время в каждой физической лаборатории. Но, как правило, эти машины и приборы давали неустойчивые высокие напряжения и не допускали возможности его регулирования. К тому же в них создавались очень слабые ионные токи.

Все такие приборы, в которых используются большие постоянные разности потенциалов, называют ускорителями частиц. В этой главе мы остановимся на описании самых распространенных ускорителей.

34.2. Генератор Кокрофта — Уолтона

В 1932 г. по предложению Эрнеста Резерфорда Дж. Кокрофт и Е. Уолтон построили ускоритель элементарных частиц постоянного тока, и с его помощью им удалось экспериментально наблюдать многие ядерные реакции. Ранний вариант ускорителя Кокфорта — Уолтона показан на рисунке 34.1. В нем поток ускоренных электронов ионизует атомы газообразного водорода и тем самым превращает их в протоны. Последние затем ускоряются с помощью разности потен-

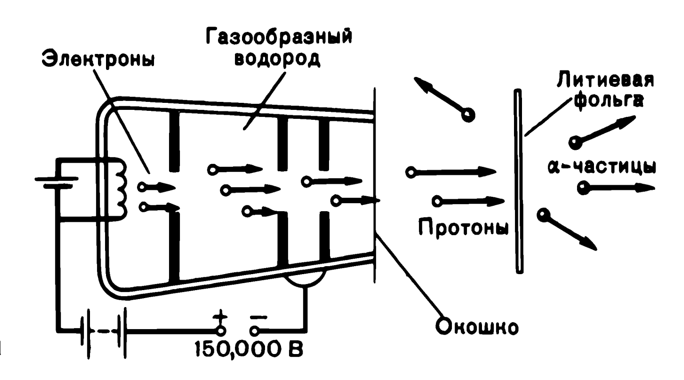


Рис. 34.1

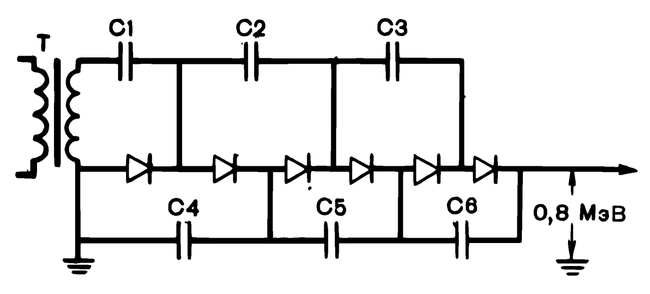


Рис 34.2

циалов, равной 0,15 МэВ, и ударяются о мишень, представляющую собой очень тонкую литиевую фольгу. Протоны в результате ядерной реакции выбивают из мишени α-частицы с энергией 8,5 МэВ:

$$ {}^{1}_{1}H + {}^{7}_{3}Li \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He. \tag{34.1}$$

Уравнение сохранения энергии-массы для реакции (34.1) имеет вид:

$$m_p c^2 + K_p + m_{Li} c^2 = 2m_\alpha c^2 + 2K_\alpha, \tag{34.2}$$

где $K_p = 0,15$ МэВ. Энергетический эффект Q этой реакции вычисляется по формуле

$$Q = (m_p + m_{Li})c^2 - 2m_\alpha c^2 = 2K_\alpha - K_p.$$

Проводя необходимые расчеты, получаем:

m_p =	1,007825	а. е. м.
m_{Li} =	7,016005	а. е. м.
	8,023830	а. е. м.
$2m_\alpha$ =	8,005208	а. е. м.
Разность масс =	0,018622	а. е. м.

Энергетический эффект Q в единицах энергии равен 0,0186 а. е. м. × × 931 МэВ/а. е. м. = 17,35 МэВ, причем выделяющаяся в реакции энергия в точности равна:

$$Q - K_p = 17,35 \text{ МэВ} - 0,15 \text{ МэВ} = 17,2 \text{ МэВ}.$$

Следовательно, каждая из обеих α-частиц должна приобретать энергию 8,6 МэВ, и это хорошо согласуется с экспериментальным результатом Кокрофта и Уолтона.

Почти сразу же Кокрофт и Уолтон усовершенствовали первый вариант их ускорителя. Они использовали высоковольтный трансформатор для зарядки системы конденсаторов, соединенных параллельно, и набор выпрямителей, включенных последовательно, для их разрядки. В первом таком ускорителе частиц получили протоны с энергией 0,8 МэВ. Схема улучшенного ускорителя показана на рисунке 34.2.

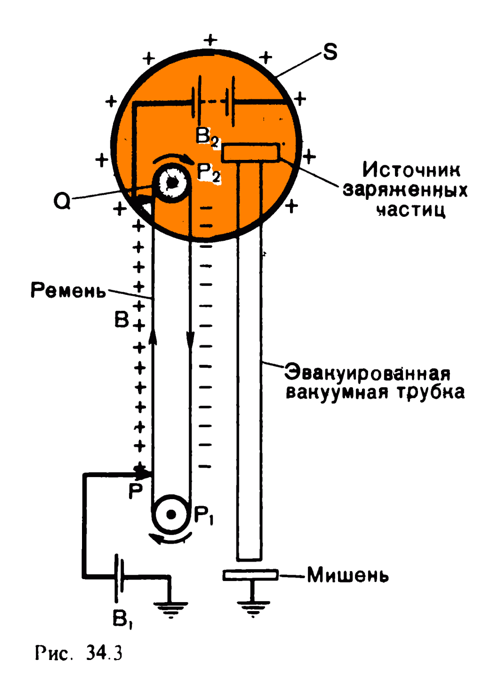


Рис. 34.3

34.3. Генератор Ван-де-Граафа

Примерно в то время, когда Кокрофт и Уолтон создавали свой ускоритель, Роберт Ван-де-Грааф в Принстонском университете построил простой и очень надежный ускоритель нового типа. Генератор Ван-де-Граафа показан на рисунке 34.3. В нем используется приводной ремень, натянутый между двумя шкивами, для переноса электрического заряда от высоковольтного электростатического источника. Заряд с помощью системы игл, располагающихся внутри купола, удаляется с ремня, и затем этот заряд растекается по наружной поверхности купола и повышает его электростатический потенциал.

Источник ионов, размещенный внутри купола, создает заряженные частицы, которые затем ускоряются, двигаясь вниз по эвакуированной вакуумной трубке, и ударяются о мишень, находящуюся при потенциале Земли. Первое высокое напряжение, создающее поток ионов с энергией свыше 1 МэВ, было достигнуто в Вашингтоне именно на генераторе Ван-де-Граафа. На ускорителе Ван-де-Граафа можно получать очень стабильные пучки заряженных частиц с силой тока порядка сотен микроампер (примерно 10^{21} частиц в 1 с) и с энергией до 20 МэВ. Генераторы Ван-де-Граафа обычно используют для получения частиц именно в этой энергетической области.

34.4. Циклотрон

Практически одновременно с первыми высоковольтными машинами Е. О. Лоуренс и М. С. Ливингстон в Калифорнийском университете в Беркли успешно испытали еще одну машину — циклотрон. Существенная часть циклотрона — две полые металлические коробки, называемые *дуантами* (рис. 34.4). Дуанты немного раздвинуты по диаметру друг от друга и подключены к радиочастотному генератору, работающему на частоте примерно 10^6 Гц. Дуанты помещают в эвакуированное вакуумное пространство между полюсами мощного магнита, который создает магнитное поле с индукцией до нескольких тесла.

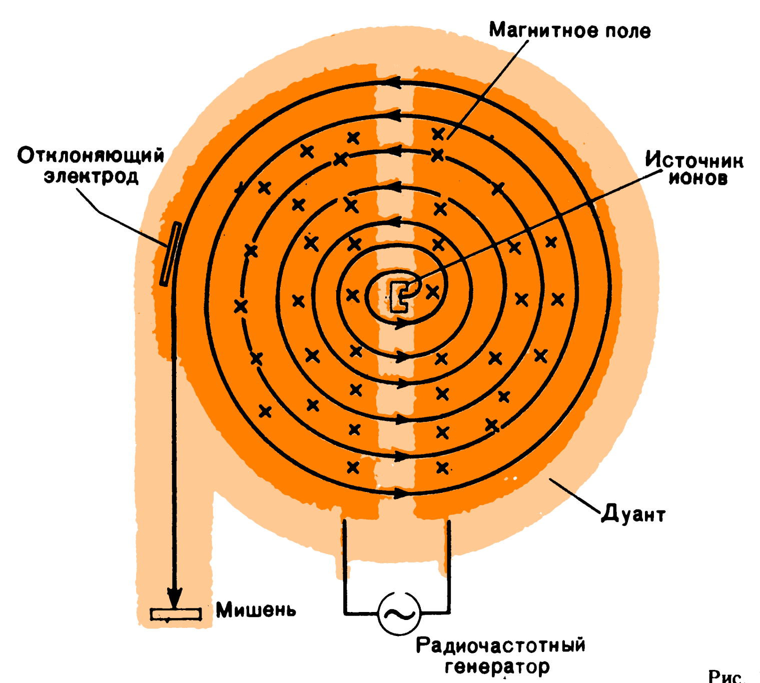


Рис. 34.4

Заряженная частица вылетает из источника ионов S, помещенного в центре между дуантами, со скоростью v_0. Магнитное поле действует на частицу с силой

$$\vec{F} = q\vec{v}_0 \times \vec{B}, \tag{34.3}$$

или, вследствие того что вектор индукции $\vec{B}$ перпендикулярен вектору скорости $\vec{v}_0$, с силой

$$F = qv_0B.$$

Применив второй закон Ньютона, получаем:

$$F = qv_0B = \frac{mv_0^2}{r_0},$$

где m — масса частицы. Следовательно, частица движется по полукругу радиусом

$$r_0 = \frac{mv_0}{qB}.$$

Как только эта частица выйдет из дуантов, электрическое поле, создаваемое радиочастотным генератором, изменит ее направление движения. Высокочастотное поле синхронизуют таким образом, что, как только частица покидает один дуант, оно дает ей «толчок», и во второй дуант эта частица попадает ускоренной. В силу того что час-

тица обладает теперь большей скоростью, во втором дуанте она движется по траектории большего радиуса

$$r = \frac{mv}{qB}. \tag{34.4}$$

Траектория частицы внутри дуантов образует некоторую раскручивающуюся спираль. Ускорение продолжается до некоторого максимального радиуса. После этого частицу выводят из циклотрона и направляют на мишень. Частицы выходят из циклотрона с энергией, которая эквивалентна энергии, получаемой при прохождении разности потенциалов, много большей, чем та, которая создается радиочастотным генератором при однократном ускорении частицы.

Частота обращения частицы в циклотроне равна:

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{vqB}{2\pi mv} = \left(\frac{q}{m}\right)\frac{B}{2\pi}; \tag{34.5}$$

она не зависит от радиуса r и от значения скорости $\vec{v}$. Максимальная кинетическая энергия частицы, когда она покидает циклотрон, равна:

$$K = \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{m^2}B^2r_{max}^2. \tag{34.6}$$

Пример 34.1. Каковы конструктивные параметры циклотрона, предназначенного для ускорения α-частиц до энергии 20 МэВ? Дуанты имеют радиус $r = 0{,}50$ м.

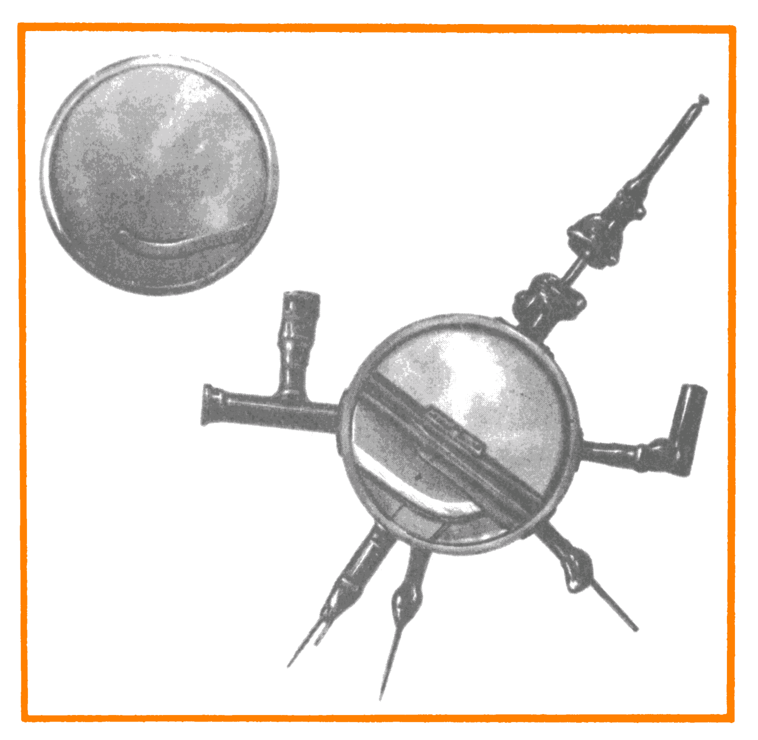


Рис. 34.5

Решение. Индукцию магнитного поля можно найти по формуле (34.6). Она равна:

$$B = \left(\frac{2mK}{q^2r^2}\right)^{1/2}.$$

В случае α-частиц вычисления по этой формуле дают:

$$B = \left[\frac{2\cdot(4\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\ \text{кг})(20\ \text{МэВ}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-13}\ \text{Дж/МэВ})}{(2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,\text{Кл})^2(0{,}50\ \text{м})^2}\right]^{1/2} = 1{,}3\ \text{Тл}.$$

Частота радиочастотного генератора равна:

$$f = \left(\frac{q}{m}\right)\left(\frac{B}{2\pi}\right) = \frac{2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{Кл}}{4\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\text{кг}}\cdot\frac{1{,}3\ \text{Тл}}{2\cdot 3{,}14} = 9{,}9\cdot 10^6\ \text{Гц} = 9{,}9\ \text{МГц}.$$

Первый циклотрон (рис. 34.5) был построен Лоуренсом в 1930 г. Его дуанты имели диаметр 114,3 мм и были помещены между полюсами магнита диаметром 101,6 мм. Магнит создавал магнитное поле с индукцией 1,3 Тл. Этот циклотрон стал прародителем целого семейства ускорителей, отличающихся от него в деталях, но сходных в главном. В них используется синхронизованное (согласованное по фазе) высокочастотное электромагнитное поле. Такие ускорители дают пучки протонов с энергией в десятки миллиардов электронвольт[1].

34.5. Бетатрон

Американский физик Д. Керст из Иллинойского университета в 1941 г. спроектировал прибор бетатрон, предназначенный специально для ускорения электронов.

Поперечный разрез бетатрона показан на рисунке 34.6, *а*, *б*. Вакуумная стеклянная камера в форме бублика имеет источник электронов, смонтированный между полюсами мощного электромагнита.

Большинство бетатронов работает обычно от источника напряжения частотой в 60 Гц. Когда магнитное поле изменяется со временем, возбуждается ЭДС индукции, равная

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где $\Phi = \pi r^2 B_{\text{ср}}$ — магнитный поток, ограниченный круговой траекторией электрона, $B_{\text{ср}}$ — среднее значение индукции магнитного поля

---

[1] Такие энергии протонов получаются в синхрофазотронах или синхротронах. В синхрофазотронах траекториями протонов являются окружности (в простейшем случае); магнитное поле, удерживающее частицы на орбите, увеличивается в процессе цикла ускорения, а частота ускоряющего электрического поля также изменяется в процессе ускорения. В синхротронах частицы движутся уже с самого начала после инжекции с релятивистскими энергиями, так что их частоту обращения в процессе ускорения можно считать практически постоянной. Поэтому в синхротронах частота ускоряющего электрического поля постоянна, магнитное же поле в цикле ускорения возрастает. — *Прим. ред.*

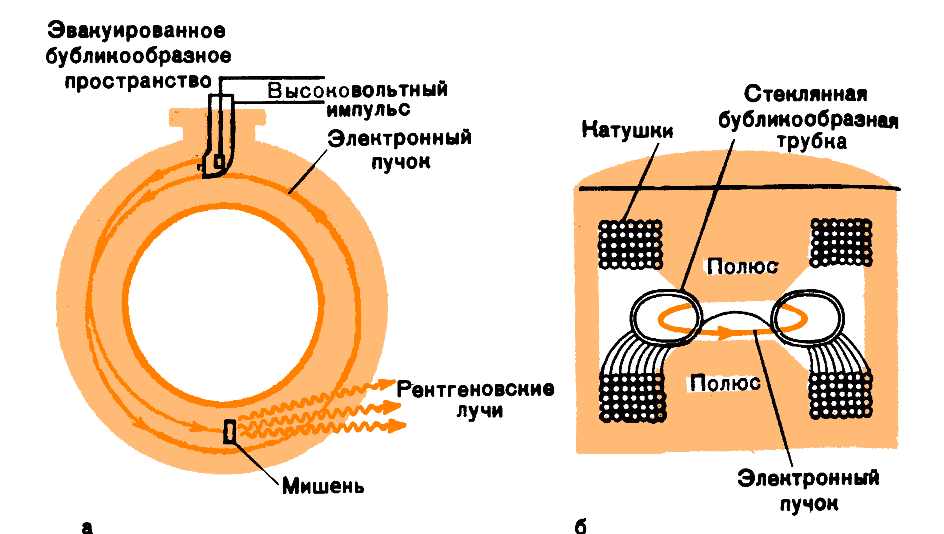


Рис. 34.6

внутри круговой траектории. Напряженность получающегося вихревого электрического поля направлена по касательной к круговой траектории и по абсолютному значению равна:

$$E = -\frac{\mathscr{E}}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi r}\frac{d(\pi r^2 B_{\text{ср}})}{dt} = \frac{r}{2}\frac{dB_{\text{ср}}}{dt}. \qquad (34.7)$$

Согласно формуле (34.4) импульс электрона

$$mv = qBr,$$

и, следовательно, при неизменном радиусе r изменение индукции магнитного поля dB приводит к изменению импульса

$$d(mv) = qrdB. \qquad (34.8)$$

Это изменение импульса равно:

$$d(mv) = F\,dt = qE\,dt,$$

или

$$d(mv) = q\frac{r}{2}\frac{dB_{\text{ср}}}{dt} = q\frac{r}{2}dB_{\text{ср}}.$$

Сравнивая с формулой (34.8), получаем:

$$dB_{\text{ср}} = 2dB,$$

или

$$B_{\text{ср}} = 2B. \qquad (34.9)$$

Таким образом, для получения устойчивой орбиты магнитному полю надо придать такую конфигурацию, чтобы среднее значение

индукции магнитного поля по площади, ограничиваемой круговой орбитой, было в два раза больше индукции поля на орбите.

Как показано на рисунке 34.6, *б*, катушки с током создают сильное магнитное поле между полюсами магнита. Полюсам магнита придана такая геометрическая форма, при которой переменное магнитное поле не только сообщает электронам энергию, но также удерживает их на устойчивой орбите. После того как электрон прокрутится много раз на орбите и получит нужную энергию, магнитное поле изменяют и заставляют электрон ударяться о мишень и выбивать из нее фотоны больших энергий. Параметры серийного бетатрона на 100 МэВ, выпускаемого фирмой «Дженерал электрик», довольно типичны. Этот прибор имеет диаметр полюсов около 2 м и магнит массой 130 т. Электронам сообщается энергия 100 МэВ порциями по 420 эВ на каждом обороте, так что всего ускоряемый электрон совершает $2{,}4 \cdot 10^5$ оборотов в бетатроне, т. е. пробегает расстояние около 1280 км.

Верхний предел получаемых на бетатроне энергий ограничивается двумя факторами. Во-первых, так как электроны разгоняются до скоростей, близких к скорости света, становятся важными релятивистские эффекты и дальнейшее увеличение скорости электрона не происходит. Во-вторых, поскольку электроны — заряженные частицы и так как они двигаются по круговым орбитам, т. е. постоянно ускоряются, то они должны терять энергию на излучение, как ее теряет всякая ускоряемая электрически заряженная частица.

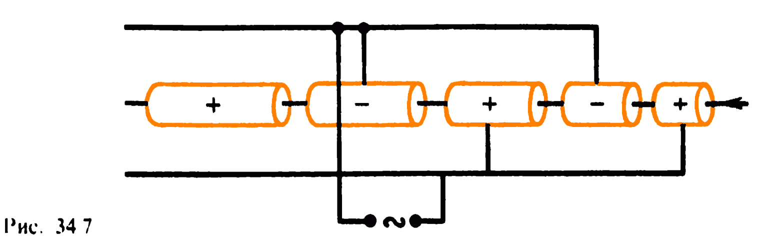
Синхротрон — это вариант бетатрона, в котором скомпенсированы релятивистские эффекты. Электрон в таком ускорителе может достичь энергии 300 МэВ, т. е. примерно в 600 раз большей его энергии покоя[1].

34.6. Линейный ускоритель

Идея линейного ускорителя (*линиака*) была предложена в 1930 г. В то же время были построены первые линейные ускорители тяжелых ионов. Однако на этих машинах практически не удалось достичь порога ядерных реакций. И только в конце второй мировой войны Луис Альварес с сотрудниками построили первый удачный линейный ускоритель протонов на энергию 32 МэВ.

Рисунок 34.7 иллюстрирует принцип работы линейного ускорителя. Протоны, ускоренные генератором Ван-де-Граафа, влетают в линейный ускоритель с энергией 4 МэВ. В линейном ускорителе последовательно расположены полые металлические цилиндры, через один присоединенные к соответствующему полюсу радиочастотного

[1] Синхротрон, строго говоря, не является вариантом бетатрона, поскольку принадлежит к резонансному типу ускорителей, в то время как бетатрон является индукционным ускорителем. В электронных синхротронах возможно достижение энергии примерно до 10 ГэВ. Дальнейшему росту энергий в них препятствуют квантовые эффекты, обусловленные квантовым характером излучения. — *Прим. ред.*


Рис. 34 7

генератора. Частицы приобретают все большую скорость по мере прохождения отдельных цилиндров, так что полые цилиндры, которые они поочередно проходят, должны быть соответственно длиннее и длиннее. Стэнфордский трехкилометровый ускоритель (СЛАК) ускоряет электроны до энергии 20 ГэВ.

Таблица 34.1

Начало работы (год)	Название ускорителя, место установки	Ускоряемые частицы	Энергия
1932	Генератор Кокрофта—Уолтона, Кавендишская лаборатория, Англия	Протоны	0,5 МэВ
	Циклотрон Лоуренса—Ливингстона, Калифорнийский университет, Беркли, США	Протоны	1,2 МэВ
1942	Бетатрон Керста, компания «Дженерал электрик», США	Электроны	20 МэВ
1950	Второй Стэнфордский линейный ускоритель, Стэнфордский университет	Электроны	35 МэВ
	Протонный линиак Альвареца, Калифорнийский университет, Беркли, США	Протоны	32 МэВ
1952	Протонный синхротрон Брунхейвенской национальной лаборатории (космотрон), США	Протоны	2,2 ГэВ
1957	Протонный синхротрон (синхрофазотрон), Дубна, СССР	Протоны	10 ГэВ
1959	Протонный синхротрон с переменным градиентом в ЦЕРНе, Швейцария	Протоны	28 ГэВ
1966	Стэнфордский линейный ускоритель (СЛАК), Стэнфордский университет, США	Электроны	20 ГэВ
1967	Корнельский электронный синхротрон с переменным градиентом, Корнельский университет, США	Электроны	10 ГэВ
	Протонный синхротрон с переменным градиентом в Серпухове, СССР	Протоны	76 ГэВ
1971	Протонный синхротрон Национальной ускорительной лаборатории, Вестон, Иллинойс, США	Протоны	500 ГэВ

История создания ускорителей кратко представлена в табл. 34.1. Национальная ускорительная лаборатория в Вестоне (штат Иллинойс, США) завершила постройку самого мощного в мире ускорителя протонов на энергии 500 ГэВ. В этой лаборатории генератор Кокроф-

та — Уолтона направляет протоны с энергией 750 кэВ в линейный ускоритель, который доводит их энергию до 200 МэВ. Затем эти ускоренные протоны вводятся в так называемый синхротрон-инжектор, который повышает их энергию до 8 ГэВ. Из него протоны попадают в главный синхротрон, который доводит их энергию до 500 ГэВ. В настоящее время проектируются ускорители, которые будут ускорять протоны до энергий свыше 1000 ГэВ.

ЗАДАЧИ

34.1. Чему равна скорость протона, ускоренного: а) до энергии 0,15 МэВ (ускоритель Кокрофта — Уолтона); б) до энергии 1,0 МэВ (генератор Ван-де-Граафа); в) до энергии 20 МэВ (циклотрон)?

34.2. Составьте примерную схему эксперимента, в котором магниты, выведенные на орбиту вокруг Земли, захватывали бы очень высокоэнергетические космические лучи и направляли их в качестве ускоряемых частиц в ускоритель на Земле.

34.3. Генератор Ван-де-Граафа ускоряет протоны с помощью разности потенциалов $2 \cdot 10^6$ В. Движущийся ремень в нем переносит положительный заряд к сферическому кондуктору со скоростью, обеспечивающей силу тока $3{,}0 \cdot 10^{-3}$ А. Считая, что поток ускоренных протонов от ускорителя интенсивностью 10^4 част./(м$^2 \cdot$с) падает на мишень, рассчитайте: а) мощность, приводящую ремень в движение; б) скорость протонов в момент удара о мишень; в) силу тока, если мишень имеет площадь 20 см^2.

34.4. В циклотроне радиусом 1,0 м создается магнитное поле с индукцией 2,0 Тл. Для дейтронов, ускоряемых в этом приборе, найдите: а) частоту обращения; б) максимальную энергию, сообщаемую дейтронам; в) разность потенциалов, необходимую для достижения этой энергии.

34.5. В бетатроне диаметром 1,52 м ускоряющий потенциал равен 500 В для электрона, движущегося на устойчивой орбите. Считая, что электроны обращаются по орбите с угловой скоростью $5{,}10^5$ об/с, найдите: а) линейную скорость электронов; б) конечную энергию электронов; г) импульс ускоренного электрона. Будут ли электроны релятивистскими?

34.6. В бетатроне с диаметром устойчивой орбиты 2,0 м и с ускоряющим потенциалом на один оборот 500 В инжектируются электроны с энергией 50 кэВ. Вычислите: а) полное число оборотов ускоряемого электрона в бетатроне; б) их максимальный релятивистский импульс.

34.7. В циклотроне ускоряющее напряжение между дуантами равно 100 кВ, а индукция магнитного поля равна 1,5 Тл. Считая, что протоны ускорены до максимальной энергии 20 МэВ, найдите: а) число пересечений протоном ускорительного промежутка в ускорителе для получения этой энергии; б) частоту обращения протона на орбите; в) максимальную скорость протона; г) максимальный радиус орбиты.

34.8. Линейный ускоритель ускоряет протоны до энергии 200 БэВ. Чему равна дебройлевская длина волны этих протонов? Чему равно отношение этой длины волны к характерным размерам атомного ядра?

34.9. Заряженная частица, ускоряемая на круговой орбите, теряет за один оборот энергию в джоулях по следующей формуле (выведена Швингером):

$$\Delta K = 12\pi \frac{e^2}{r} \cdot \frac{E}{m_0c^2} 10^9.$$

Найдите энергетические потери для электрона с энергией 50 МэВ, движущегося по орбите радиусом 2 м, и протона, движущегося по той же орбите.

Глава 35
ТВЕРДОЕ ТЕЛО (I)

Джон Бардин
(р. 23.V 1908 г.)

Родился в Мэдисоне (штат Висконсин, США). Получил степень доктора наук в Принстонском университете в 1936 г. Работал как физик в Морской артиллерийской лаборатории в Вашингтоне и в лаборатории Бэлл-телефон. Исследования Бардина по теории твердого тела и физике низких температур, в частности по полупроводникам и по сверхпроводимости, широко известны. Он дал правильное описание этих явлений. В 1956 г. Бардин, У. Шокли и У. Браттейн были награждены Нобелевской премией по физике за изобретение транзистора. В 1972 г. Бардин разделил Нобелевскую премию по физике с Л. Купером и Дж. Шриффером за фундаментальное исследование по теории сверхпроводимости. Бардин первым получил две Нобелевские премии по одному разделу науки.

35.1. Кристаллы

Силы притяжения между частицами, составляющими твердое тело, настолько велики, что атомы твердого тела не могут двигаться свободно друг относительно друга. Однако эти атомы вовсе не неподвижны, как можно было бы подумать. Каждый из них все время колеблется под влиянием упругих сил, действующих между соседними частицами. Хотя в структуре некоторых твердых тел, таких, как стекло или резина, и не наблюдается никакой регулярности в расположении атомов, все же большинство твердых тел составлено из частиц, располагающихся в строгом порядке. Весьма регулярный геометрический внешний вид кристаллов, а также правильные формы, в которых происходит рост кристаллов, приводят непосредственно к заключению, что атомы кристаллов правильно упорядочены и симметрично расположены.

В 1912 г. Фридрих, Книппинг и Лауэ в опытах по дифракции рентгеновских лучей показали, что кристаллы действительно построены из атомов, симметрично расположенных относительно друг друга. Брэгг в 1913 г. определил кристаллические структуры KCl, NaCl, KBr и KI в экспериментах по дифракции рентгеновских лучей. Эти исследователи впервые объяснили физический смысл геометрической правильности кристаллических твердых тел их атомным строением.

Структура и жесткость твердых тел определяются различием в электростатических силах, которые связывают вместе составляющие тело атомы. Простейшая кристаллическая структура кристалла NaCl, изображена на рисунке 35.1. В ней ионы Na^+ и Cl^-, правильно чередуясь, располагаются в узлах кубической решетки. На рисунке 35.2, *а*, *б* показан нейтральный атом Na с одним электроном во внешней оболочке и нейтральный атом Cl с внешней оболочкой, не достроенной одним электроном. Ионы этих атомов противоположно заряжены

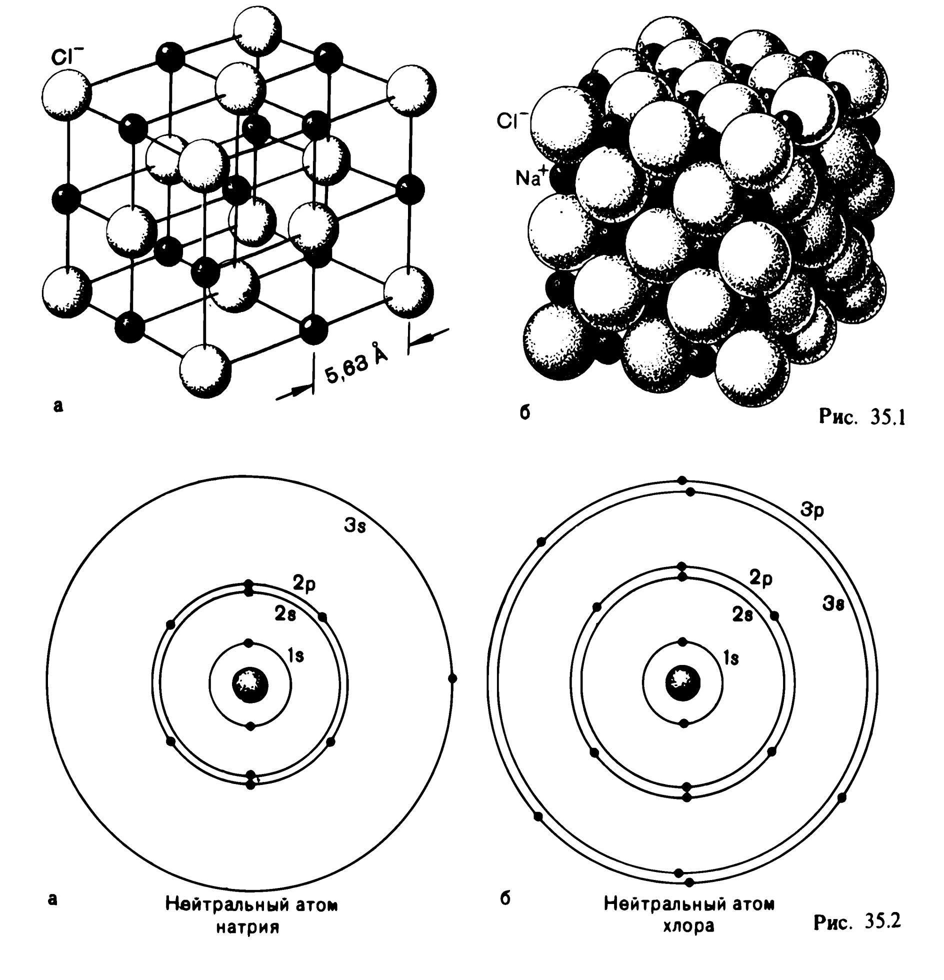


Рис. 35.1

Рис. 35.2

и притягиваются электрическими силами. Это притяжение обеспечивает простейшую химическую связь — так называемую *ионную связь*. Такой тип химической связи иллюстрируется рисунком 35.3, *а*.

Другим типом очень сильной химической связи является *ковалентная связь* между двумя атомами. Типичный пример ковалентной связи — связь атомов углерода в кристалле алмаза. Каждый атом углерода отдает «в совместное пользование» каждому соседнему атому углерода по два электрона из внешней оболочки. В результате образуются ковалентные связи (см. рис. 35.3, *б*).

В кристаллах металлов проявляет себя *металлическая связь*, при которой все атомы в металле отдают «в коллективное пользование» свои валентные электроны. В металлах валентные электроны так слабо связаны с атомными остовами, что могут двигаться свободно по кристаллической решетке, как показано на рисунке 35.3, *в*. Когда распределение электрического заряда в нейтральных атомах

13—744

изменяется, появляется слабое взаимодействие между соседними атомами. Это так называемая молекулярная связь, известная также под названием *ван-дер-ваальсовой* связи (см. рис. 35.3, *г*), пример ее — связь атомов в твердом H_2.

Так как атом водорода очень мал и его электрон легко сместить, то последний часто притягивается сразу к двум атомам и так образуется *водородная связь* (см. рис. 35.3, *д*). Именно водородная связь в основном ответственна и за взаимодействие друг с другом молекул воды. Она объясняет уникальные свойства воды и льда. Этот тип связи проиллюстрирован на рисунке 35.4 для одного типа кристаллов льда.

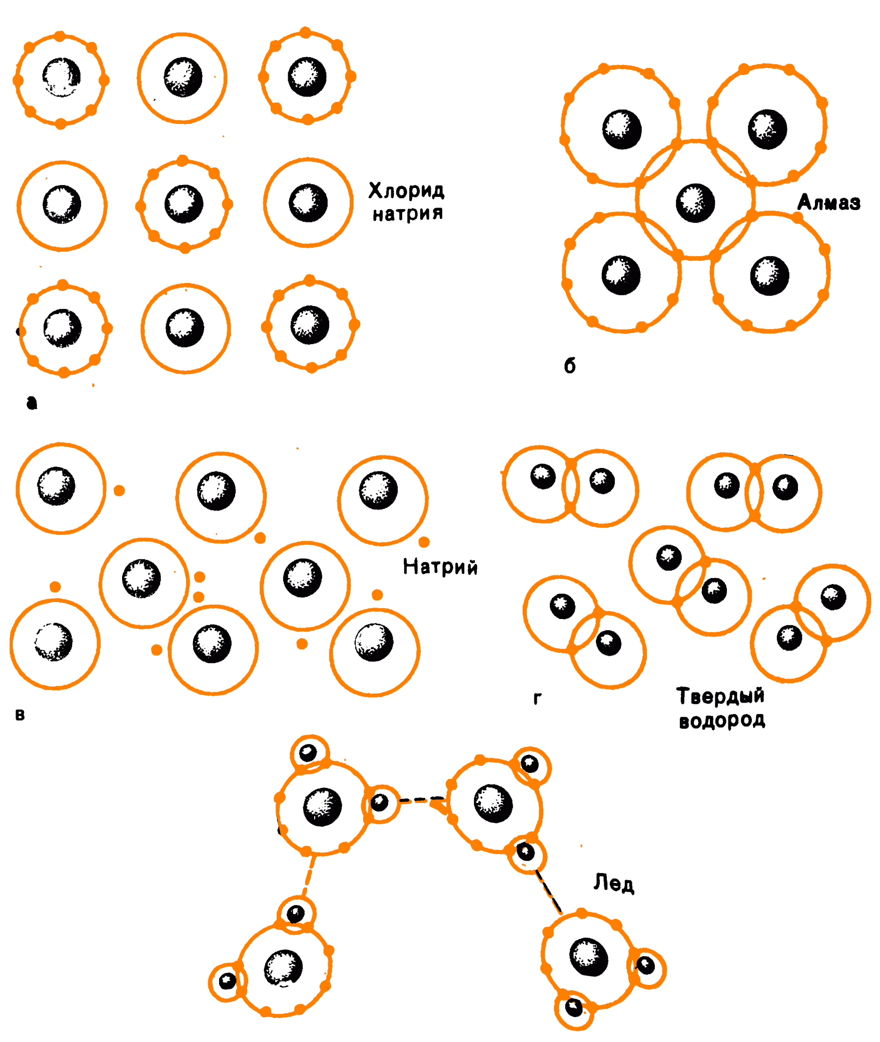


Рис. 35.3

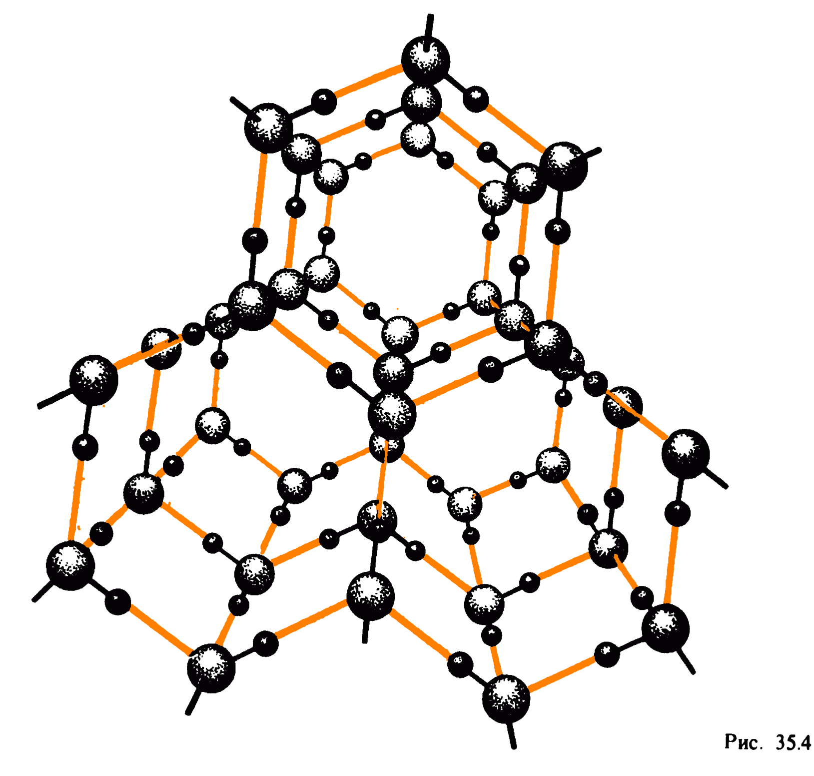


Рис. 35.4

Хотя в большинстве кристаллов преобладает только один какой-нибудь тип связи, в действительности в каждом из них практически осуществляются все типы связи.

35.2. Металлы

Около $^{2}/_{5}$ химических элементов — металлы. Поскольку атомы металлов содержат небольшое число (один, два или три) валентных электронов, они обладают тенденцией легко терять их, потому что валентные электроны — это наименее прочно связанные в атоме электроны. На основании этого факта и экспериментальных наблюдений, указывающих на то, что подвижные электроны в металлах являются носителями электрического тока, Друде и Лоренц в начале 1900 г предложили модель *классического электронного газа* для электронов в металле. Ими была выдвинута гипотеза, что валентные электроны практически ни с чем не взаимодействуют внутри металла и не взаимодействуют между собой и, таким образом, ведут себя как частицы классического идеального газа.

Хотя указанная модель и была упрощенной, теория Друде и Лоренца смогла правильно описать многие важные физические свойства металлов. Ограниченность этой модели ясна уже из того, что электроны в металле расположены на более близких расстояниях, чем мо-

лекулы идеального газа. Необходимо поэтому учитывать кулоновское взаимодействие электронов друг с другом и считаться с очень высоким давлением внутри электронного газа. В силу действия указанных эффектов экспериментальные результаты по физике металлов довольно сильно отличаются от предсказываемых теорий классического электронного газа.

Наиболее серьезное упущение модели состоит в том, что электроны в металле нельзя считать классическими точечными частицами. К ним надо применять квантовую механику, и в качестве первого приближения при применении квантовой теории к свободным электронам в металле мы здесь будем считать, что электроны свободны и движутся только в одном измерении, но что они не могут выходить из объема металла в силу бесконечно большого потенциала, имеющегося на его поверхности. Эксперименты подтверждают правильность этих предположений. Они показывают, что электроны слабо рассеиваются друг на друге и что при очень низких температурах в чистых металлах средняя длина свободного пробега может быть порядка 1 см. Кроме того, не только при нулевой, но даже и при комнатной температуре на электроны на поверхности металла действует очень сильное электрическое поле. Поэтому, несмотря на то что электроны могут сравнительно свободно двигаться внутри металла, они не могут покинуть его.

Таким образом, волновую функцию $\psi_n(x)$ отдельного свободного электрона внутри металла можно рассматривать как функцию квантовой частицы в ящике (см. гл. 15). Влиянием ионов, образующих кристаллическую решетку, мы пренебрегаем, а средний потенциал, создаваемый этими ионами, считаем равным нулю. Уравнение Шредингера для свободного электрона имеет следующий вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_n(x)}{dx^2} = E_n\psi_n(x), \tag{35.1}$$

или

$$\frac{d^2\psi_n(x)}{dx^2} - \frac{2m}{\hbar^2}E_n\psi_n(x) = 0.$$

Так как электроны могут находиться только внутри металла, потребуем, чтобы волновая функция электрона при подходе к поверхности металла обращалась в нуль, т. е. чтобы $\psi_n(0) = 0$ и $\psi_n(L) = 0$. Тогда вышеприведенное уравнение второго порядка имеет следующие нормированные решения

$$\psi_n(x) = \left(\frac{2}{L}\right)^{1/2}\sin\left(\frac{n\pi}{L}\right)x. \tag{35.2}$$

Если эти решения подставить в уравнение (35.1), то для собственных значений энергии можно получить формулу

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = n^2\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}\right). \tag{35.3}$$

Принцип запрета Паули действует в твердых телах так же, как в атомах и молекулах. В отношении свободных электронов в металле он утверждает, что никакие два электрона в нем не могут иметь оди-

наковые квантовые числа n и m_s. Так как проекция спина электрона $m_s = +1/2$ или $m_s = -1/2$, то должно быть по два разных состояния с одним и тем же квантовым числом n. Напомним (см. гл. 24), что частицы, подчиняющиеся принципу запрета Паули, подпадают под действие статистики Ферми — Дирака.

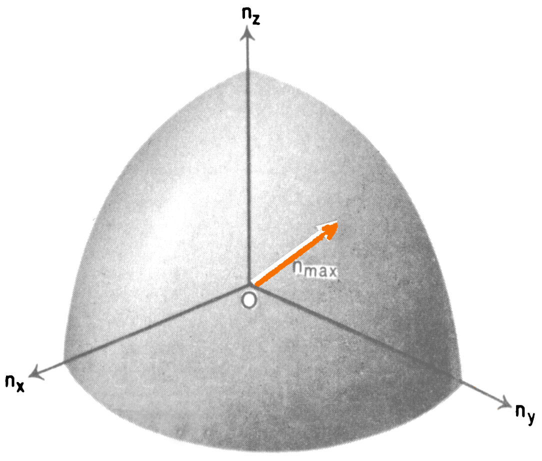


Рис. 35.5

Все N электронов заполняют состояния $n = 1, 2, ..., \frac{1}{2}N$ (считаем, что N — четное число) попарно. Таким образом, в рассматриваемой одномерной модели металла энергии отдельных электронов изменяются от 0 при $n = 0$ до некоторой максимальной энергии при $n = n_F$. Энергия самого высокого заполненного уровня $n = n_F$ называется *энергией Ферми.*

В трехмерной модели, в которой кусок металла мыслится в виде куба с длиной ребра L, уравнение Шредингера (35.1) для волновых функций $\psi_n(x, y, z)$ надо заменить на уравнение

$$\frac{\partial^2\psi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi_n}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi_n = 0. \qquad (35.4)$$

Теперь потребуем, чтобы волновые функции обращались в нуль на поверхности металла. Тогда для нормированных волновых функций получим:

$$\psi_n(x, y, z) = \left(\frac{8}{L^3}\right)^{1/2} \sin\frac{n_x\pi}{L}x \sin\frac{n_y\pi}{L}y \sin\frac{n_z\pi}{L}z. \qquad (35.5)$$

Собственные значения энергии при этом будут:

$$E = (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)\left(\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}\right). \qquad (35.6)$$

Так же как в одномерном случае, принцип Паули требует, чтобы одно состояние не было занято более чем двумя электронами. Следовательно, если N — полное число свободных электронов в металле, то нам надо правильно выбрать $\frac{1}{2}N$ наборов положительных чисел n_x, n_y, n_z.

Представляя $n_{max} = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$ как радиус сферы, $\frac{1}{2}N$ наборов чисел n_x, n_y, n_z можно характеризовать точками, расположенными в объеме внутри указанной сферы. Поскольку используются только положительные числа, то надо рассмотреть только положительный октант сферы (рис. 35.5). Поэтому полное число нужных нам наборов положительных чисел оказывается равным $\frac{1}{8}(\frac{4}{3}\pi n_{max}^3)$, и, так как

имеются два значения проекции спина электрона для каждого состояния, полное число различных квантовых состояний n, m_s будет равно:

$$N = \frac{1}{8}\left(\frac{4}{3}\pi n_{\max}^3\right)\cdot 2 = \frac{\pi n_{\max}^3}{3}. \tag{35.7}$$

Отсюда для наборов, лежащих на самой поверхности сферы, получаем, что

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = n_{\max}^2 = \left(\frac{3N}{\pi}\right)^{2/3}$$

и поэтому кинетическая энергия (энергия Ферми) для электронов равна:

$$E_F = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3}\frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{N}{L^3}\right)^{2/3} = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3}, \tag{35.8}$$

де $V = L^3$.

С помощью тех же рассуждений, которые привели нас к формуле (35.8), можно показать, что полное число электронов в электронном газе в металле, которые имеют энергию, меньшую E, равно:

$$N = \left(E\frac{2m}{\hbar^2\pi^2}L^2\right)^{3/2}\frac{\pi}{3}. \tag{35.9}$$

Плотность распределения числа электронов по энергиям можно рассчитать, дифференцируя формулу (35.9):

$$\frac{dN}{dE} = \frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}E^{1/2}.$$

Число электронов, обладающих энергиями от E до $E + dE$, следовательно, равно:

$$N(E + dE) - N(E) = \frac{dN}{dE}dE = P(E)dE,$$

$$P(E)dE = \frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}E^{1/2}dE. \tag{35.10}$$

На рисунке 35.6 приведена кривая, характеризующая зависимость плотности электронов в единице объема металла, приходящихся на единичный интервал энергии $\left(\frac{1}{V}\frac{dN}{dE}\right)$, от энергии E электрона.

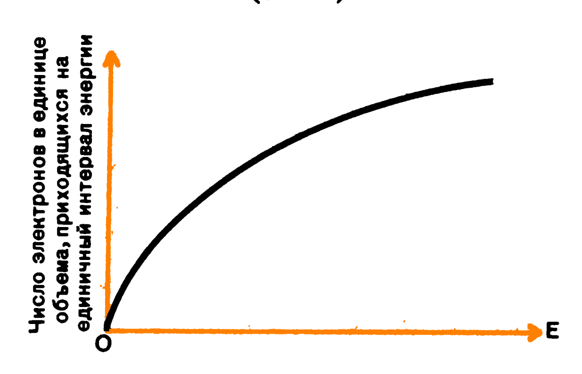


Рис. 35.6

Пример 35.1. Рассчитайте кинетическую энергию свободного электрона, находящегося в состоянии с максимальной энергией, в металлическом натрии.

Решение. Молярная масса натрия равна $2{,}3\cdot10^{-2}$ кг/моль. Плотность натрия составляет 970 кг/м^3. 1 моль, таким образом, занимает объем

$$V=\frac{M}{\rho}=\frac{2{,}3\cdot10^{-2}\ \text{кг/моль}}{970\ \text{кг/м}^3}=0{,}237\cdot10^{-4}\text{м}^3/\text{моль},$$

так что на каждый атом Na приходится объем

$$v=\frac{V}{N_0}=\frac{0{,}237\cdot10^{-4}\ \text{м}^3/\text{моль}}{6{,}02\cdot10^{23}\ \text{моль}^{-1}}=3{,}94\cdot10^{-29}\ \text{м}^3$$

Предполагая, что в металлическом натрии один электрон приходится на каждый атом, получаем, что число электронов в 1 м^3 равно: $N/L^3=1/v=2{,}54\cdot10^{28}$ м$^{-3}$. Это число называют числом Лошмидта.

Из формулы (35.8), таким образом, следует, что

$$E=\frac{(1{,}05\cdot10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с})^2}{2\cdot9{,}11\cdot10^{-31}\ \text{кг}}\ \frac{(3\cdot2{,}54\cdot10^{28}\ \text{м}^3)^{2/3}}{\pi^{-4/3}}\ =\ 4{,}98\cdot10^{-19}\ \text{Дж}=3{,}12\ \text{эВ}.$$

В табл. 35.1 сравниваются энергии Ферми для электронов ряда металлов.

Таблица 35.1

Металл	Концентрация электронов, м$^{-3}$	Энергия E_F, эВ	Максимальная скорость электрона, м/с
Li	$4{,}6\cdot10^{28}$	4,7	$1{,}3\cdot10^6$
Ba	2,5	3,1	1,1
Cs	0,86	1,5	0,73
Cu	8,50	7,0	1,56
Ag	5,76	5,5	1,38

35.3. Теория зон

Выше мы предполагали, что электроны могут свободно перемещаться в металле. Эта простая картина позволяет понять многие свойства металлических твердых тел. Однако более строгая теория электронов в кристаллических твердых телах должна обязательно учитывать влияние на них атомных «остовов», образующих периодическую кристаллическую решетку. Если учесть это влияние, то можно обнаружить, что в кристалле имеются определенные энергетические области, для которых уравнение Шредингера для отдельного электрона не имеет решений. Этими «запрещенными полосами», или зонами, в распределении энергии по квантовым состояниям отделены друг от друга «разрешенные» энергетические зоны. Характер зон опреде-

ляет электронные свойства твердого тела и позволяет классифицировать их на *проводники* и *непроводники*.

В действительности электроны движутся по металлу, находясь под влиянием других электронов и соседних атомных остовов. Полное математическое описание движения электронов в кристалле — чрезвычайно трудная проблема, и поэтому мы дадим только качественное описание явления.

В индивидуальном атоме электроны на орбитах удерживаются ядром и занимают определенные энергетические уровни. Квантовая теория запрещает иметь электрону энергию, лежащую между любыми двумя энергетическими уровнями. В твердом теле положение сложнее, потому что атомы в нем тесно примыкают друг к другу и каждый из них оказывает сильное воздействие на электроны соседнего атома. Например, каждый из 11 электронов в нейтральном изолированном атоме Na занимает свой энергетический уровень, как это показано на рисунке 35.7. Но когда атомы Na сближаются на малые расстояния, как в твердом теле, они начинают сильно взаимодействовать друг с другом, и электроны в них имеют немного отличные энергии, потому что в силу принципа запрета Паули никакие два электрона не могут занимать одно и то же квантовое состояние. Если кристалл содержит 10^{20} атомов, получается такое огромное количество индивидуальных квантовых состояний, что все они вместе образуют почти непрерывную зону или зоны разрешенных энергетических уровней.

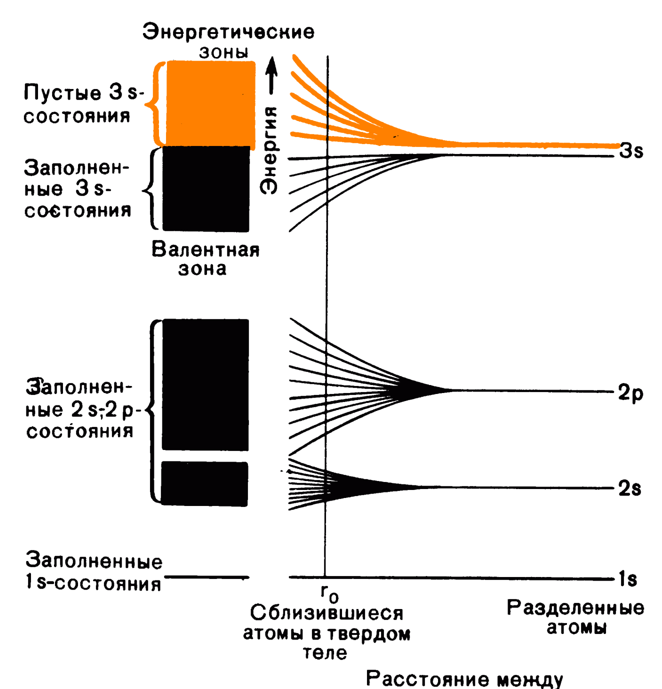


Рис. 35.7

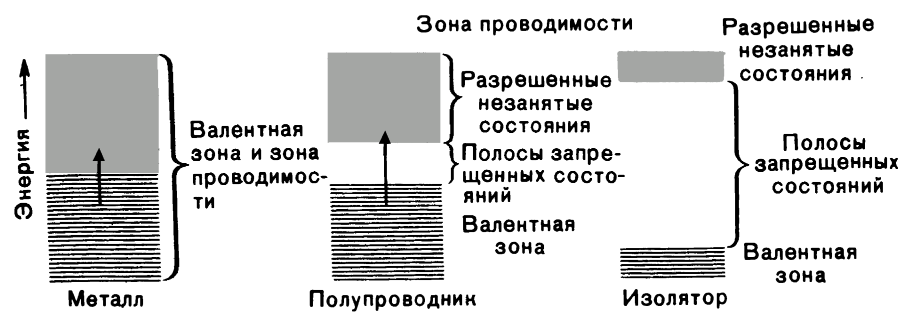


Рис. 35.8

Будет ли твердое тело изолятором, проводником или полупроводником, зависит от структуры энергетических зон. Энергетические зоны для изолятора, металлического проводника и полупроводника схематически показаны на рисунке 35.8. В металлах *валентная зона* не заполнена и тесно примыкает к *зоне проводимости*, поэтому электроны легко могут переходить из валентной зоны в зону проводимости. С другой стороны, если валентная зона, заполненная электронами, четко отделена от зоны проводимости достаточно широкой полосой запрещенных энергий, то твердое тело является изолятором, так как в нем очень трудно перевести электрон в зону проводимости. Наконец, в полупроводниках полоса запрещенных состояний узкая и отдельные электроны могут приобрести энергию, достаточную для того, чтобы «перепрыгнуть» полосу и попасть в зону проводимости. Достаточно нагреть полупроводник или поместить его в электрическое поле, чтобы электроны из валентной зоны через энергетическую щель переместились в зону проводимости.

ЗАДАЧИ

35.1. Атомная масса алюминия равна 27 кг/моль, причем плотность алюминия 2700 кг/м^3. Чему равно среднее расстояние между соседними атомами в кристалле алюминия? Предполагая, что на каждый атом алюминия приходится три свободных электрона, найдите сначала, сколько свободных электронов имеется в 1 м^3 алюминия.

35.2. Измерьте размеры медной монетки и рассчитайте число свободных электронов, содержащихся в ней. Предположите, что на атом приходится по одному свободному электрону. Атомная масса меди равна $6.4 \cdot 10^{-2}$ кг/моль, а ее плотность 8290 кг/м^3.

35.3. Пусть в металлическом литии имеется по одному свободному электрону на один атом и они двигаются только в одном направлении. Какова максимальная кинетическая энергия этих электронов? Сравните эту энергию с приведенной в табл. 35.1 и со средней кинетической энергией поступательного движения молекул (0,0025 эВ).

35.4. Какова максимальная скорость свободного электрона в кристалле натрия и в кристалле золота?

35.5. Полную кинетическую энергию всех N электронов, находящихся в объеме V, можно найти по формуле

$$K = \int_0^{E_F} P(E) E dE ,$$

где $P(E)\,dE$ дается формулой (35.10). Покажите, что эта полная кинетическая энергия равна $3/5\,NE_F$.

35.6. Предполагая, что электроны в металле могут двигаться только в плоскости квадрата со стороной L, найдите собственные функции и собственные значения энергии таких электронов.

35.7. По какому-либо справочнику по экспериментальной физике найдите отношение сопротивления натрия и стекла. Как объяснить это различие на основе теории зон?

35.8. Предполагая, что в магнии на один атом приходится два свободных электрона, найдите максимальную скорость свободных электронов.

35.9. Сколько электронов должно было бы быть в 1 м^3 кристалла натрия, чтобы их энергия была меньше средней кинетической энергии поступательного движения молекул (0,0025 эВ)?

Глава 36

ТВЕРДОЕ ТЕЛО (II)

Уолтер Хоузер Браттейн

(р. 10.II 1902 г.)

Браттейн родился в г. Амое (Китай). Учился в Витмановском колледже, в Орегонском и Миннесотском университетах. Работал инженером в лаборатории Бэлл-телефон с 1929 по 1967 г. В настоящее время преподает в Витмановском колледже в г. Валла-Валла (штат Вашингтон, США). Изобретение транзистора с точечным контактом и исследования по поверхностным свойствам полупроводников — его главные вклады в физику твердого тела. В 1956 г. за исследования по полупроводникам Браттейн вместе с У. Шокли и Дж. Бардином был награжден Нобелевской премией по физике.

36.1. Распределение Ферми — Дирака

В предыдущей главе мы отмечали, что, хотя электроны в металле относительно свободны в своем движении, принцип запрета Паули приложим и к ним в той же мере, как к электронам, движущимся по орбитам в атомах. Никакие два электрона внутри металла не могут занимать одно и то же энергетическое состояние. Частицы, которые подчиняются принципу запрета Паули, подпадают под действие статистики Ферми — Дирака.

Пусть $f(E)$ — вероятность того, что данное квантовое состояние занято электроном, тогда при нуле температур имеем:

$$f(E) = 1 \text{ при } E < E_F,$$
$$f(E) = 0 \text{ при } E > E_F.$$

При температуре, отличной от нуля, вероятность заполнения данного квантового состояния дается формулой распределения Ферми — Дирака:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E - E_F)/kT} + 1}. \tag{36.1}$$

В этой формуле E — энергия рассматриваемого квантового состояния, E_F — энергия Ферми (энергия самого высокого заполненного

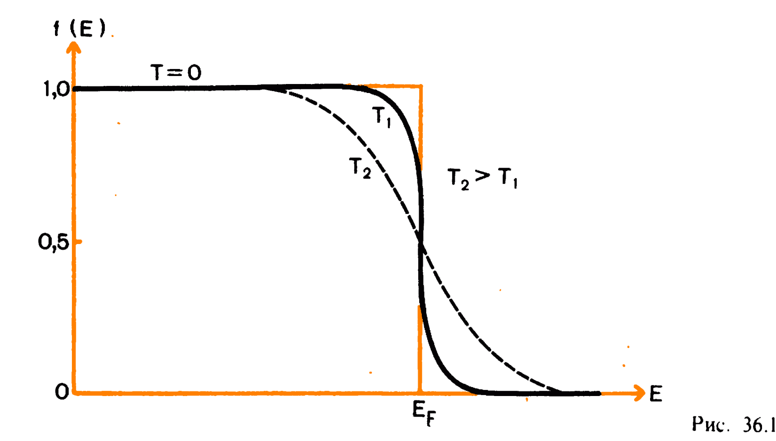


Рис. 36.1

уровня), k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. На рисунке 36.1 показана функция распределения $f(E)$ при абсолютном нуле температур и при двух более высоких температурах T. Обратим внимание, что при $E = E_F$ $f(E) = 1/2$ при всех температурах.

Число электронов с энергией от E до $E + dE$ при температуре T можно найти, используя формулы (35.10) и (36.1):

$$n(E)dE = P(E)dEf(E),$$

или

$$n(E)dE = \frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\frac{E^{1/2}dE}{e^{(E-E_F)/kT}+1}. \qquad (36.2)$$

При температуре $T = 0$ К $f(E) = 1$ при $E < E_F$, так как все энергетические состояния заполнены до энергетического уровня $E = E_F$ и, следовательно, $\exp[(E - E_F)/kT] = 0$. Число электронов с энергиями, меньшими или равными энергии Ферми, равно:

$$N = \int_0^{E_F} n(E)dE = \frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\int_0^{E_F} E^{1/2}dE,$$

или

$$N = \frac{2}{3}\left[\frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\right]E_F^{3/2}. \qquad (36.3)$$

При $T = 0$К, таким образом, энергия Ферми будет равна:

$$E_F(0) = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{3N}{\pi V}\right)^{2/3}, \qquad (36.4)$$

что полностью согласуется с формулой (35.8).

По классической теории при $T = 0$К все электроны должны были бы иметь нулевую энергию, но согласно формулам (36.3), (36.4) и табл. 35.1 имеется целый участок энергий вплоть до максимальной энергии E_F. В связи с этим вводится понятие эффективной температу-

ры газа электронов в металле, так называемой «температуры Ферми», которая определяется соотношением

$$T_F = \frac{E_F}{k}. \quad (36.5)$$

Пользуясь табл. 35.1, определим температуру Ферми электронного газа в металле, например для бария:

$$T_F = \frac{3{,}1 \text{ эВ} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/эВ}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}} = 3{,}7 \cdot 10^4 \text{ К}.$$

По классическим представлениям, если тело нагревать, то каждый из электронов приобретает энергию порядка kT. Принцип запрета Паули запрещает электронам приобретать энергию и переходить в более высокие энергетические уровни, если они заняты. Фактически только те электроны, у которых энергия приблизительно равна энергии Ферми, могут увеличивать свою энергию на kT.

36.2. Полупроводники

На рисунке 35.8 было показано, что полупроводник имеет небольшую запрещенную полосу энергий между заполненной валентной зоной и пустой зоной проводимости. При низких температурах все электроны в таких кристаллах будут находиться в валентной зоне и электропроводность полупроводника будет равна нулю. Кристалл в таких условиях ведет себя как идеальный изолятор. Но при комнатных температурах некоторые электроны могут приобрести достаточную энергию, чтобы «перепрыгнуть» запрещенную полосу и попасть в зону проводимости, и, если только будет приложено электрическое поле, возникнет электрический ток. Вследствие такого поведения подобные кристаллы называют *полупроводниками*. Из-за особой простоты кристаллической структуры кремний и германий являются наиболее известными полупроводниками.

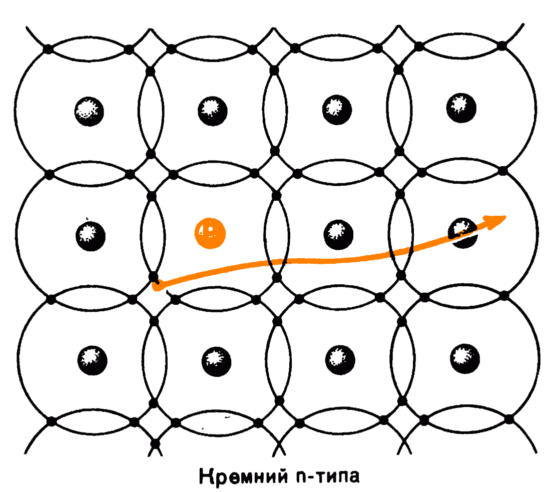


Рис. 36.2

Небольшими добавками примесей к полупроводниковому кристаллу можно изменить характер запрещенной энергетической полосы. Если атомами фосфора с конфигурацией валентных электронов $3s^2\ 3p^3$ заменить некоторые атомы кремния, имеющие кон-

фигурацию валентных электронов $4s^2\ 4p^2$, то в кристалле появятся дополнительные электроны, не участвующие в ковалентных связях. Эти дополнительные электроны отрываются от атомов фосфора (рис. 36.2), именно они обусловливают ток проводимости в кристалле.

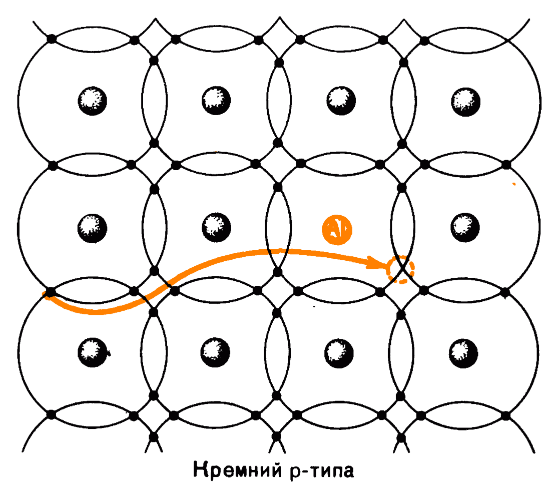


Рис. 36.3

Когда примесь, например, такая, как фосфор, отдает кристаллу внешние электроны, которые затем могут использоваться как электроны проводимости, тогда ее называют «донором». Полупроводник с добавленной к нему донорной примесью называют *полупроводником n-типа*, потому что в нем переносят ток отрицательно заряженные электроны.

Такая примесь, как алюминий, обладающий конфигурацией валентных электронов $3s^2 3p^1$, приводит к появлению электрического тока в полупроводнике по другим причинам. Если один атом алюминия ввести в кристалл кремния, как показано на рисунке 36.3, то одной валентной связи будет недоставать одного электрона и в среде электронов образуется «дырка». Электрон, находящийся поблизости, заполнит эту «дырку», оставленную предыдущим электроном, и т. д. «Дырка» начнет, таким образом, двигаться. Так возникает новый механизм электрической проводимости. Теперь атомы примеси называют «акцепторами», потому что они оттягивают на себя электроны. Получается *полупроводник p-типа*, потому что в нем электрический ток переносится положительно заряженными «дырками». Фактически это полностью эквивалентно переносу тока подвижными положительно заряженными частицами.

Влияние донорной и акцепторной примесей на запрещенную полосу энергий схематически проиллюстрировано на рисунке 36.4.

Кристалл кремния или германия можно изготовить так, чтобы одна его половина была полупроводником *n*-типа, а другая — полупроводником *p*-типа. Между этими половинами будет тонкая промежуточная прослойка, которую называют «*p*—*n*-переходом». Такой полупроводниковый кристалл обладает важным электрическим свойством. Ток в нем может идти только в одном направлении, т. е. он действует как выпрямляющий элемент.

Так как свободные отрицательные электроны имеются в одной половине кристалла, а в другой — положительные дырки (рис. 36.5, *a*), то в равновесии должна устанавливаться разность потенциалов между

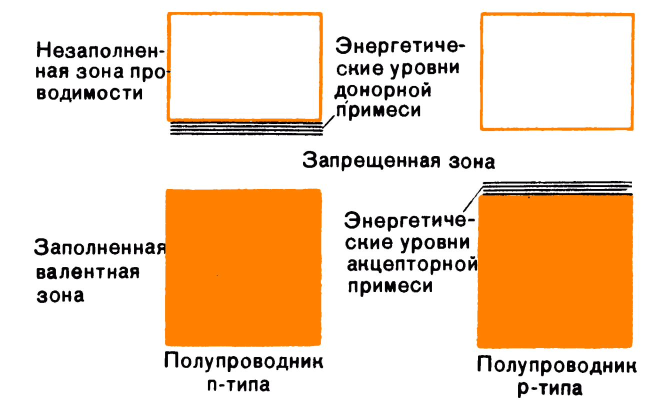
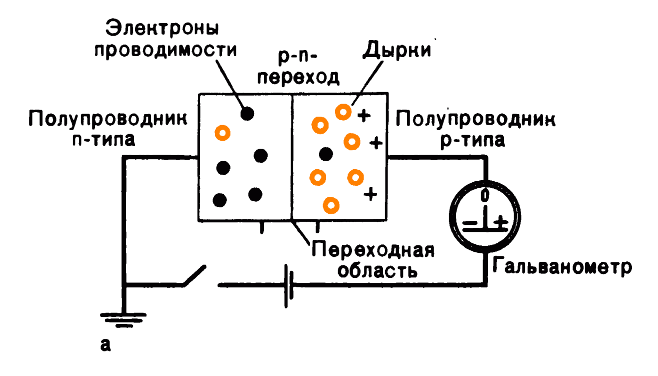
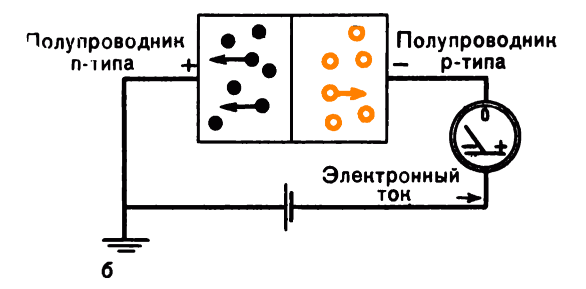


Рис. 36.4





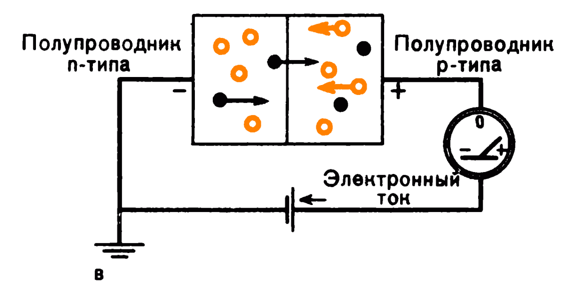


Рис. 36.5

обеими половинами. Когда внешнее электрическое поле отсутствует, электроны из *n*-половины стремятся продиффундировать в *p*-половину и соединиться с положительными дырками. Можно сказать также, что положительные дырки из *p*-половины диффундируют к *n*-половине. В результате таких перемещений зарядов *n*-половина приобретает положительный заряд, а *p*-половина — отрицательный, так что появляется разность потенциалов, которая будет препятствовать тому, чтобы электроны покидали *n*-половину кристалла, а дырки — *p*-половину. В конце концов установится состояние *равновесия*, при котором ток электронов проводимости станет равным току дырок.

Теперь поместим этот полупроводниковый кристалл во внешнее электрическое поле. Если под действием поля *n*-половина кристалла делается еще более положительно заряженной, а *p*-половина еще более отрицательно заряженной (см. рис. 36.5, *б*), то через кристалл пойдет очень небольшой электрический ток, так как только совсем мало электронов можно «протащить» через переходную область из *n*-половины. Если изменить направление линий напряженности поля (см. рис. 36.5, *в*), т. е. *n*-половину подсоединить к отрицательному полюсу источника тока, а *p*-половину к положительному полюсу, электрический ток оказывается очень большим, потому что поле заставляет электроны идти в область, в которой они могут свободно передвигаться.

36.3. Транзисторы

Важное применение полупроводники с *n*—*p*-переходом находят в *транзисторах*. Транзистор (рис. 36.6) состоит из трех различных полупроводниковых областей: полупроводника *n*-типа, называемого эмиттером (в нем большая концентрация донорных примесей), слабого полупроводника *p*-типа, называемого базой, и полупроводника *n*-типа, называемого коллектором. Транзисторы типа *n*—*p*—*n* (см. рис. 36.6) используют в усилительных радиосхемах.

Если между эмиттером и базой приложить небольшое добавоч-

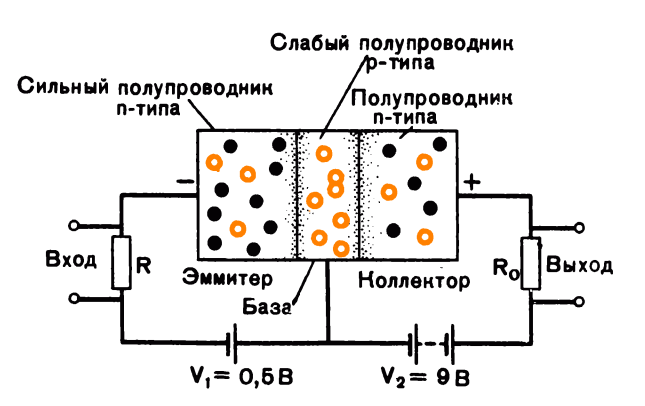


Рис. 36.6

ное напряжение V_1, то от эмиттера к базе потечет сильный электронный ток; p—n-переход между эмиттером и базой оказывает в точности такое же выпрямляющее действие, о котором мы говорили выше. С другой стороны, электрический ток в направлении от коллектора к базе очень мал вследствие большой обратной разности потенциалов V_2.

База в транзисторе сделана настолько тонкой (≈ 500Å), что почти все электроны проходят через нее, не встречая на своем пути ни одной положительной дырки, и попадают в коллектор. Выпрямляющий эффект, существующий между коллектором и базой, запирает любой сколько-нибудь заметный электронный ток из-за того, что происходит диффузия электронов от коллектора к базе. Таким образом, почти все электроны проводимости из эмиттера попадают в коллектор.

Эффективность работы транзистора характеризуется коэффициентом α, который равен:

$$\alpha = \frac{I_c}{I_e}, \tag{36.6}$$

где I_c — ток в коллекторе, I_e — ток в эмиттере. Для транзисторов коэффициент α изменяется от 0,95 до 0,995.

П р и м е р 36.1. Чему равен коэффициент усиления для радиотехнической схемы (см. рис. 36.6), если для транзистора $\alpha = 0{,}95$, $R_i = 50$ Ом, $R_0 = 1000$ Ом.

Р е ш е н и е. По определению коэффициент усиления равен:

$$A = \frac{P_0}{P_i} = \frac{I_c^2 R_0}{I_e^2 R_i}.$$

Подставляя в формулу числовые значения, получим:

$$A = (0{,}95)^2 \frac{1000}{50} = 18.$$

ЗАДАЧИ

36.1. Используя данные по энергиям Ферми из табл. 35.1, вычислите вероятность того, что электрон в кристалле лития при комнатной температуре имеет энергию на 0,10 эВ выше энергии Ферми.

36.2. Докажите, что вероятность найти частицу с энергией, точно равной энергии Ферми, равна 1/2.

36.3. Энергия Ферми для кристалла натрия равна 3,1 эВ. Какова вероятность найти в натрии электрон с энергией 3,2 эВ при комнатной температуре?

36.4. Энергия Ферми для кристалла серебра равна 5,5 эВ. Для серебра при температуре, немного меньшей точки плавления 1230 К, найдите вероятность того, что электрон имеет энергию 5,0 и 5,6 эВ?

36.5. Кристалл цезия имеет энергию Ферми, равную 1,5 эВ. В нем один электрон проводимости приходится на один атом, что соответствует плотности электронов $8{,}6 \cdot 10^{27}$ м$^{-3}$. Каково отношение дебройлевской длины волны свободных электронов в цезии при энергии Ферми к среднему расстоянию между электронами?

36.6. Рассмотрите электронные конфигурации для атомов, приведенные в табл. 24.1, и определите, какие из этих атомов могут быть донорами или акцепторами в кристаллах кремния.

36.7. Найдите для кристалла цезия при комнатной температуре, сколько электронов имеется в единице объема с энергией в пределах $\pm 0{,}01 E_F$. Какую долю общего числа электронов это составляет?
Указание. См. табл. 35.1.

36.8. По аналогии с описанием работы транзистора типа $n—p—n$ (см. рис. 36.6) попытайтесь понять работу транзистора типа $p—n—p$.

36.9. Для радиотехнической схемы с транзистором (см. рис. 36.6) известно: коэффициент усиления равен 27, входное сопротивление равно 50 Ом и выходное сопротивление равно 1500 Ом. Чему равен коэффициент α транзистора?

36.10. Чему равна температура Ферми для свободных электронов в кристалле меди? Используя значение этой температуры, определите среднеквадратическую скорость электронов, предположив, что электроны образуют классический идеальный газ. Сравните эту скорость с приведенной в табл. 35.1.

Часть V
ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

...Природа, кажется, использует самые простые математические представления законов симметрии. Внутренняя элегантность и простота связанных с ними математических построений, приводящих, как правило, к нетривиальным глубоким физическим следствиям, вдохновляет физиков. В них вселяется уверенность, что природа действительно обладает совершенным порядком, который можно все-таки понять.

Ч. Янг

В первой трети XX в. электроны, протоны и нейтроны были единственными открытыми в физике элементарными частицами. Но к 1960 г., с вступлением в строй огромных ускорителей частиц было обнаружено великое множество других элементарных частиц — гиперонов, каонов, лептонов. При этом в наши руки попало столько фундаментальных «кирпичиков» природы, что это привело не к установлению какого-либо порядка, а, пожалуй, к путанице. Физики теперь все чаще и чаще обращаются к строгим математическим рассуждениям, связанным с использованием различных симметрий, чтобы найти ключ к пониманию целостности всего многообразия мира элементарных частиц.

Глава 37
ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Джозеф Джон Томсон
(1856—1940)

Томсон родился в Манчестере (Англия). Получил образование в Оуэнсовском колледже в Манчестере и в Тринити колледже при Кембриджском университете. С 1905 по 1918 г. он читал лекции в Королевском институте Великобритании. Томсон открыл электрон и тем самым первым начал изучение физики элементарных частиц. Он был награжден медалями Хьюза и Коплея, а в 1902 г. удостоился медали Ходкинса Смитсоновского института. За свои научные исследования по изучению механизмов прохождения электричества через газы Томсон был награжден Нобелевской премией по физике в 1906 г.

37.1. Заряды и силы взаимодействия

К концу прошлого века, как мы уже об этом рассказывали, физики поняли, что вся Вселенная состоит из атомов, которые одинаковы для каждого химического элемента. Физики в то время уже обнаружили, что с помощью атомов можно объяснить химические реакции и все многообразие окружающей нас природы. Но причины различия самих атомов химических элементов и механизмы химических реакций все еще не были осознаны. Понимать структуру атомов физики начали в 1897 г., когда Дж. Дж. Томсон экспериментально открыл электрон и высказал гипотезу о том, что электроны являются составными частями атомов. Последующие исследования показали, что электроны можно «выделить» из атомов буквально всех химических элементов и что электрон имеет массу, примерно равную 1/1837 массы атома водорода. Эти первые работы с электронами привели физиков к пониманию двух следующих принципов:

1. Существуют единственные в своем роде так называемые *элементарные частицы*, которые по размерам меньше атомов химических элементов и являются их составными частями.

2. Каждой такой элементарной частице можно приписать вполне определенные значения некоторых физических величин, например заряд или массу, что позволяет достаточно надежно идентифицировать эти частицы в экспериментах.

Открытие электрона ознаменовало рождение нового раздела физики — физики, занимающейся открытием и исследованием элементарных частиц. Первым удобным объектом исследования в физике *элементарных частиц* явились *космические лучи*. Затем элементарные частицы стали получать на гигантских ускорителях. Экспериментальная техника, созданная для открытия и изучения элементарных частиц, с момента начала первых исследований сильно усовершенствовалась и в настоящее время включает в себя очень многое — от камеры Вильсона и блоков ядерных фотографических эмульсий до огромных пузырьковых камер, заполняемых жидким водородом.

Спустя 35 лет после открытия Дж. Дж. Томсоном электрона К. Д. Андерсон экспериментально обнаружил новую элементарную частицу, которая имела в точности ту же массу, что и электрон, но равный и противоположный ему электрический заряд, т. е. заряд, равный по абсолютному значению и противоположный по знаку заряду «томсоновского» электрона. Эта частица, следовательно, отличалась от электрона, и ее назвали *позитроном*. Существование позитронов было предсказано теоретически П. Дираком, который первым применил принципы релятивистской механики к квантовому волновому уравнению, описывающему движение электрона. Дирак рассуждал логично. Он просто учел одну важную математическую симметрию, имеющуюся в теории относительности — симметрию в отношении перемены алгебраического знака перед квадратным корнем в релятивистской формуле для энергии частицы. И когда предсказанная Дираком частица — позитрон была действительно найдена

в природе, физики поняли, что вся природа должна в каком-то смысле обладать указанной симметрией. Открытие позитрона, таким образом, впервые отчетливо показало, что некоторые математические величины, используемые при описании элементарных частиц, могут иметь алгебраические знаки и что при изменении знака они продолжают правильно описывать другие элементарные частицы. С тех пор были открыты многие, еще более тонкие симметрии в мире элементарных частиц. Эти симметрии помогли физикам упорядочить элементарные частицы в правильные геометрические таблицы и предсказать новые элементарные частицы, которые были открыты позже. Элементарные частицы открывают теперь как в результате *непосредственных экспериментов*, так и в результате *теоретических исследований*. В настоящее время список элементарных частиц уже довольно длинный. В последние два десятилетия возникла даже довольно серьезная проблема, а что, собственно, понимать под «элементарностью» элементарной частицы, если «элементарных» частиц в природе такое множество. По-видимому, мы еще не в состоянии при нашем сегодняшнем понимании окружающей природы ответить на этот главный вопрос и окончательно решить, какие из открытых элементарных частиц надо действительно называть *истинно* элементарными в фундаментальном смысле этого слова. Список свойств данной элементарной частицы обычно начинают с указания ее *массы покоя*, затем ее *электрического заряда*, ее внутреннего момента импульса, или *спина*, который иногда может равняться нулю. Далее указывают *заряды* других типов, характеризующих, как данная частица взаимодействует с другими элементарными частицами. Эти числа с учетом алгебраических знаков называют *квантовыми числами* элементарной частицы. Полный набор квантовых чисел каждой элементарной частицы — это ее истинное имя (полное ее описание).

Каждое число в наборе квантовых чисел, характеризующих данную элементарную частицу, характеризует некоторое вполне определенное физическое свойство частицы. Оно объясняет определенное физическое поведение частицы, когда она взаимодействует с другими элементарными частицами. Всегда нужно помнить, однако, что **любое физическое измерение в конечном счете связано с измерением определенных длин в пространстве и интервалов времени.** Значения физических величин, которые мы называем массой элементарной частицы, ее зарядом, спином и т. д., мы получаем по этим начальным измерениям длин и времен. Разумеется, указанные ограничения равным образом относятся вообще ко всей физической науке. Для элементарных частиц, однако, имеется та особенность, что фактически измеряемые пространственные и временные интервалы отделены на практике от самой элементарной частицы довольно длинной и сложной цепочкой различных физических событий. В физике элементарных частиц мы регистрируем только случаи огромного колоссального вторичного влияния локального элементарного события на его окружение. Только таким образом мы получаем в свое распоряжение настолько большие интервалы пространства и времени, что можем их непосредственно

экспериментально измерить. Так что всегда надо помнить, что эксперименты с элементарными частицами сильно ограничены по самой своей природе.

Чтобы измерить пространственные длины и интервалы времени, связанные с последовательными положениями какой-нибудь элементарной частицы в нашем трехмерном пространстве, необходимо прежде всего уметь «локализовать» частицу с помощью какого-либо приема. Частица может иметь размеры порядка 10^{-15} м в диаметре, и поэтому ее никак нельзя наблюдать обычными способами, с помощью даже самых мощных микроскопов. Один из методов преодоления этой трудности — заставить частицу оказать влияние на пространственную область, значительно бо́льшую ее собственных размеров, и наблюдать последнюю. Другими словами, мы должны уметь «усилить» локальное элементарное событие. Например, пусть электрон размером, возможно, 10^{-10} м пролетает через слой эмульсии непроявленной фотографической пластинки. При этом на его пути будет попадаться много зерен галоида серебра, каждое из которых имеет размер порядка 10^{-6} м. Возбуждение крошечной области внутри каж-

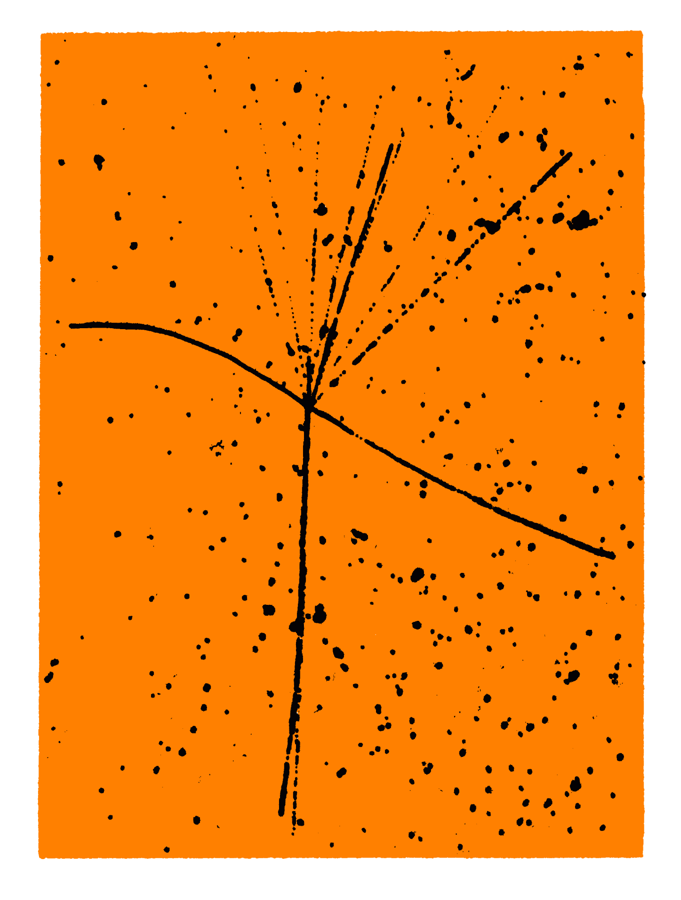


Рис. 37.1

дого такого зерна распространится потом на все зерно, которое при проявлении фотопластинки даст темное пятнышко. Последнее уже легко наблюдать, используя микроскоп. Цепочка таких зерен в проявленной фотопластинке очертит, таким образом, траекторию пролетевшего сквозь слой эмульсии фотопластинки электрона (рис. 37.1).

В приведенном примере на зерна галоида серебра оказывал влияние электрический заряд электрона. Нейтральные частицы, например нейтроны или нейтрино, взаимодействуют с веществом детектора по-другому. Они обладают другими «зарядами» (неэлектрической природы). Нейтральные частицы оказывают влияние на вещество детектора из-за того, что несут ядерный «заряд» или «заряд» слабого взаимодействия, которые характеризуют силы сильного и слабого взаимодействия сталкивающихся с веществом детектора элементарных частиц. Элементарные частицы могут взаимодействовать друг с другом взаимодействиями разных типов, именно поэтому частицы и обладают «зарядами» разных видов. Слово *заряд* используется здесь в обобщенном смысле для обозначения источников какого-либо силового поля. Так, «зарядом» является и обычная масса частицы, которая является источником гравитационного силового поля частицы и гравитационного взаимодействия ее с другими частицами. Физически элементарную частицу можно определить, задав энергии и импульсы, связанные с этими различными «зарядами». Набор квантовых чисел, которые характеризуют знаки и значения «зарядов» и импульс частицы, поэтому и есть то, что составляет в конечном итоге индивидуальность элементарной частицы.

Квантовые числа определяются в экспериментах с элементарными частицами. Например, электрический заряд частицы можно определить по кривизне траектории частицы в магнитном поле. Когда открывают элементарную частицу, обладающую новым, еще не известным набором квантовых чисел, то говорят, что в природе обнаружили еще одну *новую* элементарную частицу.

37.2. Квантовые числа элементарных частиц

Можно, конечно, порассуждать, а являются ли элементарные частицы, открытые в настоящее время, действительно «элементарными» и не имеется ли много других, еще не открытых более элементарных, фундаментальных частиц. Мы, однако, пока оставим все эти вопросы в стороне и займемся рассмотрением *квантовых чисел* известных в настоящее время элементарных частиц. Такими числами являются масса покоя, электрический заряд, спин и магнитный дипольный момент, тип статистики, изоспин, барионное и лептонное число, странность, четность, гиперзаряд.

Масса покоя. Физики считают, что все элементарные частицы в силу самого их существования представляют собой локализованные сгустки энергии, поэтому из соотношений Эйнштейна между энергией и массой

$$E = mc^2 = \sqrt{(m_0c^2)^2 + p^2c^2} \qquad (37.1)$$

сразу можно заключить, что каждая элементарная частица должна иметь свою собственную *массу покоя*. Это положение, как мы об этом уже говорили, очень общее и справедливо вообще для любой физической системы, описываемой в специальной теории относительности. Для покоящейся частицы $p = 0$ и из формулы (37.1) получается: $E = m_0c^2$. Имеются некоторые частицы, а именно фотоны и нейтрино, которые никогда не могут находиться в состоянии покоя. Для них осуществляется замечательная теоретическая возможность — их масса покоя m_0 точно равна нулю. Говорят, что такие частицы не имеют массы покоя. Для них формула (37.1) принимает вид

$$E = mc^2 = pc. \tag{37.2}$$

Зная массы покоя элементарных частиц, мы можем их классифицировать по массам. При экспериментальном нахождении масс покоя частиц следует считаться с тем, что на самом деле ни одна из элементарных частиц не может быть изолирована полностью от внешних влияний и действительно приведена в состояние покоя, так что массы покоя следует определять не из *статических*, а из *динамических* экспериментов. В последних частицы заставляют рассеиваться друг на друге и измеряют изменения энергий рассеянных частиц и углы рассеяния. (Здесь мы имеем еще один пример «усиления» локального элементарного события.) С помощью кинематических формул специальной теории относительности по данным указанных экспериментов

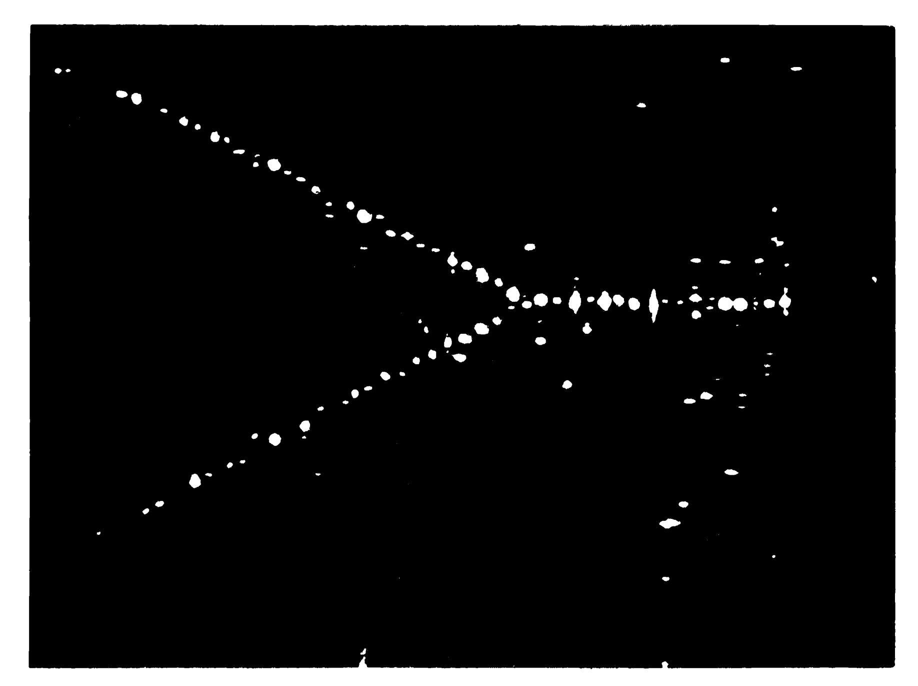


Рис. 37.2

можно вычислить отношение массы элементарной частицы к массе другой элементарной частицы (рис. 37.2). Затем мы можем найти отношения масс элементарных частиц к массе вещества, имеющегося в заданном объеме, используя значение числа Авогадро. Число Авогадро в свою очередь определяют в макроскопических экспериментах по электролизу растворов электролитов, с использованием законов Фарадея, или же из экспериментов с броуновским движением, как это впервые проделал Перрен. Процедура нахождения масс элементарных частиц, таким образом, практически полностью аналогична используемой при определении масс атомов химических элементов. Различие состоит лишь в использовании разных методик экспериментальных измерений. В случае элементарных частиц измеряют кинематические величины при столкновениях частиц или кривизну траекторий частиц в известном магнитном поле. В случае атомов химических элементов измеряются отношения сумм масс определенных количеств атомов, вступающих в химические реакции без остатка.

Массы покоя элементарных частиц часто указывают в единицах массы покоя электрона m_e или протона m_p или же их дают в энергетических единицах, например в электронвольтах. Классификацию элементарных частиц по массам покоя производят так, как показано в табл. 37.1. Пределы масс указаны приближенно, и они относятся только к известным в настоящее время элементарным частицам. Отметим, что удивительное в этой классификации то, что частицы вполне определенного класса по физическим свойствам имеют характерные для них значения масс покоя. Как видим, нет никакого непрерывного спектра масс покоя элементарных частиц.

Как отмечалось в предыдущих главах книги, имеются два независимых способа определения массы любого данного объекта: *гравитационный* и *инерционный*. При первом способе мы считаем массу источником гравитационного поля данного объекта. Массу объекта гравитационным способом можно найти из знания гравитационных сил, действующих между массами, учитывая, что эти силы подчиняются закону всемирного тяготения Ньютона:

$$F_G = G\frac{M_1 M_2}{r^2}. \qquad (37.3)$$

При втором способе массу объекта считают причиной возникновения инерционных сил, которые проявляются, когда объект данной массы

Таблица 37.1

Класс частиц	Масса покоя, МэВ
Фотоны	0 (обычно выделяют в особый класс)
Лептоны	от 0 до 106 включительно
Мезоны	135—888
Барионы	938 и более

подвергается ускорению. Эти инерционные силы даются вторым законом Ньютона:

$$F_I = \frac{d}{dt}(Mv) = Ma. \tag{37.4}$$

«Массы», гравитационная и инертная, наверное, идентичны по своей физической природе, а следовательно, и по значению для любого данного объекта. Тонкие эксперименты, которые были специально проведены, как будто подтверждают это заключение. Следует отметить, однако, что это очень глубокий физический вопрос, и он в настоящее время все еще надежно и окончательно не разрешен экспериментально.

Обе концепции массы объединяются формулой Эйнштейна (37.1), связывающей энергию и массу. Массы обоих происхождений выступают действительно в виде одной величины в общей теории относительности. В этой теории нет никаких особых сил ньютоновского всемирного тяготения и масса выступает в качестве причины искривления или деформации пространства-времени в окрестности этой массы (см. гл. 4).

Предполагают на хорошем, но все же недостаточно строгом экспериментальном основании, что масса античастицы идентична массе соответствующей частицы — это справедливо для каждой пары «частица — античастица».

Электрический заряд. В конце XVIII в. Кулон сумел провести первые количественные измерения с электрическими зарядами. Он аккуратно экспериментально доказал закон обратной пропорциональной зависимости силы от квадрата расстояния между двумя точечными электрическими зарядами в вакууме. Почти столетие спустя Дж. Дж. Томсон измерил отношение массы к заряду для электронов катодных лучей. И наконец, Милликен определил значение электрического заряда электрона, и тем самым началась целая эпоха в изучении элементарных частиц. С тех пор закон кратности электрического заряда атомных частиц заряду электрона Милликена общепринят. Согласно этому закону заряды, которыми обладают атомы, ядра, элементарные частицы, оказываются или равными нулю, или целыми кратными (положительными или отрицательными) основного заряда — заряда электрона. Впрочем, в самое недавнее время появились основания для подозрений, что в природе существуют дробные электрические заряды. Существование частиц с такими свойствами предположили Гелл-Манн и Цвейг в 1964 г. (их назвали кварками); считается, что заряды кварков равны $^1/_3$ или $^2/_3$ заряда электрона. Выдвинута гипотеза, что из кварков состоят все барионы и мезоны (об этом мы расскажем в следующей главе).

Кварки искали с помощью мощных современных ускорителей частиц, физико-химическими методами, в космических лучах. Большинство экспериментов дало отрицательные результаты, но две группы экспериментаторов заявили, что кварки найдены[1] Убеди-

---

[1] К настоящему времени кварки в свободном состоянии еще не обнаружены. Однако в громадном числе теоретических исследований предполагается, что из кварков все же состоят многие элементарные частицы. — *Прим. ред.*

тельное экспериментальное доказательство существования частиц с дробными зарядами открыло бы новую важную область исследований в физике элементарных частиц и явилось бы самым блестящим открытием нашего времени.

Спиновый и магнитный моменты. Спиновый и магнитный моменты — это разные физические величины: один момент является механической величиной, а другой — электромагнитной. Но они, однако, тесно связаны один с другим, поэтому мы рассматриваем их здесь вместе. В 1921 г. Комптон сделал предположение, что заряженный электрон может вращаться вокруг своей оси и, таким образом, представляет собой естественный маленький электромагнит, магнетизм которого может быть единицей магнетизма в атомной физике. Это предположение Комптона позже немного в иной количественной форме было использовано Уленбеком и Гаудсмитом и независимо Быховским и Юри с целью объяснения структуры тонкого расщепления линий атомных спектров.

Чтобы правильно учесть эффекты собственного магнетизма электрона и объяснить особое, очень интересное расщепление спектральных линий, наблюдаемое в эффекте Зеемана, необходимо предположить, что электрон представляет собой постоянный магнит с магнитным дипольным моментом, равным одному магнетону Бора:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}. \tag{37.5}$$

Указанный магнитный дипольный момент вращающегося электрона можно выразить через его момент импульса—спин, учитывая, что обе эти величины векторные. Тогда вместо формулы (37.5) можно написать формулу

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m_e}\vec{L}_s, \tag{37.6}$$

где $\vec{\mu}_s$— дипольный магнитный момент электрона и $\vec{L}_s$— его спиновый момент импульса.

Существует один замечательный физический эффект, проявляемый указанным спиновым моментом импульса, который можно понять только с позиций квантовой механики. Можно, конечно, измерить проекцию вектора собственного дипольного магнитного момента электрона на любую произвольную ось. Задав ось, скажем ось z, мы получаем соответствующую проекцию μ_{sz} вектора магнитного момента $\vec{\mu}$.

Значение L_s спинового момента импульса электрона всегда равно $\frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$, а проекция этого вектора на направление любой определенной оси, оказывается, всегда равна: $L_{sz} = L_s\cos\theta = m_s\hbar = \pm 1/2\hbar$, так что проекция магнитного момента электрона на любую ось имеет только *два* значения.

Таким образом, в пространстве вектор спинового момента импульса может быть ориентирован только двумя способами: «по» или «против» оси, совсем не так, как вращающийся детский волчок,

ось которого может быть направлена как угодно. Этот вектор спинового момента импульса хотя и рассматривается как вектор в обычном трехмерном пространстве, но имеет только два значения проекции, причем по отношению к любой оси одно из них всегда равно $1/2\hbar$, а другое $-1/2\hbar$. Вектор с таким свойством называют *спинором*, а об этом его свойстве говорят кратко так: «электрон имеет спин 1/2».

Можно получить некоторое физическое представление об этом вечно вращающемся объекте — электроне, рассматривая его как очень легкий, крохотный, неделимый сгусток энергии. Этот сгусток занимает некоторый конечный объем, и, таким образом, мы имеем некоторую элементарную область с отличной от нуля *плотностью энергии*. Но размерность плотности энергии такая же, как давления, а из механики мы знаем, что с давлением связана скорость изменения некоторого импульса. Следовательно, этот элементарный объем с отличной от нуля плотностью энергии должен обладать некоторым импульсом, который все время изменяется. Если этот импульс остается постоянным по абсолютному значению, то он может изменяться, только вращаясь вокруг некоторой фиксированной оси. Таким образом, у рассматриваемого сгустка энергии должен быть момент импульса, или спин. Мы не можем, конечно, указанную модель спина принимать слишком буквально, но она помогает представить себе физику дела.

Тип статистики. Статистика позволяет отыскивать вероятности различных распределений n объектов, например шаров, распределяемых по m различным ящикам или сосудам. Эта задача, оказывается, имеет прямое отношение к обсуждению свойств элементарных частиц, если под «сосудами» понимать физические состояния, в которых могут находиться элементарные частицы. При этом проявляется самое замечательное свойство элементарных частиц — частицы одного какого-нибудь типа являются абсолютно *тождественными*. Например, каждый электрон тождествен с любым другим электроном во Вселенной; каждый протон идентичен каждому другому протону. И подобным свойством обладают вообще все элементарные частицы.

Описать систему невзаимодействующих электронов можно с помощью волновых функций отдельных электронов. Для этого нужно составить произведения волновых функций отдельных частиц и взять антисимметричную линейную комбинацию этих произведений. Каждый электрон может занимать определенную область в пространстве, или данный интервал энергий, или данную область в пространстве импульсов с той или иной вероятностью. Все эти вероятности характеризует волновая функция отдельного электрона. Но как мы уже сказали, все электроны абсолютно неразличимы. Как же учесть это обстоятельство? Снабдим каждую частицу своим номером, например целым числом 1, 2, 3 и т. д., и распределим электроны по их собственным состояниям. Затем составим линейную комбинацию всех возможных состояний системы частиц, получаемых при заполнении разными частицами различных состояний этих частиц самыми разными способами. Перестановка электронов в состоянии системы

не должна влиять на поведение системы. Таким образом, мы должны потребовать, чтобы полная волновая функция системы электронов, возведенная в квадрат или взятая по абсолютному значению, не менялась при перестановке номеров электронов. Напомним, что не сама волновая функция ψ, а ее квадрат $\psi^* \psi = |\psi|^2$ дает наблюдаемую вероятность.

Если учесть все высказанные соображения, то можно заключить, что любую систему невзаимодействующих частиц следует описывать одним из двух типов волновых функций — волновой функцией, которая является произведением волновых функций отдельных частиц:

$$\psi_i(r_i)\,\psi_k(r_k)\,\psi_e(r_e) \ldots \psi_n(r_n),$$

отсимметризованным по всем перестановкам аргументов различных частиц, и волновой функцией, являющейся следующим детерминантом:

$$\begin{vmatrix} \psi_1(r_1) & \psi_1(r_2) & \psi_1(r_3) & \ldots & \psi_1(r_n) \\ \psi_2(r_1) & \psi_2(r_2) & \psi_2(r_3) & \ldots & \psi_2(r_n) \\ \psi_3(r_1) & \psi_3(r_2) & \psi_3(r_3) & \ldots & \psi_3(r_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \psi_n(r_1) & \psi_n(r_2) & \psi_n(r_3) & \ldots & \psi_n(r_n) \end{vmatrix}$$

Абсолютное значение указанных двух волновых функций не меняется при перестановке отдельных функций ψ_i. Первая функция при этом не меняет знака, а потому называется *симметричной*. Детерминант, однако, изменяет свой знак, когда переставляются любые две функции ψ_i, и потому он является так называемой *антисимметричной* функцией.

Как оказалось, каждая элементарная частица в нашей природе такова, что систему из соответствующих тождественных ей элементарных частиц следует обязательно описывать либо симметричной, либо антисимметричной многочастичной волновой функцией. Частицы первой группы (имеющие многочастичные волновые функции в виде простых произведений) называются *бозонами*; говорят, что они подчиняются статистике Бозе — Эйнштейна. Частицы второй группы (имеющие многочастичные волновые функции в виде детерминантов) называются *фермионами*; они подчиняются статистике Ферми — Дирака. В природе неукоснительно соблюдается следующее правило. **Бозоны обладают целым внутренним спином,** т. е. их спин равен либо нулю, либо целому кратному $\hbar$. **Фермионы обладают полуцелым спином**, т. е. спином, равным 1/2, 3/2, 5/2 и т. д. момента $\hbar$.

Отметим, что детерминант, составленный для системы фермионов, обращается в нуль, если две координаты r_i окажутся равными. Это дает нам принцип запрета Паули, который в данном случае утверждает, что никакие две фермионные частицы не могут находиться в одной и той же точке пространства в один и тот же момент времени. Фермионы, таким образом, как бы «твердые» или «непроницаемые» частицы по своей природе. Принцип Паули «удерживает»

нашу Вселенную от коллапса, т. е. от стремления сжаться в точку, что неминуемо произошло бы в результате действия сил притяжения между элементарными частицами (гравитационных, ядерных, электромагнитных сил).

Бозоны в отличие от фермионов могут занимать одну и ту же точку трехмерного пространства. Фотоны, например, могут свободно «налагаться». Бозоны являются квантами силовых полей, имеющихся в природе. Фотоны — кванты электромагнитного поля, пионы — кванты поля ядерных сил, гравитоны — кванты гравитационного поля.

Изоспин. Фермионы обладают спином 1/2, и вектор их момента импульса может быть направлен либо «по», либо «против» любой данной оси. Проекция момента импульса имеет два возможных значения: +1/2 и —1/2. Представим себе теперь абстрактное пространство, называемое *спиновым пространством*. Оно состоит из произвольных линейных комбинаций указанных двух состояний. Данную частицу, например электрон, можно описать в этом пространстве двумя символами «+» и «—», т. е. в этом пространстве мы имеем электроны двух сортов. Для описания спиноров — векторов в абстрактном спиновом пространстве — можно с успехом использовать обычную векторную алгебру.

Рассмотрим теперь нейтрон и протон. Их можно считать двумя состояниями одной частицы — нуклона. Снова мы можем рассмотреть абстрактное пространство, теперь уже для нуклона. Нуклон в нем описывается некоторым вектором. Если вектор смотрит «вверх», то нуклон будет протоном. Если он смотрит «вниз», то нуклон будет нейтроном. И никаких других ориентаций вектора в рассматриваемом пространстве быть не может. Таким образом, это пространство есть пространство линейных комбинаций двух состояний, как и рассмотренное выше спиновое пространство для спина электрона. Вектор, связанный с нуклоном, следовательно, тоже является спинором, и его можно рассматривать с помощью тех же математических приемов, что и спиноры для обычного спина. Пространство нуклона, однако, называют *изотопическим спиновым пространством* или просто изоспиновым пространством. Условимся считать, что нуклон имеет изоспин +1/2 в «протонном состоянии» и изоспин —1/2 в «нейтронном состоянии». Можно говорить иначе: «протон имеет изоспин +1/2, а нейтрон — изоспин —1/2».

Изоспиновое пространство можно ввести также и для бозонов. Например, известно, что пион может быть нейтральным, положительно заряженным и отрицательно заряженным. Эти три разных пиона можно рассматривать как три независимых состояния одной частицы в изоспиновом пространстве. Вектор с проекцией +1 в этом пространстве будет описывать положительный пион, с проекцией —1 отрицательный пион и с проекцией 0 — нейтральный пион. Иначе, положительный пион имеет изоспин +1, отрицательный — изоспин —1, нейтральный — изоспин, равный 0. Эти три пионных состояния образуют изоспиновый триплет. Рассмотренные выше два состояния нуклона образуют изоспиновый дублет.

Повороты вектора нуклона в изоспиновом пространстве описывают переходы из протонного состояния в нейтронное и обратно. Такого рода преобразования нуклона, входящего в состав атомного ядра, мы наблюдаем в ядерных реакциях β-распада.

Число частиц. Фермионы — эти «твердые» частицы, имеющиеся в природе, сохраняются очень своеобразно. Они могут взаимодействовать друг с другом и с другими частицами, однако таким образом, что всегда **полное число барионов и полное число лептонов остается неизменным**. Поэтому каждому бариону приписывают число +1, что позволяет автоматически учитывать число барионов, участвующих в данной ядерной реакции или в реакции с элементарными частицами. Каждому лептону (нейтрино, электрону, отрицательному мюону) приписывают лептонное число +1. Для бозонов никаких подобных законов сохранения нет (бозонами, например, являются фотоны и мезоны). Считают, что для бозонов барионное и лептонное числа равны нулю.

Странность. Приписываемые элементарной частице квантовые числа мы определяем из экспериментов, а фактически из изучения взаимодействий этой частицы с другими частицами. Квантовое число S, называемое «странностью», особенно яркий пример в этом отношении. Нам известно в настоящее время много барионов, но все они, по-видимому, являются возбужденными состояниями самого главного из них — нуклона. Действительно, все известные барионы могут спонтанно распадаться в нуклоны, при этом сохраняется неизменным барионное квантовое число. При распадах образуются также и другие частицы. Но сейчас мы не будем их рассматривать. Важно знать другое в отношении указанных барионных распадов. Все они «медленные» в ядерном масштабе времени. Характерное время жизни нестабильных частиц оказывается порядка 10^{-10} или 10^{-9} с. Они почему-то распадаются с трудом, и силы, принуждающие их к распаду, слабые.

Но в свое время было также обнаружено, что (при достаточно большой энергии) указанные нестабильные частицы в протон-протонных столкновениях образуются в миллионы раз быстрее и всегда в сопровождении особого рода мезона — K-мезона. Образование возбужденных барионов всегда сопровождается рождением K-мезонов. Очень большие силы, переводящие барионы в возбужденные состояния, очевидно, придают им некоторое новое свойство. Это свойство как раз и называют «странностью». Оно характеризуется квантовым числом, которое для возбужденных барионных состояний принимает положительные целые значения, начиная с нуля (для нуклона). K-мезонам, образующимся вместе с барионными возбужденными состояниями, приписывают отрицательные значения странности S. Странность сохраняется при образовании барионных состояний (при действии сильных взаимодействий) и не сохраняется при их распадах (при действии слабых взаимодействий).

Четность. Когда выше мы говорили о типах статистики, мы рассуждали об изменениях волновой функции системы частиц при пере-

становках в ней координат идентичных частиц. Рассмотрим теперь другое преобразование координат волновой функции системы частиц — перейдем просто к некоторой другой координатной системе. Если все координаты частиц $\vec{r}_k$, стоящие аргументами в волновой функции, заменить на $-\vec{r}_k$, то это будет означать, что оси нашей системы координат отразились в начале координат. Такое отражение называют *преобразованием четности.* Если волновая функция при преобразовании четности меняет знак, то говорят, что для нее *четность нечетная.* Если знак не меняется, то говорят, что функция описывает состояние с *четной четностью.*

Явления природы, конечно, нельзя изменить, поменяв систему координат, которую мы вводим в рассмотрение только для того, чтобы проводить количественные измерения. Следовательно, четность частицы или системы частиц должна быть такой же после взаимодействия, как и до взаимодействия.

Четность обыкновенной скалярной величины чётная, так как такая величина не изменяется при преобразовании четности. Но известны, однако, другие однокомпонентные величины, называемые *псевдоскалярами,* которые изменяют свой знак при преобразованиях пространственной четности. Трехкомпонентный вектор (например, вектор импульса), который меняет знак при преобразовании четности, имеет нечетную четность. Трехкомпонентный вектор (например, вектор момента импульса), который не изменяет знака при преобразовании четности, называется псевдовектором. Он имеет четную четность.

В экспериментах обнаружено, что **четность любой системы элементарных частиц и ядер сохраняется** (т. е. остается четной или нечетной) **при всех видах взаимодействий, кроме слабых, при последних она обязательно изменяется.**

Гиперзаряд. Оказывается, имеется простая зависимость, связывающая электрический заряд q, проекцию изоспина I_z, барионное число A и странность S любой элементарной частицы, участвующей в сильных взаимодействиях (т. е. для мезонов и барионов). Она дается формулой

$$q = e\left(I_z + \frac{A}{2} + \frac{S}{2}\right), \tag{37.7}$$

где e — заряд электрона. Сумму чисел A и S называют *гиперзарядом*:

$$Y = A + S. \tag{37.8}$$

С использованием гиперзаряда формулу (37.7) можно представить в более простом виде:

$$q = e\left(I_z + \frac{Y}{2}\right). \tag{37.9}$$

Квантовые числа всех частиц без исключения, принимающих участие в сильных взаимодействиях, удовлетворяют этому важному соотношению. Причину этого в настоящее время физики не знают.

ВОПРОСЫ

37.1. Что означало открытие электрона и позитрона для физики элементарных частиц?
37.2. Что такое «квантовые числа» данной элементарной частицы?
37.3. Как наблюдать элементарную частицу?
37.4. В чем различие гравитационной и инертной масс?
37.5. Каким образом закон обратной пропорциональности квадрату расстояния связан с понятием электрического заряда?
37.6. Как связаны друг с другом спин и магнитный дипольный момент частицы?
37.7. Что имеют в виду, когда говорят о типе статистики элементарной частицы?
37.8. Справедлив ли принцип запрета Паули для всех элементарных частиц?
37.9. С какими симметриями связаны изоспин, странность, четность?
37.10. В каком смысле гиперзаряд является «зарядом»?

Глава 38
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Луис Уолтер Альварес
(р. 13.VI 1911 г.)

Родился в Сан-Франциско (США). Получил докторскую степень по физике в Чикагском университете в 1936 г. Преподавал в Калифорнийском университете с 1936 по 1945 г. В настоящее время работает в Лоуренсовской радиационной лаборатории в США. Его многочисленные исследования по физике высоких энергий включают работы по созданию линейных ускорителей, по теории элементарных частиц, по созданию жидкостных водородных камер. В 1968 г. за вклад в физику субатомных частиц и технику их детектирования был награжден Нобелевской премией по физике.

38.1. Античастицы

В предыдущей главе мы уже говорили о том, что частицы идентифицируют с помощью соответствующих им наборов квантовых чисел. В каждый такой набор обязательно входит квантовое число спина. Спиновый момент импульса был впервые введен в современную физику для объяснения особого расщепления спектральных линий в спектрах атомов, и первая формальная теория спина (созданная В. Паули) основывалась на нерелятивистской квантовой механике. Но почти тотчас же П. Дираком была развита релятивистская теория спина. Последняя, помимо прочего, предсказала, что должна существовать элементарная частица, являющаяся положительно заряженным электроном. Соображения Дирака легко обобщаются на все фермионы (со спином 1/2), так что фактически его теория предсказывает не только положительные электроны, но также и отрицательно заряженные протоны. Указанные частицы стали называть «античастицами» обычно встречающихся отрицательного электрона и положительно заряженного протона. Существование этих античастиц теперь доказано экспериментально. Более того, оказывается, наблюдаются

античастицы для большинства других элементарных частиц. В современной теории элементарных частиц считают, что все частицы имеют свои античастицы, хотя в некоторых случаях античастица совпадает с самой частицей.

Античастицу можно мыслить как «изображение» частицы в «зеркале» пространства-времени. При таком представлении все свойства «образа» являются свойствами его «объекта», но некоторые из них обращены. Под свойствами частицы следует понимать набор ее квантовых чисел, о которых мы подробно рассказывали в предыдущей главе. Таким образом, если, например, сама частица обладает отрицательным электрическим зарядом, странностью, равной +1, и положительным магнитным моментом, то ее античастица будет иметь положительный заряд, странность, равную —1, и отрицательный магнитный момент. Массы обеих частиц должны быть одинаковыми. Но четность, а также барионное или лептонное число у античастицы может быть обратным. Мы употребили здесь слово «может», потому что для бозонов античастица и частица могут оказаться одной и той же частицей и для них поэтому упомянутые квантовые числа при переходе от частицы к античастице не обязательно заменяются на обратные, за исключением квантового числа странности для K-мезонов. Практически все квантовые числа обращаются для фермионов, за исключением квантовых чисел массы и спина. Последние одинаковы для частицы и античастицы как для фермионов, так и для бозонов.

Возьмем какой-нибудь предмет, который отражается в плоском идеально отполированном металлическом зеркале, например в медном зеркале. Пусть это зеркало заземлено, и пусть предмет электрически заряжен таким образом, что на верхнем конце его отрицательный заряд, а на нижнем — положительный. Посмотрим теперь на изображение предмета в зеркале. Его оптическое изображение повторяет предмет, но в обращенном виде, правая сторона переходит в левую сторону, и обратно. Световые лучи, идущие от предмета и падающие на зеркало, именно так изменяются при отражении. Изображение предмета в зеркале будет заряжено, но противоположным электричеством, т. е. положительный заряд теперь находится наверху изображения, а отрицательный заряд — внизу, т. е. электрический заряд действительно обращен.

Таким образом, некоторые свойства предмета оказываются присущими и его изображению, только они обращены.

Многое в отношении элементарных частиц можно понять, обдумывая приведенную ситуацию. Медное зеркало при этом играет роль (в каком-то очень грубом смысле) «зеркала» пространства-времени. Пространство-время, однако, отражает в себе в отличие от этого медного зеркала вообще все свойства частицы, обращая некоторые из них и сохраняя другие. Изображение в зеркале «пространства-времени» столь же реально, как и сам объект, и тоже является элементарной частицей, как «изображаемая» в нем частица. Что называть *частицей*, а что *античастицей* — вопрос удобства и условности определения. Частица и античастица являются «анти»частицами друг для

друга. Частица и античастица подобны правой и левой руке человека. Правую руку можно считать «анти»левой, а левую — «анти»-правой.

Частица и античастица находятся еще в одном особом отношении друг к другу. Частица и ее античастица (например, электрон и позитрон) могут слиться друг с другом в одном из самых активных в природе взаимодействий. Обе частицы исчезают в акте этого взаимодействия, а их полная масса-энергия преобразуется в фотоны или другие частицы. Этот процесс называют «аннигиляцией». Но это аннигиляция не в ничто, поскольку энергия, импульс и момент импульса сохраняются при аннигиляции и уносятся без потерь образующимися частицами даже в том случае, если при аннигиляции образуются только фотоны. Бозоны, которые совпадают со своими античастицами, можно представить себе в каком-то смысле как частицы, постоянно аннигилирующие и рождающиеся вновь и вновь в виде тех же самых бозонов. Мир элементарных частиц поистине странен!

Одну важную физическую идею о частицах и античастицах высказал еще Дирак вскоре после разработки им релятивистской квантовой теории, предсказывающей наличие античастиц. Согласно этой идее все наше пространство заполнено, как бы без промежутков «забито» частицами, находящимися в состояних с отрицательной энергией или массой. Такое «дираковское море» частиц, заполняющих все пространство, включает в себя, по Дираку, как электроны и нуклоны, так и все другие частицы, например нейтрино и мюоны (мюон — еще одна элементарная частица, являющаяся лептоном, о которой мы пока что не говорили). Так как все эти частицы, образующие «море», находятся «в состояних с отрицательной энергией», ни одну из них мы не можем экспериментально наблюдать или детектировать. Но каждая из них реальна и характеризуется своим набором квантовых чисел. Только массы этих частиц отрицательные. Потому их и нельзя экспериментально детектировать, хотя указанные частицы реально существуют.

Если бы картина, нарисованная Дираком, в точности соблюдалась, то тогда наш мир был бы *вакуумом*, пустотой. Дирак поэтому постулировал, что некоторые из указанных частиц в «море» могут быть «подняты» в состояние с положительной энергией. И тогда их можно детектировать и наблюдать. Это будут самые «обычные» элементарные частицы. Фактически в окружающей нас Вселенной очень многие из частиц «подняты» из «моря» в состояния с положительной энергией, и мы поэтому и имеем окружающую нас природу и нас самих. Но когда частицы «поднимались», после них оставались «дырки», которые не заполнены и сейчас (в отличие от образующихся иногда пустых полостей внутри воды, которые тотчас же заполняются жидкостью). Такие «дырки» — это античастицы, которые мы тоже наблюдаем в окружающей нас Вселенной. «Дырки» имеют все свойства частиц, которые их занимали, но обратные квантовые числа. Масса «дырки» в море состояний с отрицательными массами положительна.

38.2. Типы взаимодействий

Взаимодействия элементарных частиц можно рассматривать как первооснову всех явлений природы. Взрыв звезды или рост цветка, полет пчелы или движение нейтрино в космосе — все эти явления в конечном счете происходят в результате взаимодействий элементарных частиц. В современной физике рассматривают несколько типов взаимодействий элементарных частиц. Здесь мы остановимся на пяти взаимодействиях, надежно установленных теоретически и экспериментально: гравитационном, слабом, электромагнитном, так называемом «сильном» и так называемом «сверхсильном».

Гравитационное взаимодействие. Гравитационное взаимодействие было открыто раньше остальных взаимодействий, потому что оно проявляется во взаимодействии тел огромных макроскопических размеров. Им занимается общая теория относительности. Гравитационными силами, конечно, взаимодействуют также и элементарные частицы, но эти силы, однако, столь слабые, что на фоне других взаимодействий элементарных частиц они совершенно незаметны и (до сих пор) не были детектированы. Огромные эффекты гравитационного взаимодействия, наблюдаемые в макроскопических и астрономических масштабах, обязаны колоссальному числу элементарных частиц, которые составляют Землю, другие планеты, Солнце и звезды. Если сложить все гравитационные силы, действующие между частицами двух каких-то тел, то получаются такие мощные силы взаимодействия, которые окажутся достаточными для обеспечения огромных сил давления внутри звезд и создания там таких условий, чтобы начали проявляться силы взаимодействий других типов, в частности ядерных взаимодействий, и чтобы начался процесс «образования» энергии, излучаемой звездами.

Гравитационные силы обычно характеризуют гравитационной постоянной Кавендиша:

$$G_m = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Ее можно сделать безразмерной для удобства сравнения гравитационного взаимодействия с взаимодействиями других типов.

Для этого используем значения массы нуклона M, постоянной Планка $\hbar$ и скорости света c:

$$g_m = G_m\left(\frac{M^2}{\hbar c}\right) = 6 \cdot 10^{-39} \qquad (38.1)$$

Квантом гравитационного поля является гравитон, без сомнения — бозон. Но его экспериментально все еще не открыли, несмотря на большие предпринятые усилия. Гравитационные волны пытался наблюдать Дж. Вебер из университета штата Мэриленд в США. Для этого Вебер использовал «антенну» в виде большой алюминиевой болванки длиной 2 м и диаметром 1 м. В его университетской лаборатории болванка подвешивалась в вакуумной камере на очень чувствительном подвесе, закрепленном в ее центре тяжести. На по-

верхности болванки были укреплены крайне чувствительные датчики деформаций. Всякое дрожание болванки, таким образом, мгновенно преобразовывалось датчиками в электрические сигналы и записывалось. В точности такая же болванка была подвешена в вакуумной камере в Аргоннской национальной лаборатории близ Чикаго в США. Если гравитационная волна упадет одновременно на обе болванки, каждая из них начнет колебаться. На эксперименте тщательно синхронизировались показания обеих «антенн», и оказалось, что они действительно как будто детектируют гравитационные волны, которые приходили из центра нашей Галактики, где, по-видимому, большие массы вещества взрывным образом преобразуются в гравитационную энергию (одновременно и в другие формы энергии)[1].

Крайне малое значение гравитационного взаимодействия, характеризуемого очень малой безразмерной постоянной (38.1), пока что не позволило учесть его в теориях элементарных частиц, хотя несомненно, что любая полная будущая теория его обязательно должна включать в себя.

Слабое взаимодействие. Диаметр атомного ядра порядка 10^{-15} м. Когда космический протон с очень большой энергией или протон из пучка гигантского ускорителя элементарных частиц ударяет в атомное ядро и пронизывает его насквозь, ему требуется время порядка 10^{-23} с, чтобы пересечь это ядро. Протон с высокой энергией имеет практически скорость, равную скорости света. Такой протон располагает временем 10^{-23} с, достаточным для взаимодействия с ядром, и часто возникает огромный ливень различных частиц, вылетающих после этого из ядра, в направлении полета ударяющегося о ядро протона, вызвавшего ливень. Поэтому характерным временем ядерных процессов можно считать именно время 10^{-23} с.

Радиоактивные распады ядер и нестабильных частиц происходят со временем, в миллиард раз большим. Даже самые быстрые β-распады происходят за время порядка 10^{-10} с, но известны также β-распады с временем распада порядка секунд, минут и даже часов. Некоторые рекордные распады происходят со временем 10^3 лет. Из приведенных значений времен очевидно, что силы, за счет которых происходят β-распады, должны быть намного слабее, чем силы, проявляющиеся в ядерных реакциях, вызываемых ударяющимся о ядро протоном.

Наиболее разительная особенность слабого взаимодействия состоит в том, что различающиеся на столько порядков времена жизни ядер относительно β-распадов объясняются одним типом сил. Считают, что во всех этих распадах проявляется мгновенное «точечное» взаимодействие четырех фермионов: два фермиона прилетают одновременно в одну точку пространства в данный момент времени и одновременно два других фермиона вылетают из нее. Таким образом, считается, что слабое взаимодействие не действует на расстоянии,

---

[1] В настоящее время гравитационные волны не обнаружены. — *Прим. ред.*

как, например, гравитационные силы или силы электромагнитного взаимодействия. Если слабое взаимодействие все же действует на каком-то малом отличном от нуля расстоянии, т. е. если частицы могут действительно взаимодействовать, находясь друг от друга на некотором удалении, то радиус слабого взаимодействия все равно должен быть очень малым. И до сих пор он не проявился ни в каких экспериментах.

Обозначим через Δx не обнаруженный еще радиус действия сил слабого взаимодействия. Если Δx не равен нулю и строго больше нуля, то должен обязательно существовать некоторый квант, который был бы «переносчиком» сил взаимодействия из одной точки в другую. Такими квантами являются гравитон для сил гравитационного взаимодействия и фотон для электромагнитных сил. Квант слабого взаимодействия должен был бы объяснить отличный от нуля радиус взаимодействия Δx. Согласно принципу неопределенностей

$$\Delta x \Delta p \geqslant \hbar,$$

где Δp — неопределенность импульса такого кванта. Если мы будем считать, что импульс p кванта равен неопределенности Δp, то сможем установить предельное значение импульса этой *гипотетической* частицы. Более точно мы получаем оценку снизу. Так как Δx крайне мало (во всяком случае много меньше диаметра ядра), то импульс p должен быть очень большим. Предполагая, что скорость кванта слабого взаимодействия приближенно равна скорости света c, для его импульса мы получаем величину Mc и, следовательно, из соотношения неопределенностей имеем оценку снизу для массы кванта

$$M \geqslant \frac{\hbar}{(\Delta x)\, c}.$$

Экспериментально указанный квант слабого взаимодействия должен быть «виртуальным», пока слабое взаимодействие происходит при слишком малых энергиях, недостаточных для образования «реального» кванта, т. е. кванта с кинетической энергией в системе ц. м., большей энергии покоя рассматриваемой гипотетической частицы Mc^2. При больших энергиях кванты слабого взаимодействия смогут образоваться и их можно будет наблюдать, когда они будут вылетать из мест, где происходят слабые реакции. Максимальная энергия, доступная нам на современных больших ускорителях частиц, накладывает нижний предел на значение Mc^2 — 2 ГэВ. Конечно, будут построены еще бо́льшие ускорители элементарных частиц и их обязательно используют для поисков кванта слабого взаимодействия с большим значением массы покоя. Квант слабого взаимодействия должен быть бозоном так же, как и кванты других известных взаимодействий.

Слабое взаимодействие, подобно гравитационному, можно характеризовать с помощью универсальной постоянной G_W, имеющей определенную размерность. Оказывается, $G_W = 1{,}4 \cdot 10^{-62}$ Дж·м^3. Чтобы сравнить силу слабого взаимодействия с силой других взаимо-

действий, необходимо перейти к безразмерной постоянной, выводимой из постоянной G_W, скажем, с использованием комптоновской длины волны π-мезона:

$$g_W = G_W^2 \left(\frac{1}{\hbar c}\right)^2 \left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^{-4} \approx 5 \cdot 10^{-17} \qquad (38.2)$$

(здесь M — масса покоя пиона). Если бы мы в (38.2) взяли массу *гипотетического* тяжелого кванта слабого взаимодействия (который иногда называют «промежуточным бозоном»), то получили бы намного меньшее значение безразмерной постоянной (38.2).

В настоящее время физики обсуждают возможность существования «сверхслабого» взаимодействия, проявляющегося в особых резонансных связанных состояниях, образуемых мюонами с протонами и пионами. Сейчас, однако, слишком рано говорить об этом новом взаимодействии с полной определенностью. Еще предстоит проделать большую экспериментальную и теоретическую работу, чтобы убедительно доказать его существование.

Электромагнитное взаимодействие. Электромагнитное взаимодействие — классическое электродинамическое взаимодействие электрически заряженных частиц, осуществляемое полем Максвелла—Лоренца. Квантом этого поля является *фотон.* Указанное взаимодействие ответственно за обширную область явлений окружающей нас природы, включая испускание γ-квантов ядрами тормозного излучения и ускорение заряженных частиц, разнообразие происходящих химических реакций. Электромагнитное поле — прототип релятивистски инвариантного поля, и силу передаваемого им взаимодействия характеризуют так называемой «постоянной тонкой структуры»:

$$g_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}. \qquad (38.3)$$

Сильное взаимодействие. Сильное взаимодействие — основное взаимодействие, ответственное за большую часть явлений ядерной физики (в частности, за наблюдаемые энергетические уровни ядер). Это взаимодействие, которым взаимодействуют барионы при низких энергиях (при небольших относительных импульсах), например нуклоны в атомном ядре. Квантом поля сил сильного взаимодействия является *пион*, или π-мезон. Силу взаимодействия можно характеризовать безразмерной постоянной:

$$g_s = \frac{(g\mu/2M)^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \approx 8 \cdot 10^{-2}, \qquad (38.4)$$

где — g — константа связи пион-нуклонного взаимодействия, μ — масса покоя пиона, M — масса покоя нуклона. Постоянная g является ядерным аналогом электрического заряда, и ее можно назвать пионным «зарядом» нуклона.

Сверхсильное взаимодействие. Сверхсильным взаимодействием взаимодействуют друг с другом нуклоны, обладающие релятивистскими энергиями. Множитель $(\mu/2M)^2$ в формуле (38.4) пропадает.

Взаимодействие между нуклонами становится таким же, как между мезонами, между мезонами и барионами, барионами и антибарионами. Для последних взаимодействий постоянная связи аналогична постоянной тонкой структуры для электромагнитного взаимодействия. Постоянная связи безразмерна, и ее можно записать в следующем виде:

$$g_{V_3} = \frac{g^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \approx 15. \tag{38.5}$$

Рассматриваемое взаимодействие ответственно за образование так называемых мезонных и барионных резонансов или возбужденных состояний *мезонной* или *барионной* элементарной частицы. Это взаимодействие управляет распадами указанных резонансных элементарных частиц. Поэтому наблюдаемые на эксперименте времена жизни резонансов такие короткие. Данные частицы-резонансы регистрируются в экспериментальных установках как мимолетные явления, даже не как частицы, а как *состояния* частиц, и сильно напоминают известные резонансные явления с возбужденными состояниями атомов. Для частиц, участвующих в сильном и сверхсильном взаимодействиях, довольно часто используют специальный термин *адроны*.

38.3. Взаимодействия элементарных частиц и законы сохранения

В предыдущих главах мы уже не раз убеждались, что симметрии различных абстрактных физических «пространств» непосредственно ведут к появлению тех или иных законов сохранения. Физическое четырехмерное пространство (x, y, z, t), например, обладает несколькими симметриями, и с ними связаны основные физические законы сохранения нашего мира. Под симметрией мы понимаем следующее. Физическое явление, происходящее в пространстве, никак не изменяется в том случае, если мы делаем в пространстве соответствующее этой симметрии преобразование координат. В квантовой механике мы должны уточнить это высказывание и заявить, что при этом все вероятности квантовых переходов данной системы остаются неизменными, если мы совершаем указанное преобразование координат. Каждая отдельная замкнутая группа операций симметрии координат пространства приводит к существованию соответствующей сохраняющейся величины.

Одна из симметрий четырехмерного пространства-времени — это трансляция вдоль оси времени t. Динамическое событие никак не изменяется, если мы сдвинем начало отсчета на оси времени. Действительно, если передвинуть стрелки на часах, то это не приведет, конечно, ни к каким динамическим последствиям и эффектам, пока, разумеется, скорость хода часов будет оставаться неизменной. Из указанной симметрии относительно временных трансляций непосредственно вытекает закон сохранения *энергии*. Аналогично тот факт, что начало

пространственной координатной системы (x, y, z) мы можем расположить в произвольной точке трехмерного пространства, причем во всех таких системах координат все физические явления будут протекать совершенно одинаково, свидетельствует о симметрии нашего трехмерного пространства относительно пространственных трансляций в любом направлении. С этой симметрией однозначно связан закон сохранения *импульса*.

Физическое трехмерное пространство x, y, z изотропно, т. е. оно симметрично относительно поворотов вокруг любой оси, проходящей через начало системы координат. Динамические явления в физическом трехмерном пространстве не зависят от конкретной ориентации осей пространственной системы координат. В результате такой симметрии существует закон сохранения *момента импульса*.

Указанные три закона сохранения идеально выполняются во всех известных взаимодействиях. Процессы, происходящие с элементарными частицами, управляются одним из пяти взаимодействий, о которых мы говорили выше: от гравитационного до сверхсильного, и все эти процессы, как оказалось, строго подчиняются трем рассмотренным законам сохранения. Но не все обстоит так просто, когда мы переходим к рассмотрению других симметрий и других законов сохранения.

Отражение физического пространства (x, y, z) в начале координат, проиллюстрированное рисунком 38.1, называют «преобразованием пространственной четности». Оно преобразует точку с координатами x, y, z в точку с координатами $-x$, $-y$, $-z$, а векторы переводит либо сами в себя, либо в них самих со знаком «минус». Например, вектор импульса изменяет знак при преобразовании четности, а вектор момента импульса остается неизменным. Об указанном свойстве изменять или не изменять алгебраический знак при преобразовании четности говорят как о «четной четности», когда величина не изменяет знака, и как о «нечетной четности», когда она меняет знак на противоположный. Оказывается, все физические системы сохраняют свойство *четности*, если только не участвуют в процессах слабого взаимодействия. Когда мы имеем дело с процессами слабого взаимодействия, то четность системы нарушается и превращается в обратную при

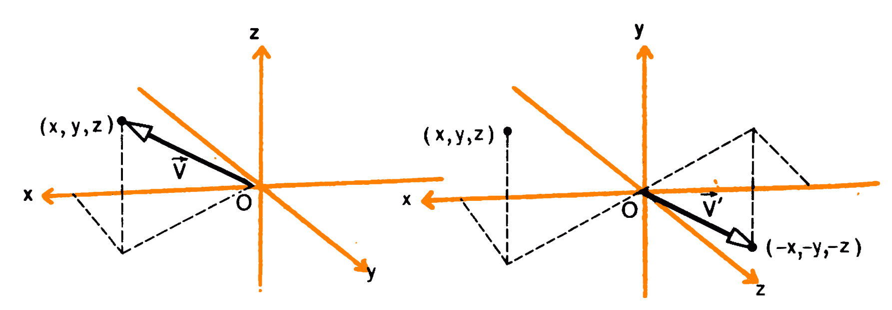


Рис. 38.1

переходе системы из начального в конечное состояние. Особенно показательным примером является нейтрино, которое как раз и участвует главным образом в слабых взаимодействиях. Спин этой частицы всегда определенным образом направлен. Внутренний спин нейтрино всегда смотрит по направлению его движения, т. е. если смотреть вдоль направления движения нейтрино, то оно всегда будет «закручено» против часовой стрелки. Если же смотреть вдоль направления движения антинейтрино, то оно будет всегда «закручено» по часовой стрелке. Природа, таким образом, строго различает «правую» и «левую» системы координат, когда она имеет дело со слабыми взаимодействиями. Операцию четности обозначают буквой *P*.

Имеется еще одна интересная операция симметрии в физическом пространстве-времени. Это операция временной четности, или отражения оси времени в начале четырехмерной системы координат. Такую операцию обозначают символом *T*. Она поворачивает вспять направление времени для всех физических явлений. Непосредственно с этой операцией связана необратимость термодинамических систем и так называемый закон детального равновесия. Обратимые свойства физической системы не меняются при применении операции *T* обращения времени. Слабые взаимодействия и сверхсильные взаимодействия нарушают, по-видимому, инвариантность относительно обращения времени. Имеются процессы с участием *K*-мезонов (каонов), которые, как представляется, также нарушают рассматриваемую симметрию.

Перейдем теперь от рассмотрения физического пространства-времени к рассмотрению очень абстрактного пространства — так называемого «зарядового» пространства, в котором одной из осей является «ось электрического заряда». Поворот вектора, направленного в положительную сторону вдоль указанной оси, в положение, когда он направлен в отрицательную сторону этой оси, соответствует изменению знака электрического заряда на противоположный. Такое преобразование не происходит, если вектор описывает полный электрический заряд взаимодействующей системы частиц, но оно может произойти, если вектор описывает электрический заряд какой-то части системы. Симметрия «зарядового» пространства системы однозначно связана с законом сохранения *электрического заряда*, а также одновременно и с законом сохранения *изоспина*. Во всех взаимодействиях элементарных частиц закон сохранения электрического заряда строго выполняется, за исключением, может быть, гравитационных взаимодействий. Рассмотренный выше поворот в «зарядовом» пространстве обозначают символом *C*[1].

Рассмотрим теперь еще одно абстрактное пространство — про-

---

[1] Это пояснение авторов довольно условно. Операция *C* — это операция зарядового сопряжения. Она заменяет частицу на античастицу и наоборот. Зарядовая симметрия — это симметрия относительно указанной замены. Соответственно вводится и понятие зарядовой четности. Что касается закона сохранения электрического заряда, то его связывают с инвариантностью относительно калибровочных преобразований электромагнитных потенциалов. — *Прим. ред.*

странство линейных комбинаций состояний «частица» и «античастица» и спиновых состояний «вверх» и «вниз» (называемое пространством G). В нем четыре оси. Поворот в таком пространстве можно представить себе как одновременное выполнение операций C и T или операции $G = CT$. Оказывается, симметрия этого G-пространства относительно указанного поворота (называемого G-сопряжением) связана с сохранением *числа частиц*. Лептонное и барионное числа, в частности, сохраняются именно в силу последней симметрии. Как представляется, слабое, сильное и сверхсильное взаимодействия не нарушают указанной симметрии, а гравитационное и электромагнитное взаимодействия нарушают ее.

Еще одно абстрактное одномерное пространство связано со странностью. В этом пространстве отражение в начале координат — операция симметрии, которая меняет знак квантового числа странности частицы или системы частиц. С указанной симметрией неразрывно связан закон сохранения *странности* системы частиц, которая обозначается символом S. Электромагнитное, сильное и сверхсильное взаимодействия сохраняют странность при указанной операции.

Мы придем еще к одному очень специальному абстрактному комплексному трехмерному пространству, если объединим «зарядовое» пространство и пространство «странности». Полученное пространство симметрично относительно любых комплексных поворотов. Особая группа таких поворотов называется *специальной унитарной унимодулярной группой* поворотов в комплексном трехмерном пространстве и обозначается символом SU_3. Указанная симметрия SU_3 оказалась необычайно плодотворной при классификации мезонов и барионов. Она позволила сгруппировать их в специальные очень симметричные семейства, называемые «супермультиплетами». Операторы группы SU_3 производят только «истинные» вращения в указанном пространстве (мы рассматриваем только *унимодулярные* преобразования). Речь идет об унитарных преобразованиях, для которых по определению так называемый сопряженный оператор равен обратному. (Детальнее со всем этим можно ознакомиться по учебникам по теории групп и линейной алгебре.) Здесь достаточно только сказать, что комплексное трехмерное пространство для группы SU_3 можно «натянуть» на некоторые три комплексных базисных вектора, которые, может быть, имеют, а может быть, и не имеют физического смысла. Эти векторы можно сопоставить с частицами, которые называют триплетами, асами или чаще всего *кварками*. Подробнее этими частицами мы займемся в следующей главе. Оказывается, мезонам и барионам можно приписать особые кварковые «заряды». Кварковый заряд сохраняется при сильном и сверхсильном взаимодействиях.

Наконец, можно еще более расширить пространство SU_3 и добавить к нему обычный спин частицы. Тогда получится еще одно абстрактное пространство (комплексное шестимерное), в котором действует группа SU_6. Операции симметрии в этом шестимерном пространстве сохраняют число кварков и не нарушаются только в сверхсильных взаимодействиях.

В заключение еще раз подчеркнем, что в природе не только имеется несколько типов разных взаимодействий элементарных частиц, но что они обладают большим числом симметрий, характеризуются своими зарядами и законами сохранения. Мы рассказали здесь подробно не о всех из них. Коснулись только наиболее часто обсуждавшихся в научной физической литературе симметрий. Природу все же нельзя «разложить по полочкам» указанным «симметрийным» способом. Некоторым физикам представляется, что должен быть какой-то единый всеобъемлющий, универсальный закон природы, из которого должны вытекать все симметрии. Физики эти считают, что отражением слабости нашего понимания природы, неполноты (или возможно, ошибочности) наших теорий как раз и является то, что мы вынуждены в настоящее время распределять физические явления по разным вышеуказанным категориям. Физики стремятся построить единую теорию окружающего нас мира, которая бы с помощью представления только об одном самом фундаментальном взаимодействии описывала единым образом все симметрии, наблюдаемые в природе.

ЗАДАЧИ

38.1. Составьте таблицу свойств электрона по тексту гл. 37 и попытайтесь составить такую таблицу для свойств позитрона (антиэлектрона). Сделайте то же для протона и антипротона.

38.2. Убедитесь, что размерность величины G_m может быть установлена непосредственно из процедуры ее экспериментального определения Кавендишем.

38.3. Составьте таблицу характерных свойств различных взаимодействий, укажите операции симметрии, ответственные за те или иные законы сохранения и назовите соответствующие сохраняющиеся величины. Какие законы сохранения выполняются для каждого типа взаимодействия?

38.4. Считая, что промежуточный бозон для слабых взаимодействий имеет массу покоя 5 ГэВ ($5 \cdot 10^9$ эВ), найдите радиус действия сил слабого взаимодействия, исходя из соотношения неопределенностей.

Глава 39
СЕМЕЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Мюррей Гелл-Манн
(р. 15.IX 1929 г.)

Родился в Нью-Йорке (США). Получил степень доктора наук в 1951 г. в Массачусетском технологическом институте. Был назначен профессором физики в Калифорнийском технологическом институте в 1956 г. В физике элементарных частиц Гелл-Манн работает очень активно. Он ввел концепцию «странность», развил так называемый «восьмеричный подход» в теории симметрий, предсказал существование Ω-частицы. В 1969 г. был награжден Нобелевской премией по физике.

39.1. Фотоны

Фотон является частицей с нулевой массой покоя, и его можно было бы отнести к лептонам. Однако его обычно не причисляют ни к какому семейству элементарных частиц и рассматривают отдельно от остальных элементарных частиц. Масса покоя фотона m_0 строго равна нулю, так что общая релятивистская формула, связывающая энергию и импульс частицы,

$$E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2 = m^2c^4 \tag{39.1}$$

принимает для фотона совсем простой вид:

$$E = pc = mc^2. \tag{39.2}$$

Отсюда для импульса фотона имеем:

$$p = \frac{E}{c} = mc. \tag{39.3}$$

Так как масса покоя фотона равна нулю, а его энергия конечна, то скорость фотона должна равняться скорости света в вакууме, а потому импульс фотона равен

$$p = mc \tag{39.4}$$

в полном согласии с формулой (39.3).

Энергия фотона дается также формулой

$$E = h\nu, \tag{39.5}$$

в которой h — постоянная Планка, ν — частота электромагнитной волны, связанной с фотоном, поэтому для массы фотона мы имеем выражение

$$m = \frac{h\nu}{c^2}. \tag{39.6}$$

Фотон, обозначаемый символом γ, является квантом электромагнитного поля. Будучи таковым, он оказывается бозоном (т. е. подчиняется статистике Бозе—Эйнштейна). Все бозоны имеют внутренний спин, который равен либо нулю, либо целому кратному $\hbar$. Фотон имеет спин 1. Сам фотон электрически не заряжен, но он служит «переносчиком» кулоновских сил взаимодействия электрических зарядов. Фотон является виртуальной частицей для статического электрического поля и реальной частицей для поля излучения.

Фотон стабилен и, следовательно, не распадается спонтанно ни на какие другие частицы. Его время жизни бесконечно до тех пор, пока он не вступит во взаимодействие с другой или другими элементарными частицами. Так что среди фотонов, падающих из космоса на Землю, есть и такие, которые приходят из самых отдаленных участков Вселенной. Они прилетают оттуда, пропутешествовав в течение времени, по порядку сравнимому с возрастом Вселенной. Эти фотоны участвовали в процессе адиабатического охлаждения Все-

ленной. Этот процесс происходит и сейчас по мере расширения Вселенной от первоначально очень небольшого, очень плотного состояния огненного шара, имевшегося в некоторый начальный момент времени. Этот огненный шар по предположению содержал внутри себя излучение при температуре 10^{14} К или даже большей. За время порядка 10 млрд. лет (10^{10} с) постоянно происходящего расширения Вселенной первичные фотоны, вылетевшие из такого начального состояния, охладились примерно до 3К, и они наблюдаются теперь в виде изотропного, так называемого «реликтового» излучения, заполняющего все пространство.

Бо́льшую часть информации об окружающей нас природе мы получаем посредством фотонов. Об энергетических состояниях атомов и молекул, например, мы узнаем по цвету света, который эти атомы и молекулы излучают и поглощают. О спинах атомных ядер мы судим по взаимодействию ядер с внешними электромагнитными полями, а о возбужденных ядерных уровнях мы часто узнаем по γ-квантам, которые испускают последние. По существу всю астрономическую информацию о планетах солнечной системы, о звездах и галактиках мы получили с помощью детектирования излучения, либо радиодиапазона, либо оптического диапазона. Фотон в свободном состоянии можно считать самой распространенной элементарной частицей во Вселенной. Он переносит только электромагнитное взаимодействие и взаимодействует с другими элементарными частицами главным образом электромагнитным и гравитационным взаимодействиями. В самое недавнее время, однако, были открыты также и адронные взаимодействия фотона. Фотон совпадает со своей античастицей.

39.2. Лептоны

Нейтрино. Семейством легчайших фермионов (т. е. частиц, подчиняющихся статистике Ферми — Дирака) является семейство лептонов, которое включает в себя четыре частицы и четыре соответствующие античастицы[1]. Это электрон e, мюон μ, два нейтрино ν_e и ν_μ. Самыми легкими из четырех частиц являются нейтрино, массы покоя которых равны нулю и для которых поэтому справедливы формулы (39.2) — (39.6), как и для фотонов. Известны нейтрино двух типов: *электронное* нейтрино ν и *мюонное* нейтрино ν_μ. У каждого нейтрино есть соответствующая ему античастица, так же как у электрона и мюона. Оба нейтрино имеют спин 1/2 и не несут на себе никаких электрических зарядов. Они различаются тем, что одно из них сопровождает электроны в процессах, происходящих с элементарными частицами, а другое нейтрино сопровождает мюоны. При этом здесь мы говорим только о процессах слабого взаимодействия. Когда в какомнибудь процессе слабого взаимодействия участвует электрон, в нем обязательно участвует и электронное нейтрино.

---

[1] Недавно физики открыли еще один сверхтяжелый лептон — таон. Возможно, у него есть и свой нейтрино. Таким образом, список лептонов в настоящее время уже увеличился, наверное, до шести частиц (и шести античастиц). — *Прим. ред.*

Типичными слабыми процессами, в которых участвуют электрон и электронное нейтрино, являются реакции ядерного β-распада:

$$n \to p^+ + e^- + \bar{\nu}_e,$$
$$p^+ \to n + e^+ + \nu_e \qquad (39.7)$$

и обратные им реакции:

$$\bar{\nu}_e + p^+ \to n + e^+,$$
$$\nu_e + n \to p^+ + e^-. \qquad (39.8)$$

Типичными процессами, в которых участвуют мюон и мюонное нейтрино, являются реакции распадов пионов:

$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$
$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu, \qquad (39.9)$$

а также реакция образования положительных мюонов:

$$\bar{\nu}_\mu + p^+ \to n + \mu^+. \qquad (39.10)$$

Обратим внимание, что в приведенных реакциях элементарных частиц электрон сопровождает не нейтрино, а *антинейтрино*, если обе эти частицы появляются по одну сторону уравнения реакции, справа или слева от стрелки. Когда же электрон и нейтрино входят в *разные* части уравнения реакции, то электрон сопровождает нейтрино, а не антинейтрино. В точности так же ведут себя мюоны и мюонные нейтрино. Все это следствие закона сохранения числа частиц, в данном случае лептонного числа частиц. Если каждой лептонной частице приписать лептонное число +1, а каждой античастице приписать лептонное число —1, то алгебраическое число лептонов будет одним и тем же в начале и в конце любой реакции слабого взаимодействия.

Нейтрино участвуют только в слабых взаимодействиях и поэтому могут взаимодействовать с другими частицами только посредством слабого взаимодействия. Поэтому все эффективные сечения для процессов с участием нейтрино крайне малы, а длины свободного пробега нейтрино в любом веществе соответственно очень велики. Типичные эффективные сечения для нейтринных реакций имеют порядок 10^{-49} м^2 или даже меньше. Самые большие из них имеют порядок 10^{-42} м^2. Типичная средняя длина свободного пробега нейтрино в веществе равна 10^3 св. лет; такова она, например, в таком плотном веществе, как свинец.

Нейтрино — единственные частицы, которые всегда при всех условиях полностью поляризованы; спин нейтрино направлен строго «по» или «против» его вектора импульса. Спин нейтрино таков, что «закручивает» его против часовой стрелки (отрицательная спиральность), а спин антинейтрино «закручивает» последнее по часовой стрелке (положительная спиральность), если смотреть в направлении движения нейтрино или антинейтрино.

Электроны и мюоны. Электрон *e* и мюон μ — заряженные частицы из семейства лептонов. Они физически ведут себя совершенно одинаково. Единственно, что их отличает,— это разные массы покоя.

Масса покоя электрона равна 0,510 МэВ, а масса покоя мюона в 200 раз больше и равна 105,66 МэВ. Обе частицы — электрон и мюон — имеют спин 1/2 и отрицательный электрический заряд. Их античастицы несут соответственно положительные электрические заряды.

Электрон стабилен в отношении распадов на другие частицы, а мюон нестабилен и может распадаться на электрон и два нейтрино:

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu. \tag{39.11}$$

Положительный мюон (античастица отрицательного мюона) распадается на зарядово-сопряженные состояния указанных в реакции распада μ^- трех получающихся частиц:

$$\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu. \tag{39.12}$$

В приведенные уравнения реакций распадов электрон и его нейтрино, а также мюон и его нейтрино входят в точности так же, как в уравнения выше обсуждавшихся реакций ядерного β-распада. Таким образом, мы снова убеждаемся, что лептонное число строго сохраняется также и в реакциях этих распадов[1]. Среднее время жизни мюона относительно указанных распадов составляет $2{,}2\cdot 10^{-6}$ с.

Первым среди элементарных частиц был открыт электрон (Дж. Дж. Томсоном), а мюон был первой частицей, обнаруженной в космических лучах, которая оказалась тяжелее электрона и масса которой лежала посредине между массой электрона и протона. При открытии эту частицу назвали поэтому «мю-мезоном», но уже через несколько лет оказалось, что по своим физическим свойствам ее надо относить не к мезонам, а к лептонам. Мюон представляет собой загадку в современной физике элементарных частиц именно в отношении своей классификации, потому что, хотя его масса и столь велика, во всех своих физических проявлениях он ведет себя как тяжелый (возможно, возбужденный) электрон. В 1970 г. появились некоторые экспериментальные указания на то, что мюон может образовывать резонансные состояния с протоном и пионом (пи-мезоном), но многое еще предстоит здесь выяснить. Если подтвердится, что такие резонансы действительно существуют, то в повестке дня появится вопрос о том, есть ли такого же типа резонансы для электрона. При попытках обнаружить их, возможно, будет открыто еще одно фундаментальное взаимодействие, *промежуточное* между слабым и сильным взаимодействиями.

Самый замечательный физический эффект, объясняющийся большой массой мюона, открыл Л. Альварес с сотрудниками. Вследствие того что мюон имеет массу, более чем в 200 раз бóльшую массы электрона, и отрицательно заряжен, он может образовывать связанные состояния с протоном, выступая при этом в качестве тяжелого «атомного электрона». При этом образуется система, подобная атому водорода (так называемый атом мюонного водорода). Энергия связи

[1] Часто различают два лептонных заряда — электронный и мюонный (соответственно говорят о двух законах сохранения). — *Прим. ред.*

в атоме водорода пропорциональна массе, и поэтому мюон в мюонном водороде связан с протоном энергией, в 200 раз большей 13,6 эВ (энергия связи электрона в основном состоянии атома водорода). Радиус боровской орбиты в атоме водорода обратно пропорционален массе электрона. Поэтому радиус орбиты мюона в мюонном водороде будет в 200 раз меньше радиуса обычной боровской орбиты в водороде. Более точно надо говорить о размере области локализации волновой функции мюона, находящегося на K-оболочке.

Интересно еще вот что. Мюонный водород, как и обычный, может присоединить другой протон и образовать мюонный положительный ион молекулы водорода. Большая энергия связи в мюонном ионе молекулы водорода приведет при этом к тому, что два протона в нём будут связаны мюоном настолько сильно, что их волновые функции начнут заметно перекрываться, т. е. может произойти ядерная реакция *слияния* двух протонов, в результате которой образуется дейтрон и будет испущен быстрый позитрон. Подобная реакция действительно экспериментально наблюдается в жидком дейтерии; в ней в самом деле образуются ядра ^3_2He и нейтроны и выделяется огромное количество энергии. Мюон, вызывающий данную реакцию, затем освобождается от связи с ядром ^3_2He, становится снова свободным и может вызвать новый акт ядерной реакции слияния. Таким образом, мы видим, что элементарная частица, в данном случае мюон, выступает в качестве «катализатора» ядерной реакции и может вызвать цепную ядерную реакцию. Цепочка реакций обрывается в тот момент, когда сам мюон распадается или же прочно связывается с ядром ^3_2He.

Положительный мюон может образовать «водород» другого сорта, связываясь с электроном, который вращается вокруг него на боровской орбите. Энергия связи в таком атоме, который называют атомом *мюония*, меньше в 200 раз, чем энергия связи в обычном водороде. Мюоний живет до тех пор, пока его «ядро» — мюон — не распадается в реакции (39.12). Отрицательный мюон способен, конечно, образовать зарядово-сопряженное состояние атома мюония с положительным электроном — позитроном.

Электрон авторам этой книги представляется самой важной элементарной частицей. Он ответствен за все перемещения электрического заряда, которые мы наблюдаем в быту и технике, и, кроме того, по существу вся обычная химия с ее обширным многообразием химических реакций и соединений целиком обязана электрону.

39.3. Адроны

Адроны участвуют в электромагнитных, слабых и сильных взаимодействиях. Их можно сгруппировать в два больших семейства: семейство *мезонов* (спин 0, 1 и т. д.) и семейство *барионов* (спин 1/2, 3/2 и т. д.). Название «адрон» означает «сильно взаимодействующая частица». Оказалось, что адроны можно более детально классифицировать, объединяя их в подсемейства (называемые *супермультиплетами*) по признаку одинаковости спина и четности входящих в подсемейство частиц. Эта классификация связана с симметрией группы

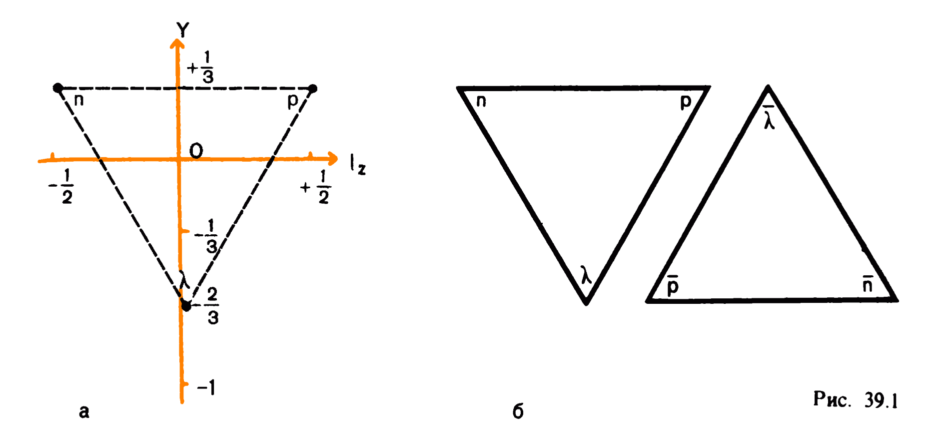


Рис. 39.1

унитарных унимодулярных преобразований в комплектном трехмерном пространстве, которую обозначают SU_3. Согласно этой симметрии все адроны построены из некоторых трех фундаментальных частиц — кварков.

Кварки. Обсуждение групп симметрии, и в частности группы SU_3, далеко выходит за рамки нашего изложения. Поэтому здесь мы просто предположим, что имеются некоторые три гипотетические фундаментальные частицы, и будем строить из них все известные адроны. Эти частицы называют *кварками.* Столь необычное название заимствовано из книги Джеймса Джойса «Поминки по Финнигану». Теория SU_3-симметрии адронов возникла из более ранней и довольно успешной теории Сакаты, в которой в качестве трех основных фундаментальных частиц для построения адронов использовались протон (p), нейтрон (n) и лямбда-частица (Λ). Поэтому те же самые символы используют и в современной теории SU_3-симметрии для обозначения трех кварков. Назовем эти кварки *парком* (p), *нарком* (n) и *ларком* (λ)[1]. Кварки не надо путать с адронами, которые обозначаются теми же самыми символами.

На рисунке 39.1, *а* показано, как три кварка можно изобразить точками на диаграмме I_Z, Y. Эти точки лежат в вершинах некоторого равностороннего треугольника, симметричного относительно поворотов на 120°. Поворачивая этот треугольник вокруг перпендикулярной центральной оси на 180°, мы получаем из треугольника кварков треугольник антикварков. Оба треугольника изображены вместе на рисунке 39.1, *б*. Поистине изумительно, что квантовые числа буквально всех известных адронов могут быть объяснены из этих двух треугольников.

Напомним, что для электрического заряда элементарной частицы

---

[1] В научной литературе часто используют для трех кварков обозначения: *u* (верхний), *d* (нижний), *s* (боковой). Кроме того, в последние годы стали вводить еще и четвертый (очарованный) кварк — *с*. — *Прим. ред.*

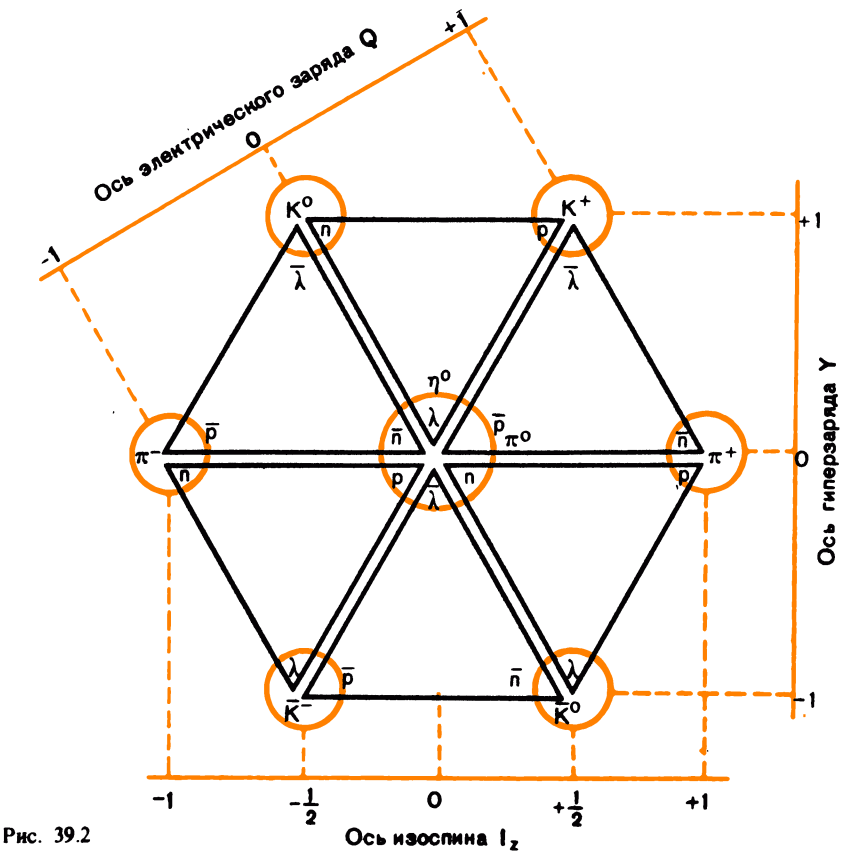


Рис. 39.2

имеется простая формула

$$Q = e\left(I_Z + \frac{Y}{2}\right),$$

и если в нее подставить значения I_Z, Y для кварков, показанных на рисунке 39.1, *а*, то у этих гипотетических частиц получаются *дробные* электрические заряды. Электрические заряды кварков и значения других квантовых чисел для них приведены в табл. 39.1. Подобную таблицу можно составить для антикварков, используя повернутый на 180° на плоскости I_Z, Y треугольник. Для всех кварков барионное число B и спин σ одинаковы.

Являются ли кварки реальными частицами или просто математическими измышлениями, нужными только для классификации адронов, еще неясно. В начале 1970 г. в научных журналах было опубликовано несколько работ, авторы которых заявляли об обнаружении кварков в космических лучах, однако пока что это не подтверждено. Если кварки и в самом деле существуют в природе, то из этого факта мы сможем вывести целый ряд замечательных следствий. В частности, космогонические теории и теории источников энергии излучения

Таблица 39.1

Название кварка	Символ	Q	S	Y	I_z	B	σ
Парк	p	+2/3	0	1/3	1/2	1/3	1/2
Нарк	n	—1/3	0	1/3	—1/2	1/3	1/2
Ларк	λ	—1/3	—1	—2/3	0	1/3	1/2

Примечание. Q — электрический заряд в единицах заряда электрона; S — квантовое число странности; Y — квантовое число гиперзаряда ($Y = B + S$); I_z — квантовое число z-компоненты изоспина; B — барионное число; σ — внутренний момент импульса (спин).

звезд придется коренным образом пересмотреть. Далее, кварки смогут выступать в роли эффективных катализаторов ядерных реакций. Вполне возможно, что по крайней мере один из трех кварков окажется стабильным и не будет распадаться, а может быть, и все три кварка будут стабильными.

Мезоны. Более легкие из адронов относятся к мезонам. Все они имеют либо нулевой, либо целочисленный спин, и их можно считать квантами поля сильных ядерных сил. Мезоны можно скомбинировать из кварков и антикварков, как это показано на рисунке 39.2. На этом рисунке из треугольников кварков и антикварков составлен правильный шестиугольник, в каждую вершину которого попадает один кварк и один антикварк. Каждая такая пара «кварк — антикварк» представляет свой мезон, символ которого изображен около соответствующей вершины шестиугольника. Центральные шесть вершин шести треугольников комбинируют в нестранный мезон π^0, образующий изоспиновый триплет с мезонами π^+ и π^-, и в странный мезон η^0, являющийся изоспиновым синглетом. Все восемь построенных мезонов (см. рис. 39.2) имеют нулевой спин и отрицательную четность. Говорят, что они образуют «октет 0^-» (см. табл. 39.2).

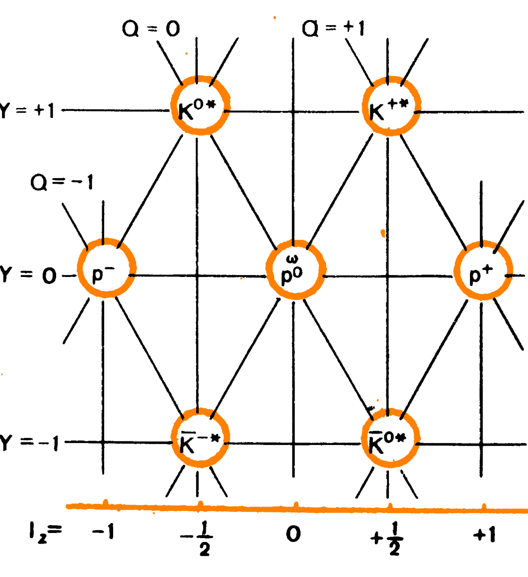


Рис. 39.3

Данные восемь мезонов можно считать основными состояниями всего спектра мезонных состояний. Первые возбужденные состояния тоже образуют в точности такой же

Таблица 39.2

Название мезона	Символ	Кварковый состав	Кварковый символ
K-нуль	K^0	антиларк + нарк	$\bar{\lambda} n$
K-плюс	K^+	антиларк + парк	$\bar{\lambda} p$
K-минус	K^-	ларк + антипарк	$\lambda \bar{p}$
анти-K-нуль	$\bar{K}^0$	ларк + антинарк	$\lambda \bar{n}$
π-минус	π^-	нарк + антипарк	$n \bar{p}$
π-плюс	π^+	парк + антинарк	$p \bar{n}$
π-нуль	π^0	нарк + антинарк плюс парк + антипарк	$n\bar{n} + p\bar{p}$
η-нуль	η^0	нарк + антинарк плюс парк + антипарк плюс ларк + антиларк	$n\bar{n} + p\bar{p} + \lambda\bar{\lambda}$

Примечание. Каждый мезон можно считать состоящим из двух кварков, кроме π^0- и η^0-мезонов, которые имеют в своем составе больше двух кварков. Рассматриваемый октет с указанием кваркового состава образующих его мезонов представлен на рисунке 39.2. Данное семейство мезонов можно считать семейством основных состояний соответствующих мезонных состояний, распадающихся в них в результате проявления сильных взаимодействий. Приведенные в таблице мезоны все распадаются на лептоны в результате слабых взаимодействий.

симметричный октет (рис. 39.3). Но существует много других энергетических уровней, соответствующих возбужденным состояниям частиц, которые распадаются под действием сильных взаимодействий в октет основных состояний. Мезоны, соответствующие основным состояниям, распадаются под действием слабых взаимодействий в лептоны, как это проиллюстрировано в табл. 39.3.

Барионы. Барионы — тяжелые «непроницаемые» частицы. Они имеют спин 1/2. Все они являются фермионами и подчиняются принципу запрета Паули. Если это было бы не так, то вся наша природа давно бы сколапсировала и стянулась в одну точку! Как и мезоны, барионы тоже можно строить из кварков, но теперь каждый барион будет комбинацией трех кварков, а не комбинацией кварка и антикварка, как в случае мезонов. Так что барионы тоже можно уложить в диаграммы группы SU_3. Основные состояния семейства барионов представлены диаграммой на рисунке 39.4. Как видим, нуклоны n и p образуют изоспиновый дублет, три частицы Σ — изоспиновый триплет, две частицы Ξ — изоспиновый дублет, одна частица Λ — изоспиновый синглет.

Барионы имеют большое число возбужденных энергетических уровней. Первые возбужденные уровни образуют семейство из 10 состояний, так называемый барионный *декуплет* (рис. 39.5). На рисунке Δ является изоспиновым квартетом, Σ — изоспиновым триплетом, Ξ — изоспиновым дублетом и Ω — изоспиновым синглетом.

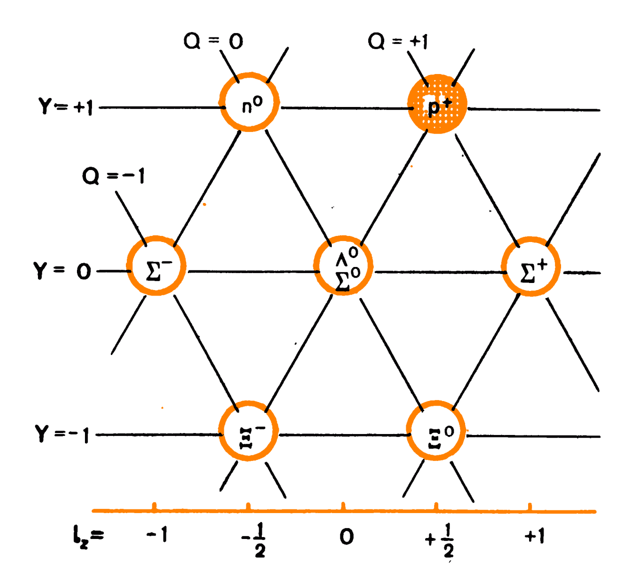


Рис. 39.4

Q = −1 Q = 0 Q = +1 Q = +2

Y = −1 Δ^{-*} Δ^{0*} Δ^{+*} Δ^{++*}

Y = 0 Σ^{-*} Σ^{0*} Σ^{+*}

Y = −1 Ξ^{-*} Ξ^{0*}

Y = −2 Ω^-

I_z = $-\frac{3}{2}$ −1 $-\frac{1}{2}$ 0 $+\frac{1}{2}$ +1 $+\frac{3}{2}$

Рис. 39.5

Таблица* 39.3

Основные состояния элементарных частиц с указанием их квантовых чисел

Символ	Масса, МэВ	Спин	Четность	Изоспин		Частичное число		Странность	Время жизни, с	Основные реакции распада
Фотон										
γ	0	1	—1	—	—	0	0	0		Стабилен
Лептоны										
ν_e, $\bar{\nu}_e$	0	1/2	—	—	—	0	1, —1	—	—	Стабильны
ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$	0	1/2	—	—	—	0	1, —1	—	—	Стабильны
e^-, $\bar{e}^+$	0,51098	1/2	1	—	—	0	1, —1	—	—	Стабильны
μ^-, $\bar{\mu}^+$	105,658	1/2	1	—	—	0	1, —1	—	$1{,}52 \cdot 10^{-6}$	$\mu^{\pm} \to e^{\pm} + \nu_e + \nu_\mu$
Андроны										
Мезоны										
π^+, $\bar{\pi}^-$	139,58	0	—1	1	1, —1	0	0	0,0	$1{,}78 \cdot 10^{-2}$	$\pi^{\pm} \to \mu^{\pm} + \nu_\mu$
π^0	134,99	0	—1	1	0	0	0	0	$0{,}7 \cdot 10^{-16}$	$\pi^0 \to \gamma + \gamma$
K^+, $\bar{K}^-$	493,8	0	—1	1/2	1/2, —1/2	0	0	1, —1	$0{,}8 \cdot 10^{-8}$	$K^{\pm} \to \pi^{\pm} + \pi^0$; $K^{\pm} \to \pi^{\pm} + \pi^{+} + \pi^{-}$

K^0, $\overline{K^0}$	497,8	0	—1	1/2	1/2, —1/2	0	0	1, —1	$0{,}7\cdot10^{-10}$ $4\cdot10^{-8}$	$K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-$ $K_2^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$
η^0	548	0	—1	0	0	0	0	0	$(< 10^{-16})$	$\eta^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$
Барионы										
p^+, $\overline{p^-}$	938,21	1/2	1	1/2	1/2, —1/2	1, —1	0	0,0	—	Стабильны
n, $\overline{n}$	939,50	1/2	1	1/2	—1/2, +1/2	1, —1		0,0	$0{,}71\cdot10^{3}$	$n \to p^+ + e^- + \nu_e$
Λ^0, $\overline{\Lambda^0}$	1115,4	1/2	1	0	0	1, —1	0	—1, +1	$1{,}8\cdot10^{-10}$	$\Lambda^0 \to p^+ + \pi^-$ $\Lambda^0 \to n + \pi^0$
Σ^+, $\overline{\Sigma^-}$	1189,2	1/2	1	1	1, —1	1, —1	0	—1, +1	$0{,}6\cdot10^{-10}$	$\Sigma^+ \to p^+ + \pi^0$ $\Sigma^+ \to n + \pi^+$
Σ^-, $\overline{\Sigma^+}$	1197,6	1/2	1	1	—1, +1	1, —1	0	—1, +1	$1{,}2\cdot10^{-10}$	$\Sigma^- \to n + \pi^-$
Σ^0, $\overline{\Sigma^0}$	1193,2	1/2	1	1	0,0	1, —1	0	—1, +1	$< 10^{-14}$	$\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$
Ξ^-, $\overline{\Xi^+}$	1321,0	1/2	1	1/2	—1/2, +1/2	1, —1	0	—2, +2	$0{,}9\cdot10^{-10}$	$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-$,
Ξ^0, $\overline{\Xi^0}$	1310	1/2	1	1/2	1/2, —1/2	1, —1	0	—2, +2	$1{,}0\cdot10^{-10}$	$\Xi^0 \to \Lambda^0 + \pi^0$
Ω^-, $\overline{\Omega^+}$	1675	3/2	1	0	0,0	1, —1	0	—3, +3	10^{-10}	$\Omega^- \to \Xi^- + \pi^0 + K^0$

Примечание. Частицы, о которых в таблице сказано, что они «стабильны», являются абсолютно стабильными. Все нестабильные частицы распадаются в результате проявления слабых взаимодействий. Все указанные частицы стабильны относительно распадов с участием сильных взаимодействий. Единственным стабильным адроном является протон. В таблице указываются как частицы, так и их античастицы.

Протон и нейтрон — это *окончательные* основные состояния всех барионов. Из обеих этих частиц построены все атомные ядра, находящиеся в своих основных состояниях. Протон и нейтрон абсолютно стабильны в отношении любых сильных распадов, но они могут, однако, иногда превращаться друг в друга в ядре под действием сил слабого взаимодействия в ядерных β-реакциях. Свободный нейтрон радиоактивен и распадается в протон в известной реакции β-распада. Свободный протон, напротив, абсолютно стабилен при всех обстоятельствах.

Возбужденные состояния барионов могут проявляться в возбужденных состояниях атомных ядер, и их надо учитывать обязательно при идентификации ядерных переходов. Классификация адронов на основе SU_3-симметрии оказалась очень успешной, при этом удалось немного заглянуть в структуру адронов, представить их состоящими из кварков. Но многое еще предстоит выяснить, прежде чем удастся понять истинные причины наличия правильных регулярностей в существующей в настоящее время классификации возбужденных состояний адронов.

Не так давно появилась новая теория элементарных частиц, названная «теорией зашнуровки». Согласно ей ни одна из частиц не является более фундаментальной и элементарной, чем остальные. Каждая элементарная частица существует потому, что существуют все остальные частицы.

Внутренняя структура адронов. Изучение структуры различных элементарных частиц, и в первую очередь протона и нейтрона, находится на самом переднем крае фронта исследований в физике элементарных частиц. Уже придумано в настоящее время несколько интересных моделей барионов. Согласно одной из них барион — это просто непроницаемая частица с некоторым распределением электрического заряда по ее объему. В более совершенной модели считается, что барион — точечная частица, окруженная облаком пионов. Эти пионы переносят силы ядерного и электромагнитного взаимодействий. Согласно еще одной модели барион представляет собой частицу, состоящую из нескольких частиц меньших размеров, связанных друг с другом невероятно мощными силами. Возможно, это кварки или кваркоподобные частицы, а может быть, и вообще скопление даже еще более мелких частиц, которые недавно назвали *партонами*.

Указанные модели барионов в физике элементарных частиц стараются обосновать в различных остроумных экспериментах. В самых важных из них используют *метод рассеяния электронов с энергиями в сотни мегаэлектронвольт на протонах и нейтронах в атомных ядрах*. Дебройлевская длина волны таких электронов много меньше размеров нуклона, так что их действительно можно использовать для исследования электромагнитной структуры нуклона. Эти эксперименты с рассеянием очень высокоэнергетических электронов дали уже очень многое. Надежно теперь установлены размеры и форма нуклона, о которых мы судим по его кулоновскому полю. Протон, например, имеет кажущийся средний квадратический радиус, равный

$(0,77 \cdot 10^{-15} \pm 0,10) \cdot 10^{-15}$ м, а форма распределения плотности электрического заряда в нем близка к гауссовской. Пионное облако вокруг протона, нейтрона и атомных ядер тоже можно исследовать с помощью быстрых электронов.

Другой экспериментальный *метод* исследования структуры нуклонов заключается *в использовании очень высокоэнергетических космических лучей и высокоэнергетических неэлектронных пучков частиц,* получаемых на ускорителях. Здесь опять дебройлевская длина волны частиц-адронов мала по сравнению с размерами нуклона; частицы, отличные от электрона, чувствуют также и силы сильного взаимодействия, а не только электромагнитные силы.

Работы по изучению структуры нуклонов все еще находятся на начальной стадии, и еще многое предстоит сделать. Возможно, будут открыты целые семейства новых, более «элементарных» частиц и их придется осмысливать с точки зрения теории и эксперимента.

ЗАДАЧИ

39.1. Составьте по памяти таблицу свойств «легких» частиц, т. е. фотона и лептонов. Укажите для каждой частицы ее символ, спин, массу покоя, заряд, реакции распада, если таковые имеются.

39.2. Укажите порядки значений энергий связи мюонного водорода и мюония, вычисляя соответствующие массы. Масса протона примерно в 1836 раз больше массы электрона.

39.3. Убедитесь, что лептонное число сохраняется в реакциях (39.7) — (39.12). Припишите лептонное число +1 частицам и —1 античастицам.

39.4. Зарядово-сопряженный мюоний не открыт до сих пор экспериментально. Попытайтесь объяснить почему.

39.5. Выпишите уравнения реакций элементарных частиц, в которых мюон выступает в роли катализатора при образовании ядер $D—D$ (дейтерий — дейтерий).

39.6. Повернув кварковый треугольник на рисунке 39.1, *а* на 180° вокруг оси, перпендикулярной плоскости треугольника и проходящей через его центр, постройте антикварковый треугольник. Используя это построение, составьте таблицу квантовых чисел для антикварков, подобную таблице 39.1 для кварков.

39.7. Сколько известно мезонов, существование которых подтверждено? Существование скольких барионов с учетом антибарионов надежно установлено?

Глава 40

ПРОИСХОЖДЕНИЕ ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Ханс Альбрехт Бете
(р. 2.VII 1906 г.)

Родился в Страсбурге (Германия). Учился в университетах Франкфурта и Мюнхена. В 1935 г. переехал в США и стал работать в Корнеллском университете. В 1937 г. Бете создал теорию, объясняющую происхождение энергии излучения Солнца и звезд ядерными реакциями слияния ядер водорода в ядра гелия, идущими в недрах звезды. Его вклад в физику многогранен. Он занимался, в частности, теорией ядерных реакторов, теорией межконтинентальных баллистических ракет и антиракет. Награжден медалью Ферми, медалью Планка и в 1967 г. Нобелевской премией по физике.

40.1. Загадка происхождения химических элементов

Один из самых фундаментальных вопросов, который человек всегда задавал себе в отношении окружающей его природы, — это вопрос о происхождении самой природы. Как наша физическая Вселенная развилась от самого своего начала, если такое было, до того состояния, в котором мы ее наблюдаем теперь? Природа в настоящее время, как мы знаем, состоит из свободных элементарных частиц и химических элементов, причем последних в ней намного больше, чем частиц. Как же появились химические элементы и в тех самых пропорциях, какие мы в настоящее время наблюдаем? Всегда ли химические элементы были такими, как сейчас, или каким-то образом эволюционировали? Если сначала их не было, то где и когда они образовались?

Загадка происхождения химических элементов требует предварительного выяснения следующих вопросов:

1. Какова относительная распространенность в природе различных химических элементов в настоящее время, т. е., например, насколько больше во Вселенной водорода, чем гелия, лития и т. д.? Насколько больше железа, чем меди, висмута и т. д.? Вообще желательно иметь такую информацию в отношении всех элементов периодической системы.

2. Как эта относительная распространенность элементов варьируется для разных объектов во Вселенной? Одинакова ли она для Земли, Солнца и звезд? Если неодинакова, то почему?

3. Если химические элементы образовались из какого-то первичного состояния вещества, то каково было это состояние, в каких процессах или реакциях происходило образование элементов?

4. Каким образом распределились и рассеялись химические элементы из мест, где они образовались, в места, где мы их находим теперь?

5. Каков возраст химических элементов и продолжают ли они образовываться где-то во Вселенной в настоящее время? Если да, то где, в каких местах?

На все эти вопросы в физической науке имеются удивительно обстоятельные, хотя и далеко не полные ответы. Вся эта область науки очень динамично и быстро развивается в настоящее время. С самого начала важно четко понять, что, хотя многое здесь и основано на чисто теоретических гипотезах, практически все процессы и реакции, которые используются при астрофизических рассуждениях, можно наблюдать и изучать в земной лаборатории. Ядерные реакции, в которых по предположению образовывались химические элементы начиная с момента рождения Вселенной, теперь могут быть воспроизведены в лабораторных условиях и изучены во всех подробностях экспериментально, так что теоретическая картина происхождения атомных ядер химических элементов основывается на солидном фактическом материале. И тем не менее будущая теория и новые факты

могут совершенно изменить современную картину происхождения химических элементов.

Теорию происхождения химических элементов, описываемую в этой главе, следует связывать с именами Ханса Бете, Гарольда Юри, Джоржа Гамова, Роберта Альфера, Роберта Германа, Вильяма Фаулера, Фреда Хойла, Джефри и Маргарит Барбиджей, Есси Гринстейна и многих других. Как мы ниже увидим, теория происхождения атомных ядер химических элементов в настоящее время базируется, в основном, на достижениях современной ядерной физики. Будущее покажет, какое влияние на нее окажет бурное развитие современной физики элементарных частиц.

40.2. Распространенность химических элементов в природе в настоящее время

Всего на сегодняшний день открыто 105 химических элементов, из них 81 имеют радиоактивно стабильные изотопы. Изотопы этих химических элементов и 9 радиоактивных элементов, найденных в земных породах, а также изотопы технеция и прометия были обнаружены также и в спектрах звезд. 13 элементов получено искусственно: от элемента 93 до элемента 105. Все вышеуказанные элементы имеют 1512 изотопов, 280 из которых стабильны и 67 естественно радиоактивны, 1165 радиоактивных изотопов были получены искусственно.

Изотопы элементов получаются естественно при распадах изотопов урана, и искусственно при бомбардировке мишеней из различных элементов интенсивными пучками нейтронов, идущими от реакторов или возникающими при ядерных взрывах, при бомбардировке таких мишеней пучками γ-лучей и заряженных частиц, идущими от мощных ускорителей элементарных частиц. Искусственно образующиеся изотопы элементов идентифицируют по характерным химическим реакциям, в которые они вступают, и по их реакциям радиоактивных распадов; и те и другие характеризуют изотопы химических элементов практически однозначно.

Изотопы с массовыми числами от 1 до 238 все встречаются на Земле и в звездах, за исключением изотопов с массовыми числами 5 и 8 (He-5, Li-5 и Be-8). Время жизни этих необычных изотопов очень малое — от 10^{-21} до 10^{-16} с.

Данные по относительной распространенности химических элементов получены для различных образцов земных пород, проб воды из океанов, проб газов и воздуха, из анализа состава метеоритов, солнечного ветра, из анализа лунных пород, привезенных на Землю экипажем корабля «Аполлон», из исследования оптического спектра Солнца. На основании анализа полученных результатов составлена таблица 40.1 относительной распространенности химических элементов в солнечной системе.

Заметим, что из водорода и гелия, вместе взятых, состоит 98% вещества солнечной системы. Метеориты и планеты (за исключением

Юпитера) не содержат эти газы в таком большом количестве, потому что не смогли удержать их своим гравитационным притяжением. Солнечная атмосфера — самый лучший пример для типичной относительной распространенности химических элементов. Предполагая, что вещество на поверхности Солнца и в его недрах, где происходят ядерные реакции, мало перемешивается, мы можем считать, что табл. 40.1 правильно передает распространенность химических элементов в том первичном веществе, из которого образовались Солнце и планеты солнечной системы.

Таблица 40.1

Элемент	Процент распространенности по массе
Водород ^1_1H	0,71
^2_1D	0,0001
Гелий ^3_2He	0,00006
^4_2He	0,27
Li, Be, B	0,00000001
C, N, O, Ne	0,018
Группа кремния (Na — Ti)	0,002
Группа железа ($50 \leqslant A \leqslant 62$)	0,0002
Средняя группа ($63 \leqslant A \leqslant 100$)	0,000001
Группа тяжелых элементов ($A > 100$)	0,0000001

Спектры звезд, подобных Солнцу, свидетельствуют о такой же относительной распространенности химических элементов в них, хотя известны звезды, для которых распределение химических элементов не совсем такое. Но все же большинство звезд из близких к нам галактик, так же как практически все звезды в нашей собственной Галактике, т. е. звезды Млечного Пути, имеют распределение химических элементов в основном такое, как представлено в табл. 40.1. О таком же распределении элементов свидетельствует и свет, приходящий к нам от самых удаленных галактик и от квазаров. Правда, в последних почему-то отсутствует гелий.

40.3. Первичный синтез ядер

Существует несколько теорий о том, как Вселенная из своего первоначального состояния перешла в состояние той расширяющейся Вселенной, которую мы наблюдаем в настоящее время. Этими теориями мы еще займемся в гл. 41. Здесь же просто будем исходить из того, что развитие Вселенной началось с взрыва, как это утверждает теория «большого взрыва» Гамова. Для этой модели все космогонические теории, имеющиеся в настоящее время, наиболее полно развиты.

Согласно теории «большого взрыва» Вселенная вначале была *огромным огненным шаром*, заполненным в основном электромагнитным излучением с невероятно большой плотностью, находящимся в равновесии с имеющимся в шаре небольшим количеством элементарных частиц. Начиная с момента времени «нуль», когда огненный шар, состоящий из излучения, имел крайне большую температуру, он начал расширяться и охлаждаться по закону $T \approx t^{-1/2}$, где T — температура в мегаэлектронвольтах и t — возраст Вселенной в секундах. Согласно приведенной формуле при $t = 10^{-4}$ с температура Вселенной была около 100 МэВ (10^{12} К). В возрасте 1 с температура Вселенной была около 1 МэВ (10^{10} К). При временах, меньших 1 с с момента «рождения» Вселенной, когда температура в огненном шаре превышала 1 МэВ, излучение в нем находилось в равновесии с образовавшимися «частично-античастичными» парами. При значительно меньших временах (10^{-6} с и меньше) процессы образования элементарных частиц из первичного излучения способствовали охлаждению огненного шара и установлению равновесия излучения с веществом и антивеществом. Поскольку характерные времена процессов с элементарными частицами порядка 10^{-23} с, мы можем предположить, что огненный шар всегда находился в равновесии с веществом и антивеществом при временах, больших 10^{-23} с.

Все элементарные частицы нестабильны относительно распадов, за исключением нейтрино, электронов и протонов. Поэтому по мере расширения и охлаждения огненного шара все другие элементарные частицы должны были превратиться в указанные три основные частицы и все соответствующие реакции с элементарными частицами должны были прекратиться и оказаться «замороженными» по истечении определенного времени. Затем, когда температура огненного шара упала еще ниже — ниже характерных значений энергии связи в атомных ядрах, но была все еще достаточно высокой, чтобы смогли идти тепловые равновесные ядерные реакции между «выжившими» протонами, во Вселенной начался синтез атомных ядер химических элементов. Он проходил, пока температура не уменьшилась от 10^{10} до примерно 10^7 К. Реакция слияния протонов стала первой в цепочке ядерных реакций так называемого *цикла водородного горения* или цикла p—p, в результате которого образовались ядра гелия:

$$\begin{aligned} &p^+ + p^+ \rightarrow {}^2_1\mathrm{D} + e^+ + \nu, \\ &{}^2_1\mathrm{D} + p^+ \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} + \gamma, \qquad (40.1) \\ &{}^3_2\mathrm{He} + {}^3_2\mathrm{He} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} + p^+ + p^+. \end{aligned}$$

Еще одна важная частица — нейтрон, который радиоактивен, — также осталась в огненном шаре, потому что ее время жизни относительно радиоактивного распада очень велико (12 мин). С участием нейтронов происходили ядерные реакции второй цепочки реакций ядерного синтеза — так называемого *цикла нейтронного захвата*, которые продолжались при значительно более низких температурах,

чем реакции p—p-цикла, и закончились тоже образованием ядер гелия:

$$p^+ + n \to {}^2_1\mathrm{D} + \gamma,$$
$${}^2_1\mathrm{D} + n \to {}^3_1\mathrm{H} + \gamma,$$
$${}^3_1\mathrm{H} \to {}^3_2\mathrm{He} + e^- + \bar{\nu}, \qquad (40.2)$$
$${}^3_2\mathrm{He} + n \to {}^4_2\mathrm{He} + \gamma.$$

Итак, ядра He-4 во Вселенной образовались в огненном шаре почти сразу в результате ядерных реакций водородного цикла p—p по истечении нескольких секунд после того, как шар охладился до температур, меньших 2,2 МэВ (энергии связи дейтрона). Образование ядер He-4 во Вселенной продолжалось и после этого в цепочке реакций цикла нейтронного захвата в течение еще нескольких минут. Реакции (40.2) наблюдают в обычных лабораторных экспериментах, но они происходят в лаборатории при низких температурах с существенно большими эффективными сечениями. Реакции цикла (40.2) сразу окончились, как только водородный газ расширился и достаточно разредился, и все имевшиеся в нем нейтроны были захвачены простейшими ядрами или распались радиоактивным распадом

$$n \to p^+ + e^- + \bar{\nu}. \qquad (40.3)$$

Почему все же ядерные реакции нейтронного захвата в эти первые минуты существования Вселенной не пошли дальше образования ядер He-4? Ответ на этот вопрос простой. Оказывается, ядро He-4 имеет нулевое эффективное сечение для захвата тепловых нейтронов, и, кроме того, ядра Li-5 и He-5 крайне нестабильны и имеют чрезвычайно короткое время жизни. Если бы эту «пропасть» ядер массой 5 и можно было бы преодолеть с помощью каких-то особых ядерных реакций, то после этого все равно возникла бы еще одна «пропасть» ядер массой 8.

Итак, в результате расширения первичного огненного шара образовался горячий газ, состоящий, в основном, из водорода и гелия, с небольшими примесями дейтронов и ядер He-3, Li-7 и Be-11. Более точный состав горячего газа предсказать в настоящее время не удается, так как этот состав очень чувствителен к гипотезам относительно деталей неизвестного нам процесса расширения первичного огненного шара. Так, если бы плотность Вселенной в течение первых нескольких минут была бы слишком малой, то тогда большинство нейтронов распалось бы еще до их захвата протонами. Если бы, наоборот, плотность была бы слишком большой, то образовалось бы очень много гелия в первичной Вселенной.

Основываясь на довольно простых соображениях относительно свойств решений уравнений общей теории относительности и делая разумные допущения о количествах нейтрино и антинейтрино и их роли в ядерных реакциях, можно рассчитать состав первичного газа Вселенной, получившегося в результате расширения первоначального огненного шара. Подчеркнем, что все эти расчеты относятся к времени

до начала образования звезд во Вселенной! Оказывается, в таком первичном газе было 30% He-4 и 70% H-1 с небольшим количеством примеси H-2 и He-3. Эти расчеты удивительно хорошо согласуются с экспериментальными данными по распространенности этих химических элементов во Вселенной в наше время, приведенными в табл. 40.1. Данных по тяжелым элементам таким образом получить нельзя.

Влияние процессов аннигиляции частиц — античастиц и реакций между оставшимися в первичном газе мезонами и гиперонами в данном расчете никак не учитывалось. Эти процессы, по-видимому, могут лишь незначительно изменить результаты, полученные без их учета.

Теперь мы можем рассказать об одной удивительной загадке происхождения химических элементов во Вселенной. Из наблюдений спектров самых старых звезд Млечного Пути обнаружили, что во всех этих звездах практически не происходит перемешивания вещества из центральной зоны, где образуется энергия излучения звезды и идут ядерные реакции, и из внешней оболочки звезды. Таким образом, поверхностный слой звезды имеет, по-видимому, точно такой же состав, как первичное вещество, из которого звезда была первоначально образована. И вот, оказывается, во внешних оболочках самых старых звезд мы находим очень мало гелия или же вовсе его не обнаруживаем! На этом основании некоторые исследователи стали отвергать рассмотренную выше модель первичного огненного шара, считая ее ошибочной. Дело здесь, однако, по-видимому, не в том, что гелия было образовано мало в первые начальные моменты существования Вселенной из-за того, например, что первичный взрыв произошел быстрее, чем мы сейчас считаем, а в том, возможно, что в реакциях аннигиляции «вещество — антивещество» весь образовавшийся гелий был практически израсходован и все ядра гелия расщепились на протоны и нейтроны. Так или иначе, но, возможно, действительно следует считать, как это и делают некоторые астрофизики, что первичный газ во Вселенной был в основном водородом. Другие астрофизики, однако, продолжают придерживаться того мнения, что распространенность химических элементов в нашей солнечной системе адекватно отражает распространение элементов во Вселенной, несмотря на несоответствие со спектрами старых звезд. Эти астрофизики отмечают, что наличие гелия в звездах очень трудно детектировать спектроскопически, так что, может быть, вообще никакой проблемы и нет.

Анализируя распространенность химических элементов в звездах нашей Галактики, а также соседних (близких к нам) галактик, мы обнаруживаем, что она в общем одинакова, хотя и наблюдаются некоторые отклонения для звезд, которые находятся в ядрах галактик, в спиральных рукавах галактик и в галактических гало. Эти данные по относительной распространенности химических элементов в различных звездах свидетельствуют о том, что в ядрах галактик постоянно происходят какие-то мощные взрывные процессы. Ниже мы еще поговорим о них.

40.4. Образование химических элементов внутри звезд

Так как процесс синтеза атомных ядер в первичном огненном шаре закончился образованием только самых легких элементов водорода и гелия, мы должны, следовательно, поискать те места во Вселенной и указать какие-то более поздние времена, где и когда могли происходить процессы образования атомных ядер более тяжелых химических элементов.

Соответствующие условия, оказывается, существуют внутри звезд.

При расширении и охлаждении первичного огненного шара, которым являлась вначале Вселенная, прекратились почти полностью ядерные реакции циклов *p—p* и нейтронного захвата. Но они не прекратились окончательно и продолжались в центрах образований, которые мы будем называть «протозвездами». Так как в этих местах Вселенной не было в то время в достаточном количестве свободных нейтронов, чтобы могли идти реакции нейтронного захвата, то в них могли продолжаться только реакции цикла *p—p*. По мере того как начинала образовываться «протозвезда» из облака газа и пыли в ее окрестности, она все сильнее и сильнее сжималась силами собственного гравитационного притяжения, а температура и плотность в центре ее начинали возрастать. Когда температура в центре «протозвезды» достигла 10^7 К, а плотность — 10^5 кг/м^3, в недрах этой звезды с новой силой разгорался цикл водородного горения.

Водородное горение. Рассмотрим теперь подробнее цепочку реакций цикла *p—p*. Прежде всего отметим, что имеется большее количество побочных реакций в цикле, чем указано в цепочке реакций (40.1). Наиболее важные из них приведены в табл. 40.2. Как видим, цепочка реакций слияния цикла потребляет 4 протона и приводит к образованию одного ядра He-4 в каждом разветвлении цепи. Образующиеся в реакциях цикла позитроны замедляются и захватываются отрица-

Таблица 40.2

$$p^+ + p^+ \to {}^2_1\mathrm{D} + e^+ + \nu$$

$${}^2_1\mathrm{D} + p^+ \to {}^3_2\mathrm{He} + \gamma$$

$${}^3_2\mathrm{He} + {}^3_2\mathrm{He} \to {}^4_2\mathrm{He} + p^+ + p^+$$

или

$${}^3_2\mathrm{He} + {}^4_2\mathrm{He} \to {}^7_4\mathrm{Be} + \gamma$$

$${}^7_4\mathrm{Be} + e^- \to {}^7_3\mathrm{Li} + \nu$$

$${}^7_3\mathrm{Li} + p^+ \to {}^4_2\mathrm{He} + {}^4_2\mathrm{He}$$

или

$${}^7_3\mathrm{Li} + p^+ \to {}^8_4\mathrm{Be} + \gamma$$

$${}^8_4\mathrm{Be} \to {}^8_3\mathrm{Li}^* + e^+ + \nu$$

$${}^8_4\mathrm{Be}^* \to {}^4_2\mathrm{He} + {}^4_2\mathrm{He}$$

тельно заряженными частицами, после чего происходят акты реакции аннигиляции этих позитронов. Нейтрино не могут удержаться внутри звезды. Они вылетают из звезды со скоростью света. Ядро He-4 в левой части уравнения реакции во втором разветвлении цепочки *p—p* цикла реагирует с ядром He-3 и восстанавливается в конце цепочки реакций. Так что его можно считать «катализатором» в данном разветвлении цепочки реакций *p—p*-цикла.

Самое важное, что нужно понять в отношении цикла *p—p*, — он *экзо*энергетический. В нем выделяется большое количество энергии. Объединенные в ядро He-4 четыре протона имеют меньшую массу, чем четыре свободных ядра H-1 (при каждом преобразовании протона в нейтрон возникает позитрон в правой части уравнения реакции). Дефект массы, т. е. разность между суммарной массой четырех свободных протонов и массой ядра He-4, проявляется в виде кинетической энергии, рассчитываемой по формуле Эйнштейна:

$$E = \Delta m c^2, \qquad (40.4)$$

в которой c — скорость света в вакууме ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с). Четыре потребленных в суммарной реакции протона имеют вместе массу, на 0,7% большую массы ядра He-4, так что при преобразовании 1 г водорода в гелий выделяется огромная энергия — $6 \cdot 10^{11}$ Дж. Этот процесс как раз и является основным источником энергии в звездах так называемой *главной последовательности*, к которым, в частности, принадлежит и наше Солнце. В этих звездах имеющийся в их недрах запас водорода еще не выгорел полностью.

Гелиевое горение. По мере потребления внутри звезды водорода, который превращается в He-4, концентрация He-4 в ней все больше увеличивается. Наконец в какой-то момент реакции цикла *p—p* в центре звезды совсем прекращаются, хотя и будут продолжаться в тонком шаровом слое, окружающем гелиевый шар. Размеры шарового слоя при этом будут все увеличиваться и увеличиваться. В конце концов диаметр шарового слоя, в котором происходит водородное горение, станет столь большим, что температура и давление в нем упадут настолько, что реакции цикла *p—p* в нем тоже прекратятся. В этот момент излучения энергия звезды оказывается не в состоянии поддерживать в равновесии большую массу звезды. Она начнет сжиматься под действием собственных гравитационных сил. Вследствие высвобождения гравитационной энергии в центре такой коллапсирующей звезды центральная ее часть нагреется до еще бо́льших температур, чем те, которые в ней уже были, поэтому значительно увеличится плотность. По мере того как центральная часть звезды будет сжиматься, внешняя оболочка ее будет расширяться вследствие общего повышения температуры звезды. Таким образом, внешняя атмосфера звезды будет иметь огромные размеры и из нее будет излучаться очень много энергии, которая поступает изнутри в атмосферу звезды. Поверхность больших размеров вызовет большое охлаждение внешних слоев звезды, и звезда превратится из ярко-желтой в красную. Такие огромные расширившиеся звезды называют *красными гигантами*.

15—744

$$^{4}_{2}He + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{8}_{4}Be \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{4}_{2}He$$

или

$$^{8}_{4}Be + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{12}_{6}C^{*} \rightarrow 3\,^{4}_{2}He$$

или

$$^{12}_{6}C^{*} \rightarrow ^{12}_{6}C + 2\gamma$$

$$^{12}_{6}C + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{16}_{8}O$$

$$^{16}_{8}O + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{20}_{10}Ne$$

По мере того как центральная часть звезды нагревается вследствие действия гравитационного сжатия, плотность в центре звезды повышается и может приблизиться к 10^8 кг/м^3, а температура в ее центре станет равной 10^8 К. В этот момент эволюции звезды ядра гелия в центре звезды начнут сливаться друг с другом в цепочке ядерных реакций, называемой *циклом гелиевого горения* (табл. 40.3).

В этой книге мы уже упоминали о том, что время жизни ядер Be-8 относительно распадов на два ядра He-4 очень мало. Тем не менее при достаточно высоких температуре и давлении небольшое число ядер Be-8 все же успевает поглотить по одному ядру He-4 до своего распада и образовать возбужденные состояния (с энергией возбуждения 7,556 МэВ) ядер углерода в очень быстро идущей, т. е. в «резонансной» реакции. Бóльшая часть образовавшихся возбужденных ядер $^{12}_{6}C$ распадается при этом на три ядра He-4, но небольшое их число распадается в стабильные ядра C-12 с испусканием двух γ-квантов. Подобным путем образуется также некоторое число ядер O-16 и Ne-20, и, следовательно, «пропасть» ядер массой 8 оказывается преодоленной. Эта «пропасть» долгое время представляла очень серьезную трудность для теоретиков-астрофизиков, занимающихся проблемой синтеза атомных ядер в звездах. Она была разрешена только после того, как в экспериментах было найдено возбужденное состояние ядра углерода с нужным значением энергии возбуждения, чтобы действительно мог происходить резонансный захват ядер He-4 ядрами Be-8 до момента распада последних.

Лишь небольшая доля (0,07%) массы He-4 преобразуется в энергию в указанном цикле гелиевого горения, но этой энергии оказывается достаточно, чтобы воспрепятствовать гравитационному коллапсу звезды. Вместе с тем, хотя коллапс таким образом и предотвращается, красные гиганты остаются нестабильными в течение довольно долгого времени своей эволюции после начала гелиевого горения. Нестабильная звезда в этой фазе может выбросить из себя в межзвездное пространство огромное количество газа, состоящего из водорода, гелия, углерода, кислорода и неона. Новые звезды, которые образуются из этого газа, будут содержать достаточное количество всех этих тяжелых элементов внутри себя.

Побочный цикл CNO. Если звезда уже содержит в себе эти газы из ядер образовавшихся элементов, включая углерод, азот и кислород, то, когда вследствие гравитационного сжатия температура в центре звезды станет достаточно высокой, там сможет пойти еще одна цепочка каталитических ядерных реакций, в которой водород будет превращаться в гелий. Это реакции так называемого *побочного* CNO-*цикла* (см. табл. 40.4).

Углеродное и кислородное горение. Мы уже объяснили, как водород в реакции водородного горения превратился в гелий в «протозвездах», или звездах *первого* поколения, и как из гелия получились углерод и кислород в красных гигантах первого поколения. Газы, выброшенные из красных гигантов при взрывных процессах в них, затем образовали звезды *второго* поколения, которые уже с самого начала содержали в себе водород, гелий, углерод и кислород. В этих звездах второго поколения опять началось водородное горение по циклу *p—p* или по побочному циклу CNO, но в них уже стали образовываться ядра C-13, N-14 и N-15. Если на этой фазе эволюции со звездой случается взрыв в силу ее неустойчивости, то образовавшиеся в ней ядра химических элементов будут вновь выброшены из звезды в межзвездное пространство и из выброшенных газов образуются звезды *третьего* поколения и т. д.

Таблица 40.4

$${}^{12}_{6}C + p^+ \rightarrow {}^{13}_{7}N + \gamma$$
$${}^{13}_{7}N \rightarrow {}^{13}_{6}C + e^+ + \nu$$
$${}^{13}_{6}C + p^+ \rightarrow {}^{14}_{7}N + \gamma$$
$${}^{14}_{7}N + p^+ \rightarrow {}^{15}_{8}O + \gamma$$
$${}^{15}_{8}O \rightarrow {}^{15}_{7}N + e^+ + \nu$$
$${}^{15}_{7}N + p^+ \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He$$

или

$${}^{15}_{7}N + p^+ \rightarrow {}^{16}_{8}O + \gamma$$
$${}^{16}_{8}O + p^+ \rightarrow {}^{17}_{9}F + \gamma$$
$${}^{19}_{9}F \rightarrow {}^{17}_{8}O + e^+ + \nu$$
$${}^{17}_{8}O + p^+ \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He$$

Примечание. Полное число ядер C, N, O остается неизменным.

Все это понятно, но у нас еще нет ответа на вопрос, а как же образовались более тяжелые элементы. Ответ на этот вопрос следующий. Красные гиганты не обязательно должны были взорваться на ранних фазах своего развития. Нестабильность этих звезд определялась их размерами и их конкретной внутренней структурой. Если красный гигант оставался стабильным, то тогда запас гелия в нем выгорал

до конца в его центральной части и в центре такой звезды образовывался «пепел» из углерода и кислорода. Реакции гелиевого горения прекращались, центральная часть звезды опять начинала сжиматься, температура и плотность в ней увеличивались. Не надо забывать, что в центре коллапсирующей звезды выделяется огромное количество тепла за счет превращения в него гравитационной энергии звезды!

По мере дальнейшего увеличения температуры и плотности в центре звезды ядра С-12 и О-16 начинают гореть в соответствующей цепочке ядерных реакций слияния ядер, сопровождающейся реакциями распада, в которых образуются ядра новых химических элементов. Наиболее распространенными из таких ядер стали изотопы, оказавшиеся целыми кратными α-частиц (ядер Не-4), т. е. изотопы Ne-20, Mg-24, Si-28 и S-32. Таким образом, в звездах, образованных из газов и пыли, выброшенных при взрывах из звезд ранних поколений, могли синтезироваться все более массивные атомные ядра химических элементов.

Альфа-процесс. Для ядер от неона до серы реакции простого ядерного слияния затруднены вследствие кулоновского отталкивания ядер. Поэтому, по мере того как звезда продолжает сжиматься, в ее центральной части возникает все более и более интенсивное поле электромагнитного излучения, притом это есть излучение в очень плотном веществе. Поэтому в нем вскоре начинают расщепляться такие тяжелые ядра, как ядра кремния, в реакциях фоторасщепления ядер. Для этих реакций γ-кванты из «хвоста» планковского распределения имеют достаточную энергию, чтобы разрушать атомные ядра. Типичным оказывается как раз ядро Si-28, которое может расщепиться на 7 свободных α-частиц, когда температура в центре звезды станет порядка $3 \cdot 10^9$ К.

С образованием большого количества свободных высокоэнергетических α-частиц в результате реакций фоторасщепления атомных ядер в центре звезды начинается новый процесс — *непосредственный захват α-частиц* теми ядрами, которые остались нерасщепленными. Например, одно и то же ядро Si-28 может последовательно захватить 7 α-частиц и превратиться в ядро Ni-56. Очевидно, такой процесс захвата атомными ядрами свободных α-частиц в действительности очень сложен, и реакции превращения любого данного ядра в ядро более тяжелого химического элемента могут сопровождаться промежуточными ядерными реакциями фотораспада, перемежающимися с реакциями захвата α-частиц.

Ядро Ni-56 радиоактивно. Оно может захватить электрон из окружающей плазмы и превратиться в ядро Со-56. Последнее тоже радиоактивно, оно тоже может захватить еще один электрон и превратиться на сей раз в стабильное ядро Fe-56. При каждом захвате электрона должно испускаться нейтрино. С помощью захватов α-частиц, реакций фоторасщепления и радиоактивного распада могут быть образованы атомные ядра большинства химических элементов. Ядра в окрестности Fe-56 от ядра V-50 до Ni-62 образуются именно таким путем.

Итак, мы видим, что стабильные красные гиганты являются «фабриками» по производству ядер химических элементов вплоть до ядер элементов группы *железа.* Когда красный гигант становится наконец неустойчивым и взрывается, он выбрасывает ядра этих химических элементов в виде газа и пыли в межзвездное пространство. Из этих выбросов образуются звезды следующего поколения, обогащенные с самого своего рождения ядрами указанных химических элементов.

Процесс установления равновесия. По мере того как звезда сжимается, в ее центральной области выделяется все больше тепла и температура в центре звезды повышается до $4 \cdot 10^9$ К, а плотность становится равной $3 \cdot 10^9$ кг/м^3. Такая звезда очень быстро реагирует на все изменения, приближаясь неминуемо к катастрофическому взрыву, в результате которого созданные внутри звезды ядра химических элементов будут рассеяны в космическом пространстве. Все ядерные реакции в такой звезде теперь начинают идти в равновесных условиях: это реакции слияния ядер, захвата α-частиц, фоторасщепления, захвата нейтронов, а также реакции, управляемые слабыми взаимодействиями, — захват электронов ядрами и испускание нейтрино при аннигиляции электрон-позитронных пар. За счет этих реакций смесь изотопов в центре звезды удерживается в *квазиравновесном состоянии.* Но процесс гравитационного сжатия звезды все ускоряется вследствие охлаждающего действия реакций распадов ядер элементов группы железа на более легкие ядра. Именно в этой последней стадии эволюции звезды образуются ядра элементов группы железа — титана, ванадия, хрома, марганца, железа, кобальта и никеля.

Реакции захвата нейтронов в красных гигантах с последующими β-распадами. При высоких температурах, достигаемых в центральных частях красных гигантских звезд, начинают образовываться нейтроны, например в реакции

$$^{13}_{6}C + \alpha \rightarrow {}^{16}_{8}O + n. \tag{40.5}$$

Таким образом, в результате бомбардировки α-частицами ядер, сопровождающейся образованием нейтронов, т. е. в (α, n)-реакциях, а также в сопутствующих реакциях (γ, n), (p, n) и (n, $2n$) в центральных частях звезды начинают накапливаться *свободные нейтроны.* Эти нейтроны захватываются водородом и ядрами элементов более тяжелых, чем элементы группы железа, как правило, в (n, γ)-реакциях. Очень часто ядро, захватив нейтрон, оказывается радиоактивным. Прежде чем это ядро захватит второй нейтрон, оно может распасться β-распадом в ядро стабильного изотопа, для этого имеется достаточно времени. Но следующий захват нейтрона ядром в конце концов все же произойдет, и за ним затем опять последует процесс преобразования ядра еще в одно более тяжелое стабильное ядро. Таким образом, ядро посредством захвата нейтронов и β-распадов становится все тяжелее и тяжелее, но при этом оно не отходит слишком далеко от «долины стабильности» на N-, Z-диаграмме.

Пример цепочки таких ядерных реакций, начинающихся с реакции захвата нейтрона ядром Fe-56, приведен в табл. 40.5.

Таблица 40.5

$$^{56}_{26}\mathrm{Fe} + n \rightarrow {}^{57}_{26}\mathrm{Fe} + \gamma$$
$$^{57}_{26}\mathrm{Fe} + n \rightarrow {}^{58}_{26}\mathrm{Fe} + \gamma$$
$$^{58}_{26}\mathrm{Fe} + n \rightarrow {}^{59}_{26}\mathrm{Fe} + \gamma$$
$$^{59}_{26}\mathrm{Fe} \rightarrow {}^{59}_{27}\mathrm{Co} + e^- + \bar{\nu}$$
$$^{59}_{27}\mathrm{Co} + n \rightarrow {}^{60}_{27}\mathrm{Co} + \gamma$$
$$^{60}_{27}\mathrm{Co} \rightarrow {}^{60}_{28}\mathrm{Ni} + e^- + \bar{\nu}$$
$$^{60}_{28}\mathrm{Ni} + n \rightarrow {}^{61}_{28}\mathrm{Ni} + \gamma$$

Указанные ядерные реакции позволяют объяснить образование многих, но, однако, не всех атомных ядер стабильных изотопов химических элементов *тяжелее железа*, а также многих ядер легче него и ядер тех изотопов, которые обладают очень большими периодами полураспада в отношении β-распадов. Описанный процесс заканчивается на ядре Bi-209 α-Радиоактивные ядра, следующие за ним, таковы, что «зацикливаются» в своих распадах опять на ядро Bi-209, как показано в табл. 40.6.

Открытие *технеция* в спектрах ряда звезд подтверждает гипотезу об идущих в них цепочках ядерных реакций нейтронного захвата и последующего β-распада, так как изотопы технеция, которые могли бы таким образом образоваться, уже давно распались бы, если бы они были образованы более чем несколько сотен тысячелетий тому назад. Недавнее обнаружение *прометия* в спектрах звезд должно было бы казаться еще более удивительным. У прометия период полураспада равен 18 годам и нет ни одного стабильного изотопа.

Таблица 40.6

$$\rightarrow {}^{209}_{83}\mathrm{Bi} + n \rightarrow {}^{210}_{83}\mathrm{Bi} + \gamma$$
$$^{210}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + e^- + \bar{\nu}$$
$$^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + \alpha$$
$$^{206}_{82}\mathrm{Pb} + n \rightarrow {}^{207}_{82}\mathrm{Pb} + \gamma$$
$$^{207}_{82}\mathrm{Pb} + n \rightarrow {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}$$
$$^{208}_{82}\mathrm{Pb} + n \rightarrow {}^{209}_{82}\mathrm{Pb} + \gamma$$
$$^{209}_{82}\mathrm{Pb} \rightarrow {}^{209}_{83}\mathrm{Bi} + e^- + \bar{\nu}$$

Примечание. Обратите внимание на то, каким образом в этой цепочке реакций происходит синтез ядер $^{4}_{2}\mathrm{He}$ из четырех нейтронов.

40.5. Сверхновые

Выше мы говорили уже о взрывах звезды, которые могут происходить с ней на стадии красного гиганта, если последний нестабилен. Наибольшая такая катастрофа с красным гигантом случается при образовании *сверхновой*; при этом происходит взрыв такой силы, что разрушается полностью и рассеивается в пространстве вся внешняя оболочка звезды и даже часть вещества ее центральной зоны. Средняя плотность звезды может во время взрыва уменьшиться более чем в восемь раз за какие-нибудь 15 мин. Взрыв происходит на самой конечной стадии ускоряющегося процесса гравитационного сжатия, т. е. коллапса внутренней центральной части звезды, когда ядерное горючее в ней настолько уже истощено, что ядерное горение в недрах звезды не может больше удерживать большую массу внешней оболочки звезды от действия сжимающих ее гравитационных сил. Вследствие внезапного разогрева в центре звезды к внешней оболочке и внешним слоям центральной части звезды поступает огромное количество энергии. Горение «ядерного горючего» во внешней оболочке звезды, начинающееся после этого внезапного нагревания, как раз и приводит к взрыву. Температура при этом достигает 10^9 К, а скорость истечения газов из звезды оказывается порядка 10^6 м/с.

При указанных условиях в результате взрыва плотность свободных нейтронов в центральной части звезды может достигнуть таких высоких значений, как 1000 кг/м^3. Многократные акты захвата нейтронов будут совершаться поэтому все чаще и чаще, но также все чаще будут происходить акты (γ, n)-реакции, так как имеются в наличии огромные потоки излучения. В результате устанавливается равновесие между прямыми и обратными (n, γ)- и (γ, n)-реакциями.

В таких жестких условиях могут быть синтезированы атомные ядра многих химических элементов, в частности ядра тех изотопов, богатых нейтронами, которые были «обойдены» в процессе нейтронных захватов и последующих β-распадов, а также ядра элементов тяжелее Bi-209, например ядра изотопов тория и урана. Ядра α-радиоактивных изотопов, которые были «обойдены» при реакциях непосредственного захвата нейтронов, тоже были образованы на этом этапе эволюции звезды так же, как и ядра трансурановых элементов, которые затем распались. Весь описываемый процесс остановился на ядре с $A = 275$. Ядро с такой большой массой настолько нестабильно относительно реакции деления, индуцированной нейтронами, что оно очень быстро расщепляется на ядра других более легких элементов. Таким образом, в этом процессе были образованы «прародительские» ядра наблюдаемых в настоящее время α-радиоактивных семейств изотопов химических элементов.

По мере того как образовавшаяся сверхновая расширяется и охлаждается, ее «световая кривая» совсем сходит на нет и превращается в кривую светимости, убывающую экспоненциально, с периодом полураспада 55 дней. Кривую эту можно сопоставить с кривой

спонтанного деления ядер элемента калифорния-254. Такие ядра были открыты в продуктах ядерного взрыва при ядерных испытаниях США на атолле Эвинеток. Считают, что именно с этим изотопом надо связывать «световую кривую» медленного распада сверхновой звезды.

40.6. Взрывы ядер галактик

Галактики, как правило, имеют центральные области, в которых звезд особенно много, —это так называемые *ядра галактик*. Мощные физические процессы, очевидно, все еще продолжаются в этих областях Вселенной. Время от времени эти области взрываются и из них извергаются колоссальные количества вещества. Такой взрыв произошел, например, с ядром галактики М82, он привел к извержению из ядра галактики массы, примерно равной 10 миллионам масс Солнца.

Вполне может оказаться что ядра всех или большинства галактик, включая и ядро нашей Галактики — Млечного Пути, время от времени взрываются. Атомные ядра химических элементов, образующиеся при таких взрывах, рассеиваются по межзвездному пространству в виде вещества, из которого впоследствии образуются новые звезды. Но как такие взрывы галактик влияют на распространенность химических элементов во Вселенной, все еще неясно, потому что неизвестно, как именно и по каким причинам происходят такие взрывы.

40.7. Выводы

Мы рассказали, как в первичном большом взрыве при рождении Вселенной образовался водород и как в результате ядерных реакций цепочки *p—p*-цикла водородного горения звезды главной последовательности нагрелись настолько сильно, что в их центральных частях был синтезирован гелий из имеющегося водорода. Звезды главной последовательности эволюционировали дальше и превратились в красные гиганты. В последних началось гелиевое горение и горение других более тяжелых элементов, при этом повысились температура и плотность внутри таких звезд. Выбрасывание газов из звезды во время крупных и более мелких взрывов снабжало межзвездную среду веществом, в котором было много ядер легких элементов. Из этого вещества впоследствии образовывались звезды последующих поколений. По мере старения красных гигантов в их центральных частях начали происходить новые процессы, которые привели к такому повышению температуры и плотности в центре красных гигантов, что оно закончилось катастрофическим взрывом, вроде взрывов сверхновых. В этих взрывах образовались ядра изотопов остальных химических элементов, и они потом рассеялись в межзвездном пространстве. Из межзвездного вещества, выброшенного при взрывах сверхновых, получились новые звезды, а также планеты, вроде нашей Земли.

В заключение этой главы уместно привести слова В. А. Фаулера из лекции, прочитанной им на заседании Американского философского общества в 1965 г.:

«Я хотел Вас убедить, что все химические элементы тяжелее гелия, а возможно и сам гелий, были синтезированы в звездах. Позвольте мне напомнить Вам, что наши собственные тела состоят главным образом из этих тяжелых элементов. Так что можно сказать, что Вы, Ваш сосед, я сам, каждый из нас и все мы по существу в буквальном смысле слова являемся звездной пылью».

ЗАДАЧИ

40.1. Изобразите примерную кривую относительной зависимости распространенности элементов от их массы.

40.2. Изобразите графически зависимость температуры первичного огненного шара от времени, начиная с момента «нуль» и до момента 10 с.

40.3. Почему по мере расходования ядерного топлива в центральной части звезды температура в ней становится все больше и больше?

40.4. Для реакций цикла водородного горения, приведенных в табл. 40.2, объясните, в каком смысле протоны можно рассматривать и как топливо, и как каталитические частицы.

40.5. Как вы понимаете тот факт, что, хотя температура в центре красного гиганта очень высока, его цвет красный по сравнению с цветом «нормальных» звезд?

40.6. Как случилось, что звезды главной последовательности содержат внутри себя и в своей атмосфере элементы тяжелее гелия?

40.7. Опишите эволюцию красного гиганта, который дожил до стадии сверхновой. Укажите, когда начались и окончились отдельные процессы синтеза атомных ядер в различные периоды эволюции этого старого красного гиганта.

40.8. Почему при слиянии ядер в равновесных реакциях могли образоваться ядра элементов только до элементов групп железа?

40.9. Почему процессы захвата ядрами нейтронов с последующими β-распадами ядер, происходящие в красных гигантах, называют «медленными»?

40.10. Почему обнаружение прометия в спектрах звезд вызывает у астрофизиков удивление?

Глава 41

ПРОИСХОЖДЕНИЕ ВСЕЛЕННОЙ

Джорж Гамов
(1904—1968)

Родился в Одессе (Россия). Получил степень доктора наук в Ленинградском университете в 1928 г. С 1934 г. работал в США. Его модель атомного ядра в виде жидкой капли привела в конечном счете к созданию современной теории ядерных реакций расщепления и слияния. Гамову принадлежит теория «большого взрыва» Вселенной. Он написал много научно-популярных книг, среди которых наиболее известны: «Один, два, три, ... , бесконечность», «Создание Вселенной», «Мр. Топкинсон узнает о фактах из повседневной жизни»; эти книги привлекли внимание большого числа людей к проблемам современной науки.

41.1. Возраст Вселенной

Став разумным, Человек задал себе вопрос: «А откуда взялся окружающий его мир, окружающая его Вселенная?» Размеры Вселенной считались разными в различные исторические эпохи, и ответ на этот вопрос часто покоился на мифе и был овеян мистикой. Но, однако, всегда, во все времена, свой ответ человек обосновывал наблюдениями окружающего мира — он смотрел вокруг себя и пытался понять, откуда же все это взялось. И мы, как ученые, так и не занимающиеся научной деятельностью, сегодня тоже задаем себе этот вопрос, как это делали люди предшествующих поколений. Но мы, формулируя свои представления о Вселенной, можем опереться на огромное количество современных знаний. Давайте же учтем все то, о чем было рассказано в этой книге, — все, чему мы научились, и попытаемся ответить на вопрос: «Что же представляет собой окружающая нас Вселенная и как она произошла?» Конечно, наш ответ будет неполным, а возможно, и неверным в ряде пунктов, но все же, используя наши сегодняшние знания, давайте обсудим вопрос о происхождении Вселенной и оставим наш ответ последующим поколениям.

В последней главе мы занимались происхождением химических элементов и при этом довольно подробно рассмотрели также и вопрос о происхождении самой Вселенной, ибо ведь соединениями химических элементов образовано все вещество вокруг нас. Но нам теперь надо рассмотреть Вселенную в целом и выяснить, как она эволюционировала со временем и как она выглядела в разные эпохи своего развития. Начнем с того, что обсудим, что же нам известно о возрасте Вселенной.

Возраст метеоритов. С обнаружением естественных радиоактивных элементов сразу возник вопрос о том, когда и где они были образованы на Земле. Ведь они имеют конечное время жизни и если бы образовались в одно и то же время, то уже распались бы или их осталось настолько мало, что их нельзя было бы детектировать, когда прошло время, большее нескольких периодов их полураспада. Заметим, что некоторые естественные радиоактивные элементы, например торий или уран, примерно так же распространены в природе, как и нерадиоактивные тяжелые элементы. Для наиболее распространенного изотопа U-238 период полураспада равен $4{,}5 \cdot 10^9$ лет. Его находят в сопровождении более редкого изотопа U-235, распространенность которого составляет 0,7 распространенности изотопа U-238. Для этого редкого изотопа U-235 период полураспада равен $0{,}7 \cdot 10^9$ лет, т. е. он распадается в 7 раз быстрее, чем изотоп U-238. Уран-238 распадается в конечном счете в изотоп Pb-206, в то время как из урана-235 получается свинец Pb-207, а из Th-232 образуется свинец Pb-208.

Если предположить, что эти изотопы урана образовались примерно в одно и то же время и в одинаковых количествах (что довольно разумно), то мы можем использовать приведенные данные для того,

чтобы найти, в течение какого времени происходил распад этих изотопов.

Полагают, что метеориты состоят из вещества солнечной системы, как и Земля, хотя вопрос об их происхождении окончательно еще не решен. Было обнаружено, что метеориты, богатые ураном, богаты также и свинцом. Измерение отношений в них количества U-235 к количеству U-238 и использование известных времен жизни этих изотопов урана позволило определить возраст метеоритов. Он колеблется от 4,5 до 5 млрд. лет.

Возраст Земли. Метод, основанный на изучении распространенности изотопов урана и свинца, можно с успехом применить для определения возраста скальных пород, составляющих земную кору. Под возрастом мы понимаем время, которое прошло с тех пор, когда порода и вся Земля были в расплавленном состоянии. По предложению Резерфорда изучают урановые и ториевые руды, а также другие породы, содержащие эти элементы. Когда порода находилась в расплавленном состоянии, свинец, образовывающийся в ней от радиоактивного распада урана и тория, еще можно было отделить от прародительских элементов. Но как только порода затвердела, все компоненты в ней заморозились и свинец обнаруживают в породе вместе с родительским торием и ураном, которые все время распадаются в этот свинец.

Величины отношений количества Pb-208 к количеству Th-232, количества Pb-207 к количеству U-235 и количества Pb-206 к количеству U-238 для самого старого минерала — моназайта (обнаруженного в Родезии) дают возраст $2{,}7 \cdot 10^9$ лет. Методика, основанная на определении отношений количеств изотопов урана и свинца в породах, описанная выше для метеоритов, дала возраст Земли $3{,}35 \cdot 10^9$ лет. Этот возраст прекрасно согласуется с возрастом метеоритов, если учесть, что часть элементов могла быть утеряна породой и рудой.

Возраст океанов можно определить с помощью метода, предложенного астрономом Эдмундом Галлеем (именем которого названа комета). В этом методе определяют соленость воды океана, имеющуюся в настоящее время (3%), и скорость, с которой соль выносится в океан реками. Исходя из этих данных, геологи возраст океанов считают примерно равным $3 \cdot 10^9$ лет, что согласуется с возрастом самых старых пород на Земле.

Возраст Луны. Оценку времени, прошедшего с тех пор, когда Луна составляла одно целое с Землей, произвел Джорж Дарвин, сын биолога Чарлза Дарвина. Известно, что Луна удаляется от Земли со скоростью 125 мм в год. Это связано с проявлением трения при океанических приливах, вызываемых Луной на Земле. При этом также постепенно увеличивается продолжительность дня и продолжительность лунного месяца. Учет этих факторов позволяет установить, что возраст Луны приблизительно равен $4 \cdot 10^9$ лет.

Возраст звезд. В гл. 40 мы уже говорили, что из первичного огненного шара были выброшены газы водород и гелий и что из этих газов

образовались первые звезды. Мы также говорили и о том, что возраст звезды можно определить по отношению масс водорода и гелия в ней, что звезда превращается в красный гигант, затем взрывается или другим способом выбрасывает из себя вещество в межзвездное пространство. Из выброшенных газов и пыли образуются новые звезды. Существуют ли способы, позволяющие определить возраст самых старых звезд в нашей Галактике — тех звезд, которые приближаются к эпохе их нестабильности?

На основании гипотетической модели звезды было сделано заключение, что яркость звезды увеличивается пропорционально кубу ее массы. Следовательно, звезда, которая в два раза горячее другой звезды, сжигает свое ядерное топливо в восемь раз быстрее. Деля этот множитель 8 на множитель 2 (от массы), мы получаем, что время жизни более легкой звезды должно быть в четыре раза больше времени жизни более тяжелой. Вычисляя массы звезд, принадлежащих нашей Галактике, и измеряя их яркость, получаем возраст самых старых звезд — $5 \cdot 10^9$ лет; это время логически согласуется с результатами по определению возраста Земли, Луны и метеоритов.

Возраст звездных скоплений. В настоящее время известно несколько сотен довольно тесных скоплений звезд, и все они в нашей Галактике движутся примерно с одной и той же скоростью в одном направлении. Предполагают, что все звезды в каждом таком скоплении были образованы в одно и то же время из общего газового или пылевого облака. Б. Дж. Бок вычислил, что среднее время распада такого скопления от действия сил гравитационного взаимодействия с остальной Галактикой составляет от 1 до 10 млрд. лет. Таким образом, возраст Галактики не может быть больше нескольких миллиардов лет.

Возраст нашей Галактики. Если звезды Млечного Пути уподобить молекулам газа, то получится, что некоторые звезды в Галактике могут иметь намного большую кинетическую энергию движения, чем другие звезды. Однако вследствие гравитационного взаимодействия распределение кинетических энергий звезд должно в конце концов достичь равновесия и скорость каждой звезды в Галактике будет обратно пропорциональна ее массе.

Астроном Ф. Гондолач, изучая распределение по скоростям звезд, близко расположенных к Солнцу, нашел, что такое равнораспределение энергии осуществляется на 98%. Основываясь на этом факте, этот астроном пришел к выводу, что возраст нашей Галактики составляет от 2 до 5 млрд. лет.

Таким образом, мы видим, что всякая попытка определить возраст солнечной системы и Галактики (Млечного Пути) приводит к заключению, что он оказывается порядка нескольких миллиардов лет. Ко всем этим заключениям следует относиться более серьезно, чем к простым совпадениям, ибо они позволяют построить модель Вселенной, которая начала развиваться с одного момента времени несколько миллиардов лет назад. Теперь можно спросить: а к каким заключениям мы придем, рассматривая Вселенную в целом?

41.2. Размеры Вселенной

При определении размеров и массы Вселенной мы должны опираться на ее теоретическую модель. Последнюю связывают с частными решениями (приближенными) системы уравнений, изучаемой в общей теории относительности. Так как имеется несколько теорий гравитации, из которых можно выбирать, то самой общепринятой стала первая из них — общая теория относительности А. Эйнштейна.

Уравнения Эйнштейна позволяют приписать внутреннюю геометрию пространству-времени и учесть влияние вещества на эту геометрию. Конечная цель общей теории относительности — описание всех физических явлений с помощью этой внутренней геометрии пространства-времени. Математически теория Эйнштейна основана на алгебре и анализе математических объектов, называемых тензорами, — образованиях, более общих, чем обычные вектора. Только речь теперь идет о тензорах в четырехмерном пространстве-времени. Среди этих четырех измерений три «пространственных» и одно «временно́е», так что коротко соответствующее четырехмерное пространство называют пространством-временем.

При обращении к общей теории относительности мы будем рассматривать нашу Вселенную на первый взгляд довольно в необычном виде — мы будем считать ее «идеальным газом», в котором отдельными «молекулами» являются галактики! Уподобление всего Млечного Пути одной молекуле некоторого гигантского газа может показаться неверным, но ведь галактик в нашей Вселенной имеется, вероятно, больше, чем крупинок песка на всех побережьях мира! Мы можем пойти еще дальше и рассматривать не сами галактики, а галактические скопления в качестве таких «молекул». Наша Вселенная тогда предстанет перед нами как непрерывный газ.

Как любой газ, этот «газ» можно описать средней плотностью ρ и средним внутренним давлением p, причем пусть обе эти величины будут функциями времени и не будут зависеть от места во Вселенной. Внутреннюю энергию газа можно составить из кинетической энергии (связанной с его массой) и потенциальной энергии (связанной с давлением). Последняя задается плотностью энергии, равной p/c^2.

Значения ρ и p/c^2 можно оценить, предполагая, что давление в «газе» обязано случайному движению молекул (как во всяком газе), т. е. локальным отклонениям от среднего состояния. Хорошо известно из кинетической теории газов, что давление и плотность газа связаны формулой

$$\frac{p}{\rho} = \frac{1}{3} v_{\text{ср}}^2, \tag{41.1}$$

где $v_{\text{ср}}$ — средняя квадратическая скорость молекул газа. Таким образом, для нашего газа, состоящего из «молекул», являющихся галактиками, мы получаем, что

$$\frac{p/c^2}{\rho} = \frac{1}{3} \frac{v^2}{c^2}. \tag{41.2}$$

Наблюдаемые случайные скорости галактик много меньше скорости света в вакууме c. Поэтому можно думать, что давление p будет вносить значительно меньший вклад во внутреннюю энергию, чем плотность ρ.

Нам нужно теперь обратиться к уравнениям Эйнштейна, чтобы продвинуться дальше, и для этого прежде всего надо взять ту или иную формулу для элемента длины. Формула для элемента длины задает частный вид геометрии в пространстве. Не углубляясь в алгебраические детали, мы скажем, что будем просто использовать ту формулу для элемента длины, которую используют астрономы при рассмотрении всей Вселенной в целом, а именно основную формулу так называемой «метрики Робертсона — Уолкера». Чтобы немного пояснить, в чем здесь дело, остановимся на простой аналогии. Легко видеть, что обычная сфера — это двумерная поверхность, погруженная в обычное трехмерное пространство. Под обычным пространством мы понимаем евклидово пространство, не искривленное внутренней кривизной. Метрика Робертсона — Уолкера описывает Вселенную как трехмерную «гиперсферу», погруженную в четырехмерное евклидово пространство. Радиус этой сферы равен:

$$\frac{1}{R_0^2} = \frac{k}{R^2(t)}, \tag{41.3}$$

где $R(t)$ — так называемый «радиус Вселенной», а R_0 характеризует одинаковую везде кривизну трехмерной сферы, k — некоторая постоянная. При $k = 0$ кривизна равна нулю и сама гиперсфера оказывается обычным евклидовым пространством. При $k = 1$ R_0 равно $R(t)$, а при $k = -1$ радиус R_0 становится чисто мнимым, он описывает гиперсферу мнимого радиуса, т. е. «псевдогиперсферу».

Мы взяли метрику Робертсона — Уолкера потому, что в ней происходит смещение длины волны света, испущенного удаленными объектами, т. е. обычное «красное смещение». В этой метрике значение красного смещения можно связать с расстоянием до объекта, и так мы приходим к теоретическому объяснению закона Хаббла, о котором мы будем говорить в следующем параграфе.

Геометрический образ трехмерной гиперсферы (представляющей Вселенную), погруженной в четырехмерное пространство-время, помогает нам легче осознать общую идею «искривленного пространства». Согласно этой геометрической картине вся Вселенная лежит на поверхности указанной гиперсферы. Дж. Гамов сравнивал эту картину Вселенной с большим баллоном, имеющим миллиарды точек на его поверхности, каждая из которых представляет галактику или отдельное скопление галактик. Баллон все время раздувают, и он постоянно увеличивает свои размеры, и расстояния между точками постоянно возрастают. У такой Вселенной нет «краев», хотя она и «замкнута», так как в ней луч света, испущенный из какой-либо точки, пропутешествует по поверхности сферы и вернется снова в эту же точку. Это событие может произойти только в том случае, если скорость расширения Вселенной достаточно мала по сравнению со скоростью распространения луча света.

Элемент поверхности трехмерной сферы пропорционален R^2, где R — ее радиус. Аналогично элемент поверхности четырехмерной сферы пропорционален R^3. Выписывая уравнения Эйнштейна для указанной метрики, придем к уравнению

$$\frac{d}{dt}(\rho R^3) + \frac{p}{c^2}\frac{dR^3}{dt} = 0. \qquad (41.4)$$

Таким образом, если $V(t)$ — объем, ограниченный некоторой поверхностью, то $M = \rho V$ — масса содержимого внутри этого объема. Поэтому уравнение (41.4) принимает следующий вид:

$$dM + \frac{1}{c^2}pdV = 0. \qquad (41.5)$$

Mc^2 — энергия, содержащаяся внутри рассматриваемого элемента объема, а pdV — работа против сил внешнего давления, следовательно, при космическом расширении баланс энергии соблюдается.

Пусть уравнение состояния идеального газа имеет вид:

$$p = p(\rho), \qquad (41.6)$$

тогда из уравнения (41.4) можно вывести зависимость R от ρ. Запишем уравнение (41.4) немного в другом виде:

$$\frac{dR}{R} + \frac{1}{3}\left[\frac{d\rho}{\rho + \frac{p(\rho)}{c^2}}\right] = 0. \qquad (41.7)$$

В результате простого интегрирования отсюда находим соотношение между R и ρ. В случае, когда давление настолько мало, что его в знаменателе (41.7) можно положить равным нулю, мы получаем:

$$R^3\rho = \mathrm{const}. \qquad (41.8)$$

Для идеального газа $p = \alpha\rho$, где α — постоянная, поэтому

$$R^{3(1+\frac{\alpha}{c^2})}\rho = \mathrm{const}. \qquad (41.9)$$

В частности, если давление полностью определяется излучением, то

$$p = \frac{c^2}{3}\rho \qquad (41.10)$$

и поэтому $R^4\rho = \mathrm{const}$.

Возвращаясь к уравнению (41.3), видим, что его можно применять к различным моделям Вселенной, если выбирать различные значения постоянной k и различные функции от времени $R(t)$. Но, оказывается, значения постоянной k могут быть равны только 0 и ± 1. При $k = +1$ из уравнений Эйнштейна мы получаем *сферическую* Вселенную радиусом

$$R = c\left(\frac{3}{8\pi G\rho}\right)^{1/2}, \qquad (41.11)$$

где G — гравитационная постоянная.

Астрономические наблюдения приводят к средней плотности вещества во Вселенной от 10^{-24} до 10^{-27} кг/м^3, что дает радиус Вселенной порядка 10^9—10^{11} св. лет.

Полная масса Вселенной равна:

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho. \quad (41.12)$$

Полная масса Вселенной сохраняется неизменной при ее космической эволюции.

41.3. Расширяющаяся Вселенная

Уравнения Эйнштейна имеют несколько простых решений, получаемых при задании определенного вида функции $R(t)$. В одном из них радиус $R(t)$ описывается циклоидальной кривой, причем $R = 0$ при $t = 0$. Затем R увеличивается, проходит через максимум и опять уменьшается до нуля. Недостаток этой модели в том, что для нее требуется, чтобы вещество было более конденсировано, чем это допускается по модели однородно заполненного веществом шара. Слагаемое с давлением в этом случае будет очень большим и все пересилит. Поэтому такая модель довольно нефизична.

Если положить $k = 0$, то получится нестатическая взрывная модель Вселенной, предложенная Фридманом. Радиус Вселенной в ней равен:

$$R = At^{2/3}, \quad (41.13)$$

где A — некоторая постоянная. Модель Фридмана описывает постоянно расширяющуюся Вселенную, причем это расширение началось в некоторый начальный момент $t = 0$. Пусть T — время, прошедшее от этого начального момента $t = 0$ до настоящего времени. Оно дается формулой

$$8\pi G\rho = \frac{3}{T^2}. \quad (41.14)$$

Уравнение (41.13) показывает, что $R(t)$ изменяется монотонно от $t = 0$ до фиксированного момента времени. Расширение Вселенной объясняет красное смещение линий в спектрах звезд, которое увеличивается с ростом расстояния от нас до каждой заданной точки Вселенной. Значение наблюдаемого красного смещения можно использовать для расчета скорости удаления точки от данной точки в функции от расстояния. Это соотношение «скорость — расстояние» называют законом Хаббла. Основываясь на данных локальных (лабораторно измеренных) значениях длин волн спектральных линий и значениях их красного смещения $\Delta\lambda$, Э. Хаббл в 1936 г. обнаружил, что они связаны соотношением

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{L}{cT}, \quad (41.15)$$

где L — астрономическое расстояние до звезды, T — так называемая постоянная Хаббла.

Расстояние L для звезд нашей Галактики и соседних галактик измеряют с помощью параллаксов (видимого смещения положения

звезды на небе вследствие того, что мы ее наблюдаем из различных точек земной орбиты в разные времена года) и периодических колебаний светимости некоторых звезд, называемых цефеидами. Такие звезды обладают абсолютной светимостью, которая периодически изменяется со временем, при этом было показано, что период колебаний светимости прямо пропорционален абсолютной величине светимости. Цефеиды в далеких галактиках, таким образом, позволяют измерять расстояния до них, если предположить, что их видимая яркость обратно пропорциональна L^2.

Значение постоянной Хаббла, найденное астрономами, равно:

$$T = (4{,}1 \pm 2)10^{17} \text{ с}, \qquad (41.16)$$

т. е. $T \approx 1{,}3 \cdot 10^{10}$ лет.

В соответствии с формулой (41.14) это есть как раз то время, которое прошло с начала $t = 0$, или возраст Вселенной, отсчитанный с момента начального взрыва.

По формуле (41.14) мы можем в таком случае рассчитать плотность Вселенной в настоящее время; плотность получается равной

$$\rho = (1{,}1 \pm 0{,}5)10^{-26} \text{ кг/м}^3, \qquad (41.17)$$

что согласуется с приведенным выше значением.

Мы не только можем сказать, что радиус Вселенной монотонно увеличивается со временем, но должны также сделать заключение, что на ранних стадиях расширения Вселенной ее радиус увеличивался со скоростью, большей скорости света. Это следует из общей теории относительности, и этот факт нельзя понять с позиций специальной теории относительности, которую здесь применять нельзя.

Значение $1{,}3 \cdot 10^{10}$ лет для возраста Вселенной согласуется с возрастом других объектов в ней, о которых мы говорили выше. Все эти объекты развились уже после образования Вселенной, и поэтому их возраст меньше.

Итак, мы должны представлять себе Вселенную в виде «газовой» системы постоянно разбегающихся галактик. Среднее расстояние между галактиками увеличивается таким образом, что самые далекие галактики должны двигаться быстрее относительно данной точки во Вселенной, чем близлежащие от нее галактики. Мы, таким образом, достаточно хорошо знаем возраст Вселенной и полную ее массу. Мы теперь можем описать картину развития Вселенной от времени $t = 0$, которая подтверждается всеми известными нам фактами.

41.4. Рождение Вселенной

Для того чтобы построить логически правильную модель Вселенной, необходимо иметь физический вакуум, из которого мог бы возникнуть и в котором мог бы развиваться огненный шар. Таким образом, предварительное требование к нашей «взрывной модели» Вселенной — наличие особого состояния трехмерного пространства, называемого *физическим вакуумом.* Как мы уже говорили в начале

этой книги, такой вакуум, не содержащий никакого вещества и излучения, все же содержит частицы нашей природы в их особых *виртуальных* состояниях. Плотность вакуума должна быть необычайно велика, если иметь в виду все эти виртуальные состояния. Кроме того, этот вакуум должен подчиняться всем законам природы. Потенциально в этом вакууме мы уже имеем все необходимые симметрии и квантовые числа, нужные для описания элементарных частиц, атомных ядер, атомов и молекул.

Для того чтобы вместить этот вакуум, необходимо иметь трехмерное пространство. Внутренняя геометрия этого пространства должна быть такой, чтобы она уже включала в себя все симметрии и законы природы еще до того, как они вступят в игру, оказывая влияние на реальные частицы вещества и реальное излучение.

Таким образом, как видим, начальные условия, необходимые для рождения Вселенной, были следующими. Она первоначально должна была представлять собой физическое вакуумное состояние в трехмерном пространстве.

Самое начало. Выше мы говорили о взрывной модели расширяющейся Вселенной. В момент $t = 0$ полная ее масса, энергия и давление были сосредоточены в точечной сингулярности, и потом эта сингулярность стала распространяться из этой точки со скоростью света. Температура огненного шара, которым была вначале Вселенная, была, конечно, крайне велика, если по истечении всего 0,1 с она была еще порядка 10^{14} К. Простейшее предположение о начальном составе огненного шара — весь он состоял только из излучения.

Образование вещества и антивещества. В первые мгновения в распространяющемся во все стороны излучении происходило очень много столкновений фотонов друг с другом, которые приводили к образованию частиц вещества, например электронов, мезонов и нуклонов. После того как появились эти первые частицы, в последующих столкновениях фотонов с ними очень быстро стали образовываться и многие другие частицы. Но при всех условиях частицы вещества появлялись парами: «частица — античастица», так что одновременно возникало и вещество, и антивещество. Наконец, между продолжавшим расширяться полем излучения и веществом, которое в нем образовалось, наступило равновесие. Аннигиляция частиц и античастиц уничтожала вещество и превращала его в излучение, а в столкновениях с фотонами оно вновь образовывалось. При последующих реакциях между элементарными частицами возникли также и ядра всевозможных химических элементов, но расширение было настолько быстрым, а температура настолько высокой, что фактически в этот период образовались только водород и гелий, как мы об этом уже рассказывали выше.

Характерной особенностью огненного шара на ранних стадиях его развития было то, что он имел бесконечную теплоемкость. Таким образом, если бы каким-то образом можно было снабдить первый огненный шар добавочным излучением, пытаясь при этом повысить его температуру, то получилось бы просто больше частиц вещества

в шаре, а его температура осталась бы прежней. Но в системе с бесконечной теплоемкостью должны быть очень сильные флуктуации плотности. Так что по мере расширения огненный шар подвергался большим флуктуациям плотности, которые вначале были мимолетные и появлялись и исчезали очень быстро. Однако, по мере того как шар расширялся, некоторые флуктуации «замораживались», т. е. области высокой плотности жили дольше и перемежались с областями с низкой плотностью. Так в шаре возникли первые неоднородности, которые надо, по-видимому, считать самыми ранними скоплениями галактик (появившимися, разумеется, задолго до образования самих галактик и звезд). Излучение к этому времени охладилось до такой степени, что перестало быть источником частично-античастичных пар.

Образование протогалактик. Теперь на этой стадии развития Вселенной мы имеем следующую картину. Огненный шар расширился и охладился и представлял собой облако из областей плотного вещества, перемежающихся областями, в которых практически не было вещества. Все эти области представляли, разумеется, равную смесь вещества и антивещества. Но процессы аннигиляции продолжались еще долго после того, как прекратилось образование пар «частица — античастица». Так как в этот период не происходило никаких других процессов, то мы должны считать, что в процессе аннигиляции израсходовалось все имевшееся вещество и опять Вселенная стала состоять только из электромагнитного излучения и нейтрино.

Конденсированные области, однако, обладали своими собственными гравитационными полями. X. Альфвен предположил, что такие гравитационные поля «вытягивали» более тяжелые компоненты первичной плазмы — нуклоны и способствовали отделению их от более легких компонент — электронов. Альфвен называет плазму, состоящую из излучения, вещества и антивещества, амбиплазмой. Фактически в амбиплазме была смесь двух газов: одного, состоящего из электронов и позитронов, и другого, в 1840 раз более тяжелого, состоящего из протонов и антипротонов. Итак, эти два газа начали разделяться в гравитационном поле.

Магнитные поля, созданные на ранних стадиях расширения и захваченные амбиплазмой, теперь стали двигаться с плазмой и образовывать электрические поля. Эти электрические поля, направленные по направлению движения тяжелой плазмы, стали разделять положительные электроны от отрицательных и протоны от антипротонов. Возникшие токи были такими, что позволили сконцентрировать антивещество в виде слоя в центре гравитирующей «колонки» амбиплазмы, оставив вещество по бокам ее (противоположные токи концентрировали вещество в центре, а антивещество по бокам). Таким образом, теперь мы получили области, в которых вещество преобладало над антивеществом, а в других областях — наоборот.

Аннигиляция все еще продолжалась, пока каждая область не стала состоять либо из вещества, либо из антивещества. Такие области оказались, конечно, разделенными пространством, в котором

аннигиляция полностью уничтожила вещество, так что межгалактическое пространство оказалось по существу пустым в отношении наличия вещества. Это, как мы знаем, так и есть на самом деле. А расширение Вселенной все продолжалось.

Звезды и планеты. С разделением областей вещества и антивещества создались условия для гравитационного сжатия рассматриваемых облаков и для последующей их конденсации и образования из них звезд галактик (см. гл. 40). Образование звезд сопровождалось рождением ядер химических элементов. При взрывах звезды выбрасывали в межзвездное пространство газы более тяжелых элементов и пыль, при этом создавались условия для образования колец планет из пыли и газа вокруг звезд, подобных нашему Солнцу. Последующее объединение этих областей и их смещение под действием гравитационных сил привели к образованию планет. Так согласно общепринятой теоретической модели родилась наша Вселенная.

ВОПРОСЫ

41.1. Составьте таблицу возрастов различных компонент Вселенной так, чтобы возрасты можно было сравнивать друг с другом.

41.2. В каком смысле Вселенную можно считать идеальным газом?

41.3. Получите уравнение (41.7) из (41.4).

41.4. Выведите формулы (41.8), (41.9) и (41.10).

41.5. Скольким метрам равен 1 св. год?

41.6. По формуле (41.12) вычислите полную массу Вселенной.

ТАБЛИЦА ИЗОТОПОВ[1]

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
0	*n*	1	1,008665	β^-; 13 мин
1	H	1	1,007825	99,985
	D	2	2,014102	0,015
	T	3	3,016049	β^-; 12,2 года
2	He	3	3,016030	0,00013
		4	4,002603	99,9999
		5	5,012296	α, n; $2 \cdot 10^{-21}$ с
		6	6,018900	β^-; 0,81 с
3	Li	5	5,012541	p, α; $\approx 10^{-21}$ с
		6	6,015126	7,42
		7	7,016005	92,58
		8	8,022488	β^-; 0,86 с
		9	9,027300	β^-; 0,17 с
4	Be	6	6,019780	β^+; 0,4 с
		7	7,016931	EC; 53,6 дня
		8	8,005308	2α; $\approx 3 \cdot 10^{-16}$ лет
		9	9,012186	100
		10	10,013535	β^-; $2,7 \cdot 10^{-6}$ лет
		11	11,021660	β^-; 13,7 с
5	B	8	8,024612	β^+; 0,78 с
		9	9,013335	$2\alpha + p$; $\approx 3 \cdot 10^{-19}$ с
		10	10,012939	19,6
		11	11,009305	80,4
		12	12,014353	β^-; 0,019 с
		13	13,017779	β^-; 0,035 с
6	C	10	10,016830	β^+; 19,0 с
		11	11,011433	β^+; 20,5 с
		12	12,000000	98,89
		13	13,003354	1,11
		14	14,003241	β^-; 5770 лет
		15	15,010600	β^-; 2,25 с
7	N	12	12,018709	β^+; 0,011 с
		13	13,005739	β^+; 10,0 мин
		14	14,003242	99,63
		15	15,000108	0,37
		16	16,006089	β^-; 7,35 с
		17	17,008449	β^-; 4,14 с
8	O	14	14,008597	β^+; 73 с
		15	15,003072	β^+; 2,03 с
		16	15,994915	99,759
		17	16,999134	0,037

[1] В таблице используются следующие обозначения для типов распадов: β^- — бета-распад, β^+ — распад с испусканием позитрона, α — альфа-распад, EC — захват электрона с атомной орбиты.

Продолжение

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		18	17,999160	0,204
		19	19,003577	β^-; 29,4 с
		20	20,004071	β^-; 14 с
9	F	16	16,011707	β^+; ≈ 10^{-19} с
		17	17,002098	β^+; 66 с
		18	18,000950	β^+; 1,87 ч
		19	18,998405	100
		20	19,999985	β^-; 11 с
		21	20,999972	β^-; 5 с
10	Ne	18	18,005715	β^+; 1,46 с
		19	19,001892	β^+; 18 с
		20	19,992442	90,92
		21	20,993849	0,257
		22	21,991385	8,82
		23	22,994475	β^-; 38 с
		24	23,993597	β^-; 3,38 мин
11	Na	20	20,008890	β^+; 0,4 с
		21	20,997638	β^+; 23 с
		22	21,994435	β^+; 2,58 года
		23	22,989773	100
		24	23,990967	β^-; 15,0 ч
		25	24,989920	β^-; 60 с
12	Mg	23	22,994135	β^+; 12 с
		24	23,985045	78,70
		25	24,985840	10,13
		26	25,982591	11,17
		27	26,984346	β^-; 9,5 мин
		28	27,983880	β^-; 21,3 ч
13	Al	24	24,000090	β^+; 2,1 с
		25	24,990414	β^+; 7,2 с
		26	25,986900	β^+; $7,4 \cdot 10^5$ года
		27	26,981535	100
		28	27,981908	β^-; 2,30 ч
		29	28,904420	β^-; 6,6 мин
14	Si	26	25,992320	β^+; 2 с
		27	26,986701	β^+; 42 с
		28	27,976927	92,21
		29	28,976491	4,70
		30	29,973761	3,09
		31	30,975349	β^-; 2,62 ч
		32	31,974020	β^-; ≈ 700 лет
15	P	28	27,991740	β^+; 0,28 с
		29	28,981816	β^+; 4,4 с
		30	29,978320	β^+; 2,6 мин
		31	30,973763	100
		32	31,973908	β^-; 14,3 дня
		33	32,971728	β^-; 25 дней
		34	33,973340	β^-; 12,4 дня
16	S	31	30,979599	β^+; 2,6 с
		32	31,972074	95,0

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		33	32,971461	0,76
		34	33,967865	4,22
		35	34,969034	β^-; 86,7 дня
		36	35,967091	0,014
		37	36,971040	β^-; 5,1 мин
		38	37,971220	β^-; 2,87 ч
17	Cl	32	31,986030	β^+; 0,31 с
		33	32,977446	β^+; 2,5 с
		34	33,973764	β^+; 1,5 с
		35	34,968855	75,53
		36	35,968312	β^-; $3 \cdot 10^5$ лет
		37	36,965896	24,47
		38	37,968002	β^-; 37,3 мин
		39	38,968010	β^-; 55,5 мин
		40	39,970400	β^-; 1,4 мин
18	Ar	35	34,975275	β^+; 1,83 с
		36	35,967548	0,337
		37	36,966772	EC; 34,3 дня
		38	37,962725	0,063
		39	38,964321	β^-; 260 лет
		40	39,962384	99,60
		41	40,964508	β^-; 1,83 ч
		42	41,963043	β^-; > 3,5 года
19	K	38	37,969090	β^+; 7,7 мин
		39	38,963714	93,10
		40	39,964008	0,0118
		41	40,961835	6,88
		42	41,962417	β^-; 12,4 ч
		43	42,960731	β^-; 22,4 ч
		44	43,962040	β^-; 22 мин
20	Ca	39	38,970706	β^+; 0,9 с
		40	39,962589	96,97
		41	40,962279	EC; $1,1 \cdot 10^5$ лет
		42	41,958628	0,64
		43	42,958780	0,145
		44	43,955490	2,06
		45	44,956189	β^-; 165 дней
		46	45,953689	0,0033
		47	46,954512	β^-; 4,7 дня
		48	47,952363	0,18
		49	48,955662	β^-; 8,7 мин
21	Sc	43	42,961163	β^+; 3,9 ч
		44	43,959406	β^+; 4,0 ч
		45	44,955919	100
		46	45,955173	β^-; 84,0 дня
		47	46,952402	β^-; 3,4 дня
		48	47,952231	β^-; 44 ч
		49	48,950025	β^-; 57,5 мин
		50	49,951600	β^-; 1,8 мин
22	Ti	44	43,959573	EC; $\approx 10^3$ лет
		45	44,958129	β^-; 3,08 ч

Продолжение

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		46	45,952633	7,93
		47	46,951758	7,28
		48	47,947948	73,94
		49	48,947867	5,51
		50	49,944790	5,34
23	V	46	45,960226	β^+; 0,4 с
		47	46,954884	β^+; 32 мин
		48	47,952260	β^+; 1,61 дня
		49	48,948523	EC; 330 дней
		50	49,947165	0,24
		51	50,943978	99,76
		52	51,944802	β^-; 3,77 мин
		53	52,943370	β^-; 2,0 мин
24	Cr	48	47,956930	EC; 23 ч
		49	48,951271	β^+; 42 мин
		50	49,946051	4,31
		51	50,944786	EC; 27,8 дня
		52	51,940514	83,76
		53	52,940651	9,55
		54	53,938879	2,38
		55	54,941080	β^-; 3,5 мин
25	Mn	50	49,953990	β^+; 0,29 с
		51	50,948200	β^+; 45 мин
		52	51,945563	EC; 5,6 дня
		53	52,941293	EC; 10^6 лет
		54	53,940360	EC; 291 день
		55	54,938054	100
		56	55,938914	β^-; 2,58 ч
26	Fe	53	52,945578	β^+; 9 мин
		54	53,939621	5,82
		55	54,938302	EC; 2,7 года
		56	55,934932	91,66
		57	56,935394	2,19
		58	57,933272	0,33
		59	58,934867	β^-; 45 дней
27	Co	56	55,939870	EC; 77,3 года
		57	56,936292	EC; 270 дней
		58	57,935754	EC; 71 день
		59	58,933190	100
		60	59,933806	β^-; 5,27 года
		61	60,932434	β^-; 9,90 мин
		62	61,933949	β^-; 1,9 мин
28	Ni	57	56,939765	EC; 35 ч
		58	57,935342	67,88
		59	58,934344	EC; $8 \cdot 10^4$ лет
		60	59,930783	26,23
		61	60,931049	1,19
		62	61,928345	3,66
		63	62,929666	β^-; 92 года
		64	63,927959	1,08
		65	64,930041	β^-; 2,56 ч

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
29	Cu	58	57,944468	β^+; 3,3 с
		59	58,939456	β^+; 81 с
		60	59,937382	β^+; 2,4 мин
		61	60,933444	β^+; 3,3 ч
		62	61,932564	β^+; 9,73 мин
		63	62,929595	69,09
		64	63,929761	EC; 12,8 ч
		65	64,927786	30,91
		66	65,928874	β^-; 5,1 мин
30	Zn	61	60,939240	β^+; 89 с
		62	61,934379	EC; 9,3 ч
		63	62,933208	EC; 38,3 мин
		64	63,929145	48,89
		65	64,929234	EC; 245 дней
		66	65,926048	27,81
		67	66,927149	4,11
		68	67,924865	18,57
		69	68,926653	β^-; 55 мин
		70	69,925348	0,62
31	Ga	64	63,936738	β^+; 2,6 мин
		65	64,932733	β^+; 15 мин
		66	65,931599	β^+; 9,5 мин
		67	66,928221	EC; 78 ч
		68	67,927997	β^+; 68 мин
		69	68,925682	60,4
		70	69,926048	β^-; 21 мин
		71	70,924840	39,6
		72	71,926030	β^-; 14,1 ч
		73	72,925020	β^-; 4,8 ч
		74	73,927220	β^-; 7,8 ч
32	Ge	67	66,932940	β^+; 19 мин
		68	67,928700	EC; 280 дней
		69	68,928983	EC; 40 ч
		70	69,924377	20,52
		71	70,925090	EC; 11 дней
		72	71,922082	27,43
		73	72,923360	7,76
		74	73,921150	36,54
		75	74,922840	β^-; 82 мин
		76	75,921360	7,67
33	As	70	69,931300	β^+; 50 мин
		71	70,927250	EC; 62 ч
		72	71,926430	β^+; 26 ч
		73	72,923760	EC; 76 дней
		74	73,923910	EC; 18 дней
		75	74,921580	100
		76	75,922417	β^-; 26,5 ч
		77	76,920668	β^-; 39 ч
		78	77,921750	β^-; 91 мин
		79	78,920990	β^-; 9 мин
		80	79,922950	β^-; 15 мин

Продолжение

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
34	Se	71	70,931970	β^+; 45 мин
		73	72,926710	β^+; 7,1 ч
		74	73,922450	0,87
		75	74,922510	EC; 120 дней
		76	75,919229	9,02
		77	76,919934	7,58
		78	77,917348	23,52
		79	78,918521	β^-; $7 \cdot 10^4$ лет
		80	79,916512	49,82
		81	80,917984	β^-; 18 мин
35	Br	76	75,924200	β^+; 16,5 ч
		77	76,921399	EC; 58 ч
		78	77,921070	β^+; 6,5 мин
		79	78,918348	50,54
		80	79,918541	EC; 18 мин
		81	80,916344	49,46
		82	81,916802	β^-; 35,7 ч
		83	82,915205	β^-; 24 ч
		84	83,916595	β^-; 32 мин
36	Kr	77	76,924490	β^+; 1,2 ч
		78	77,920368	0,35
		79	78,920089	EC; 34,5 ч
		80	79,916383	2,27
		81	80,916610	EC; $2 \cdot 10^5$ лет
		82	81,913483	11,56
		83	82,914131	11,55
		84	83,911504	56,90
		85	84,912430	β^-; 10,4 года
		86	85,910617	17,37
		87	86,913370	β^-; 78 мин
37	Rb	81	80,919010	EC; 4,7 ч
		82	81,917959	β^+; 75 с
		84	83,914352	EC; 33 дня
		85	84,911710	72,15
		86	85,911160	β^-; 18,77 дня
		87	86,909180	27,85
		88	87,911190	β^-; 18 мин
		89	88,911220	β^-; 15 мин
38	Sr	84	83,913376	0,56
		85	84,912900	EC; 64 дня
		86	85,909260	9,86
		87	86,908890	7,02
		88	87,905610	82,56
		89	88,907010	β^{-1}; 50,4 дня
		90	89,907330	β^{-1}; 28 лет
		91	90,909780	β^{-1}; 9,7 ч
		92	91,910520	β^{-1}; 2,7 ч
39	Y	85	84,916120	β^+; 5 ч
		86	85,914840	β^+; 14,6 ч
		87	86,910700	EC; 800 ч
		88	87,909500	EC; 108 дней

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		89	88,905430	100
		90	89,906740	β^-; 64,2 ч
		91	90,906910	β^-; 57,5 дня
		92	91,904590	β^-; 3,60 ч
		93	92,909190	β^-; 10,4 ч
		94	93,911510	β^-; 20 мин
40	Zn	87	86,914470	β^+; 1,6 ч
		89	88,908480	EC; 79 ч
		90	89,904320	51,46
		91	90,905250	11,23
		92	91,904590	17,11
		93	92,906080	β^-; $9,5 \cdot 10^5$ лет
		94	93,906140	17,40
		95	94,907920	β^-; 65 дней
		96	95,908200	2,8
41	Nb	89	88,912650	β^+; 1,9 ч
		90	89,910890	β^+; 14,6 ч
		91	90,906960	EC; большой
		92	91,906820	EC; 10,1 дня
		93	92,906020	100
		94	93,906960	β^-; $2,0 \cdot 10^4$ лет
		95	94,906720	β^-; 35 дней
		96	95,907910	β^-; 23,35 ч
		97	96,907820	β^-; 72 мин
42	Mo	90	89,913610	β^+; 5,7 ч
		91	90,911730	β^+; 15,6 мин
		92	91,906290	15,84
		93	92,906530	EC; $\sim 10^4$ лет
		94	93,904740	9,04
		95	94,905720	15,72
		96	95,904550	16,33
		97	96,905750	9,46
		98	97,905510	23,78
		99	98,907870	β^-; 66 ч
		100	99,907570	9,13
43	Tc	92	91,913200	β^+; 4,3 мин
		93	92,909930	EC; 2,7 ч
		94	93,909380	β^-; 52 мин
		95	94,907500	EC; 20 ч
		96	95,907750	EC; 4,3 дня
44	Ru	95	94,909860	EC; 99 мин
		96	95,907600	5,51
		98	97,905500	1,87
		99	98,906080	12,72
		100	99,903020	12,62
		101	100,904120	17,07
		102	101,903720	31,61
		103	102,905610	β^-; 40 дней
		104	103,905530	18,58
		105	104,907290	β^-; 4,45 ч
		106	105,907030	β^-; 1,0 года

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
45	Rh	98	97,910000	β^+; 8,7 мин
		99	98,908330	EC; 16 дней
		100	99,906930	EC; 21 ч
		102	101,906150	EC; 206 дней
		103	102,904800	100
		104	103,906180	β^-; 42 с
		105	104,905250	β^-; 36 ч
		106	105,906990	β^-; 30 с
		107	106,906620	β^-; 21,7 мин
46	Pd	99	98,912400	β^+; 22 мин
		102	101,904940	0,96
		103	102,905410	EC; 17 дней
		104	103,903560	10,97
		105	104,904640	22,23
		106	105,903200	27,33
		107	106,905010	β^-; $7 \cdot 10^6$ лет
		108	107,903920	26,71
		109	108,905900	β^-; 13,6 ч
		110	109,904500	11,81
		111	110,907640	β^-; 22 мин
		112	111,907490	β^-; 21,0 ч
47	Ar	103	102,907770	β^+; 1,0 ч
		104	103,908150	EC; 69 мин
		105	104,908150	EC; 40 дней
		106	105,906390	β^+; 24 мин
		107	106,904970	51,82
		108	107,905890	β^-; 2,4 мин
		109	108,904700	48,18
		110	109,906050	β^-; 24 с
		111	110,905280	β^-; 7,5 дня
		112	111,907170	β^-; 3,2 ч
		113	112,906760	β^-; 5,3 ч
		114	113,908500	β^-; 5 с
48	Cd	106	105,905950	1,22
		107	106,906520	EC; 6,7 ч
		108	107,904000	0,88
		109	108,904870	EC; 470 дней
		110	109,902970	12,39
		111	110,904510	12,75
		112	111,902840	24,07
		113	112,904610	12,26
		114	113,903570	28,86
		115	114,905620	β^-; 2,3 дня
		116	115,905010	7,58
		117	116,907360	β^-; 2,8 ч
49	In	108	107,909470	β^+; 40 мин
		109	108,907040	EC; 4,3 ч
		110	109,907220	β^+; 66 мин
		111	110,905480	EC; 2,81 дня
		112	111,905640	β^-; 14 мин
		113	112,904280	4,28

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		114	113,905090	EC; 72 с
		115	114,904070	95,72
		116	115,905640	β^-; 14 с
		117	116,904640	β^-; 45 мин
		118	117,906300	β^-; 5,1 с
		119	118,905930	β^-; 2,0 мин
50	Sn	111	110,908180	EC; 35 мин
		112	111,904940	0,96
		113	112,905010	EC; 118 дней
		114	113,905960	0,66
		115	114,903530	0,35
		116	115,902110	14,30
		117	116,903060	7,61
		118	117,901790	24,03
		119	118,903390	8,58
		120	119,902130	32,85
		121	120,904170	β^-; ≈25 ч
		122	121,903410	4,92
		123	122,905670	β^-; 40 мин
		124	123,905240	5,94
		125	124,907750	β^-; 9,4 дня
51	Sb	114	113,909700	β^+; 3,4 мин
		115	114,906780	EC; 31 мин
		116	115,906990	β^+; 15 мин
		117	116,905010	EC; 2,8 ч
		118	117,905970	EC; 5.1 ч
		119	118,904010	EC; 38 ч
		120	119,905060	β^+; 16,4 мин
		121	120,903750	57,25
		122	121,905120	β^-; 2,8 дня
		123	122,904150	42,75
		124	123,905890	β^-; 60,9 дня
		125	124,905230	β^-; 2,0 года
		127	126,906810	β^-; 12 дней
52	Te	116	115,908670	EC; 2,5 ч
		117	116,908750	EC; 61 мин
		119	118,906470	EC; 16 ч
		120	119,904510	0,89
		122	121,903000	2,46
		123	122,904180	0,87
		124	123,902760	4,61
		125	124,904420	6,99
		126	125,903242	18,71
		127	126,905092	β^-; 9,3 ч
		128	127,904710	31,79
		129	128,906576	β^-; 67,3 мин
		130	129,906700	34,48
		131	130,908576	β^-; 25 мин
		132	131,908537	β^-; 78 ч
53	I	120	119,909880	β^+; 1,4 ч
		122	121,907450	β^+; 3,5 мин

Продолжение

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		124	123,906180	EC; 4,2 дня
		125	124,904580	EC; 60,0 дня
		126	125,905512	EC; 13,2 дня
		127	126,904352	100
		128	127,905818	β^-; 25,0 мин
		129	128,904987	β^-; $1{,}72 \cdot 10^7$ лет
		130	129,906685	β^-; 12,5 ч
		131	130,906128	β^-; 8,05 дня
		132	131,907995	β^-; 2,3 ч
		133	132,907460	β^-; 21 ч
		134	133,909840	β^-; 53 мин
		136	135,914740	β^-; 86 с
54	Xe	124	123,906120	0,0961
		126	125,904169	0,090
		127	126,905100	EC; 36,4 дня
		128	127,903538	1,92
		129	128,904784	26,44
		130	129,903510	4,08
		131	130,905087	21,18
		132	131,904162	26,89
		133	132,905550	β^-; 5,27 дня
		134	133,905398	10,44
		135	134,907040	β^-; 9,13 ч
		136	135,907221	8,87
55	Cs	126	125,909320	EC; 1,6 мин
		127	126,907340	EC; 6,2 ч
		128	127,907732	β^+; 3,8 мин
		130	129,906721	EC; 30 мин
		131	130,905468	EC; 9,7 ч
		132	131,906110	EC; 6,5 дня
		133	132,905090	100
		134	133,906520	β^-; 2,19 года
		135	134,905800	β^-; $2{,}0 \cdot 10^6$ лет
		136	135,907130	β^-; 13 дней
		137	136,906820	β^-; 30 дней
		138	137,910200	β^-; 32,2 мин
		139	138,913230	β^-; 9,5 мин
56	Ba	130	129,906200	0,101
		132	131,905120	0,097
		133	132,905610	EC; 7,5 года
		134	133,904310	2,42
		135	134,905570	6,59
		136	135,904360	7,81
		137	136,905560	11,32
		138	137,905010	71,66
		139	138,908610	β^-; 83 мин
		140	139,910460	β^-; 12,8 дня
		141	140,913740	β^-; 18 мин
57	La	134	133,908290	EC; 6,5 мин
		135	134,906700	EC; 19,8 ч

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		136	135,907440	EC; 9,5 мин
		138	137,906810	0,089
		139	138,906060	99,9111
		140	139,909300	β^-; 40,2 ч
		141	140,910620	β^-; 3,9 ч
		143	142,915720	14 мин
58	Ce	136	135,907100	0,193
		138	137,905720	0,250
		139	138,906350	EC; 140 дней
		140	139,905280	88,48
		141	140,908013	β^-; 32,5 дня
		142	141,909040	11,07
		143	142,912170	β^-; 33 ч
		144	143,913430	β^-; 285 дней
		145	144,916240	β^-; 30 дней
		146	145,918270	β^-; 1,4 мин
59	Pr	140	139,908782	β^+; 3,4 мин
		141	140,907390	100
		142	141,909790	β^-; 19,2 ч
		143	142,910630	β^-; 13,7 дня
		144	143,913100	β^-; 17,3 мин
		145	144,914100	β^-; 5,9 ч
		146	145,917200	β^-; 24 мин
60	Nd	141	140,909322	EC; 2,4 ч
		142	141,907478	27,11
		143	142,909620	12,17
		144	143,909900	23,85
		145	144,912160	8,30
		146	145,912690	17,22
		147	146,915830	β^-; 11,1 дня
		148	147,916480	5,73
		149	148,919830	β^-; 1,8 ч
		150	149,920710	5,62
		151	150,924220	β^-; 12 мин
61	Pm	142	141,912630	β^+; 34 с
		143	142,910800	EC; 265 дней
		145	144,912310	EC; 18 лет
		146	145,914540	EC; 710 дней
		147	146,914860	β^-; 2,5 года
		148	147,917140	β^-; 5,39 дня
		149	148,918070	β^-; 54,4 ч
		150	149,921090	β^-; 2,7 ч
		151	150,921640	β^-; 28,4 ч
62	Sm	143	142,914460	EC; $1{,}0^7$ мин
		144	143,911650	3,09
		145	144,913000	EC, 340 дней
		146	145,912900	α; $5 \cdot 10^7$ лет
		147	146,914620	14,97
		148	147,914560	11,24
		149	148,916930	13,83
		150	149,917010	7,44

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		151	150,919710	β^-; ≈ 93 года
		152	151,919490	76.72
		153	152,921720	β ; 47,1 ч
		154	153,922010	22,71
		155	154,924720	β^-; 22 мин
		156	155,925710	β^-; 9 ч
63	Eu	150	149,919610	EC; ≈ 5 лет
		151	150,919630	47,82
		152	151,921480	EC; 13 лет
		153	152,920860	52,18
		154	153,922840	β^-; 16 лет
		155	154,922850	β^-; 1,7 года
		156	155,924740	β^-; 15 дней
		157	156,925300	β^-; 15 ч
64	Gd	149	148,918920	EC; 9 дней
		150	149,918460	α; ≈ $3 \cdot 10^5$ лет
		152	151,919530	0,200
		153	152,921090	EC; 200 дней
		154	153,920720	2,15
		155	154,922590	14,73
		156	155,922100	20,47
		157	156,923940	15,68
		158	157,924100	24,87
		159	158,925970	β^-; 18 ч
		160	159,927120	21,90
		161	160,929320	β^-; 3,7 мин
65	Tb	158	157,925030	EC; ≈ 1000 лет
		159	158,924950	100
		160	159,926760	β^-; 73 дня
		161	160,927170	β^-; 7,1 дня
66	Dy	152	151,924380	β^+; 2,5 ч
		153	152,925370	EC; 5 ч
		154	153,924780	α; ≈ 10^6 лет
		156	155,923760	0,052
		158	157,923960	0,090
		159	158,925360	EC; 144 дня
		160	159,924830	2,29
		161	160,926600	18,88
		162	161,926470	25,53
		163	162,928370	24,97
		164	163,928830	28,18
		165	164,931700	β^-; 2,3 ч
		166	165,932900	β^-; 82 ч
67	Ho	162	161,928790	β^+; 12 мин
		163	162,928380	EC; 10^3 лет
		164	163,930350	β^-; 37 мин
		165	164,930300	100
		166	165,932380	β^-; 26,8 ч
		167	166,933120	β^-; 3,0 ч
68	Er	162	161,928800	0,136
		164	163,929300	1,56

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		166	165,930400	33,41
		167	166,932050	22,94
		168	167,932380	27,07
		169	168,934710	β^-; 9,4 дня
		170	169,935510	14,88
		171	170,938160	β^-; 7,8 ч
		172	171,939560	β^-; 50 ч
69	Tm	168	167,934330	EC; 85 дней
		169	168,934350	100
		170	169,935920	β^-; 127 дней
		171	170,936570	β^-; 1,9 года
		172	171,938580	β^-; 64 ч
70	Yb	170	169,934880	3,03
		171	170,936460	14,31
		172	171,936560	21,82
		173	172,938300	16,13
		174	173,939020	31,84
		175	174,941390	β^-; 4,2 дня
		176	175,942740	12,73
		177	176,945500	β^-; 1,9 ч
71	Lu	170	169,938680	EC; 2,0 дня
		173	172,939040	EC; ≈ 1,3 года
		174	173,940600	EC; короткий
		175	174,940890	97,41
		176	175,942740	2,59
		177	176,944020	β^-; 6,8 дня
72	Hf	174	173,940260	0,18
		176	175,941650	5,20
		177	176,943480	18,50
		178	177,943870	27,14
		179	178,946020	13,75
		180	179,946810	35,24
		181	180,949080	β^-; 44,6 дня
		182	181,950680	β^-; $9 \cdot 10^6$ лет
		183	182,953800	β^-; 1,1 ч
73	Ta	177	176,944740	EC; 53 ч
		178	177,945910	EC; 2,2 ч
		179	178,946120	EC; 1,6 года
		180	179,947520	0,0123
		181	180,947980	99,988
		182	181,950140	β^-; 115 дней
		183	182,951440	β^-; 5,0 дня
		184	183,953850	β^-; 8,7 ч
		185	184,955552	β^-; 50 мин
		186	185,958310	β^-; 10,5 мин
74	W	180	179,946980	0,14
		181	180,948190	EC; 130 дней
		182	181,948270	26,41
		183	182,950290	14,40
		184	183,950990	30,64
		185	184,953480	β^-; 75,8 дня

Продолжение

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		186	185,954340	28,41
		187	186,957370	β^-; 24 ч
75	Re	185	184,953020	37,07
		186	185,955090	β^-; 90 ч
		187	186,955960	62,93
		188	187,958240	β^-; 17 ч
		190	189,962150	β^-; 2,8 мин
76	Os	184	183,952560	0,018
		185	184,954070	EC; 94 дня
		186	185,953940	1,59
		187	186,955960	1,64
		188	187,955970	13,3
		189	188,958250	16,1
		190	189,958600	26,4
		191	190,961190	β^-; 15 дней
		192	191,961410	41,0
		193	192,964500	β^-; 32 ч
77	Ir	186	185,958030	EC; 5 ч
		188	187,959010	EC; 11 ч
		190	189,960800	EC; 11 дней
		191	190,960850	37,3
		192	191,962990	β^-; 74 дня
		193	192,963280	62,7
		194	193,965210	β^-; 19 ч
78	Pt	188	187,959570	EC; 10 дней
		190	189,959950	0,0127
		192	191,961430	0,78
		193	192,963330	EC; $<$ 500 лет
		194	193,962810	32,9
		195	194,964820	33,8
		196	195,964981	25,3
		197	196,967357	β^-; 20 ч
		198	197,967530	7,21
		199	198,970660	β^-; 30 мин
79	Au	192	191,964900	EC; 4,8 ч
		194	193,965510	EC; 39 ч
		195	194,965110	EC; 200 дней
		196	195,966554	EC; 5,55 дня
		197	196,966552	100
		198	197,968242	β^-; 2,7 дня
		199	198,968745	β^-; 3,15 дня
		200	199,970810	β^-; 48 мин
		201	200,971930	β^-; 26 мин
80	Ag	196	195,965822	0,146
		197	196,966769	EC; 65 ч
		198	197,966800	10,02
		199	198,968256	16,84
		200	199,968344	23,13
		201	200,970315	13,22
		202	201,970630	29,80
		203	202,972853	β^-; 47 дней

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		204	203,973482	6,85
		205	204,976230	β^-; 5,2 мин
81	Tl	198	197,970530	ED; 5,3 ч
		200	199,970974	EC; 26 ч
		201	200,970760	EC; 73 ч
		202	201,972130	EC; 12 дней
		203	202,972331	29,50
		204	203,973890	β^-; 3,9 года
		205	204,974462	70,50
		206	205,976080	β^-; 4,20 мин
		207	206,977446	β^-; 4,78 мин
		208	207,982006	β^-; 3,1 мин
		209	208,985295	β^-; 2,2 мин
		210	209,990002	β^-; 1,3 мин
82	Pb	202	201,972190	EC; $\approx 3 \cdot 10^5$ лет
		203	202,973400	EC; 52 ч
		204	203,973069	1,48
		205	204,974516	EC; $3 \cdot 10^7$ лет
		206	205,974446	23,6
		207	206,975898	22,6
		208	207,976644	52,3
		209	208,981094	β^-; 3,3 ч
		209	208,981094	β^-; 3,3 ч
		210	209,964177	β^-; 21 год
		210	210,988803	β^-; 36,1 мин
		212	211,991896	β^-; 10,64 ч
83	Bi	203	202,976830	EC; 12,3 ч
		204	203,977700	EC; 11,6 ч
		205	204,977360	EC; 15,3 дня
		206	205,978320	EC; 6,3 дня
		207	206,978474	EC; 30 дней
		208	207,979731	EC; $7,5 \cdot 10^5$ лет
		209	208,980417	100
		210	209,974110	β^-; 5,0 дня
		211	210,987294	α; 2,15 мин
		212	211,991271	β^-; 60,6 мин
		213	212,994329	β^-; 47 мин
		214	212,998634	β^-; 19,7 мин
		215	215,019000	β^-; 8 мин
84	Po	206	205,980500	EC; 8,8 дня
		207	206,981594	EC; 5,7 ч
		208	207,981264	α; 2,9 года
		209	208,982457	α; 103 года
		210	209,982866	α; 138,40 дня
		211	210,986649	α; 0,52 с
		212	211,988859	α; 0,30 мс
		213	212,928370	α; 4 мс
		214	213,951920	α; 164 мс
		215	214,999469	α; 0,0018 с
		216	216,001917	α; 0,16 с
		218	218,008930	α; 3,05 мин

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
85	At	207	206,985720	EC; 1,79 ч
		208	207,986500	EC; 1,6 ч
		209	208,986140	EC; 5,5 ч
		210	209,986970	EC; 8,3 ч
		211	210,987496	EC; 7,2 ч
		213	212,993090	α; < 2 с
		214	213,996330	α; < 5 с
		215	214,998658	α; ≈ 100 мс
		216	216,002405	α; ≈ 300 мс
		217	217,004647	α; 0,018 с
		218	218,008554	α; 1,35 с
		219	219,011360	α; 54,0 с
86	Rn	210	209,989720	EC; 2,7 ч
		211	210,990600	EC; 16 ч
		212	211,990726	α; 23 мин
		215	214,998670	α; < 1 мин
		216	216,000234	α; 45 мс
		217	217,003917	α; 500 мс
		218	218,005592	α; 0,030 с
		219	219,009523	α; 4,0 с
		220	220,011396	α; 51,5 с
		222	222,017530	α; 3,823 дня
87	Fr	212	211,996100	EC; 19 мин
		217	217,004780	α; < 2 с
		218	217,007520	α; < 5 с
		219	219,009249	α; 0,02 с
		220	220,012330	α; 28 с
		221	221,014176	α; 4,8 мин
		223	223,019802	β^-; 22 мин
88	Ra	219	219,010030	α; < 1 мин
		220	220,010972	α; 0,025 с
		222	222,015365	α; 38 с
		223	223,018565	α; 11,7 дня
		224	224,020216	α; 3,64 дня
		225	225,023518	β^-; 14,8 дня
		226	226,025360	α; 1622 года
		227	227,029220	β^-; 41 мин
		228	228,031228	β^-; 6,7 года
89	Ac	221	221,015690	α; < 2 с
		222	222,017750	α; 5 с
		223	223,019119	α; 2,2 мин
		224	224,021690	EC; 2,9 ч
		225	225,023143	β^-; 10,0 дня
		226	226,026180	β^-; 29 ч
		227	227,027814	β^-; 21,6 года
		228	228,031169	β^-; 6,13 ч
		231	231,038600	β^-; 15 мин
90	Th	223	223,020890	α; 0,9 с
		224	224,021379	α; ≈ 1 с
		225	225,023660	EC; 8 мин
		226	226,024890	α; 31 мин

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		227	227,027768	α; 18,17 дня
		228	228,028749	α; 1,91 года
		229	229,031629	α; 7340 лет
		230	230,033080	α; 80,00 года
		231	231,036350	β^-; 25,6 ч
		232	232,038211	α; $1,39 \cdot 10^{10}$ лет
		233	233,041428	β^-; 22,1 мин
		234	234,043570	β^-; 24,10 дня
91	Pa	226	226,027800	α; 1,8 мин
		227	227,028854	α; 38,3 мин
		228	228,031000	EC; 22 ч
		229	229,031952	EC; 1,5 ч
		230	230,034366	β^-; 17,7 дня
		231	231,035936	α; $3,43 \cdot 10^{4}$ лет
		232	232,038611	β^-; 1,32 дня
		233	233,040108	β^-; 27,4 дня
		234	234,043370	β^-; 6,66 ч
		235	235,045440	β^-; 24 мин
		237	237,051050	β^-; 39 мин
92	U	227	227,030920	α; 1,3 мин
		228	228,031278	α; 9,3 мин
		229	229,033200	EC; 58 мин
		230	230,033926	α; 20,8 дня
		231	231,036330	EC; 4,2 дня
		232	232,037167	α; 73,6 года
		233	233,039498	α; $1,62 \cdot 10^{5}$ лет
		234	234,040900	α; $2,48 \cdot 10^{5}$ лет
		235	235,043933	α; $7,13 \cdot 10^{8}$ лет
		236	236,045733	α; $2,39 \cdot 10^{7}$ лет
		237	237,048581	α; 6,75 дня
		238	238,050760	α; $4,51 \cdot 10^{9}$ лет
		239	239,054320	β^-; 23,5 мин
		240	240,056700	β^-; 14,1 ч
93	Np	231	231,038330	EC; ≈ 50 мин
		233	233,040600	EC; 35 мин
		234	234,042830	EC; 4,4 дня
		235	235,044069	α; 410 дней
		236	236,046625	β^-; > 5000 лет
		237	237,048030	α; $2,20 \cdot 10^{6}$ лет
		238	238,050930	β^-; 2,10 дня
		239	239,054320	β^-; 2,35 дня
		240	240,056700	β^-; 60 мин
		241	241,058170	β^-; 16 мин
94	Pu	232	232,041080	EC; 36 мин
		233	233,042690	EC; 20 мин
		234	234,043290	EC; 9 ч
		235	235,045330	EC; 26 мин
		236	236,046072	α; 2,85 мин
		237	237,048277	α; 45,6 дня
		238	238,049520	α; 89 лет
		239	239,052161	α; 24,360 года

Продолжение

Z	Символ элемента	A	Атомная масса, а. е. м.	Относительная распространенность, % или тип распада и период полураспада
		240	240,053974	α; $6{,}58 \cdot 10^3$ лет
		241	241,056711	β^-; 13 лет
		242	242,058710	α; $3{,}79 \cdot 10^5$ лет
		243	243,061990	β^-; 4,98 ч
95	Am	237	237,049780	EC; 1,3 ч
		241	241,056689	α; 433 года
		242	242,059480	β^-; 16 ч
		243	243,061382	α; $7{,}95 \cdot 10^3$ лет
		244	244,064520	β^-; 25 мин
		245	245,066313	β^-; 207 ч
		246	246,069830	β^-; 25 мин
96	Cm	238	238,053010	EC; 2,5 ч
		240	240,055503	α; 26,8 дня
		241	241,057510	EC; 35 дней
		242	242,058800	α; 163 дня
		243	243,061377	α; 35 лет
		244	244,062910	α; 17,6 года
		245	245,065342	α; $8 \cdot 10^3$ лет
		246	246,067370	α; 5480 лет
		249	249,075800	β^-; 65 мин
97	Bk	243	243,062920	EC; 4,5 ч
		245	245,066240	EC; 4,95 дня
		247	247,070180	α; $\approx 10^4$ лет
		248	248,073050	β^-; 23 ч
		249	249,074838	β^-; 314 дней
		250	250,078490	β^-; 3,2 ч
98	Cf	244	244,065933	α; 25 мин
		245	245,067890	EC; 44 мин
		246	246,068780	α; 35,7 ч
		248	248,072350	α; 350 дней
		249	249,074704	α; 360 дней
		250	250,076550	α; 10 лет
		253	253,084980	β^-; 19 дней
99	Es	249	249,076220	EC; 2 ч
		251	251,079850	EC; 1,5 дня
		252	252,082900	α; 140 дней
		253	253,084685	α; 20,5 дня
100	Fm	248	248,077240	α; 0,6 мин
		250	250,079480	α; 30 мин
		252	252,082650	α; 23 ч
		254	254,087000	α; 3,24 ч
101	Md	255	255,090570	EC; 0,5 ч
102	No	253	253,091000	α; ≈ 10 мин
		254	254,091000	α; ≈ 3 с
		255	255,090000	α; ≈ 15 с
103	Lr	257	257,100000	α; 8 с
104	Ku	257		α; 4,5 с
		259		α; ≈ 3 с
105	Ns	260		α; > 10 мс

ОТВЕТЫ НА ЗАДАЧИ С НЕЧЕТНЫМИ НОМЕРАМИ

Глава 2

2.1. $30\vec{i} + 22\vec{j}$, кг · м/с.
2.5. $-57{,}6\vec{i}$, кг · м/с.
2.7. $-400\vec{k}$, кг · м²/с; $-400\vec{k}$, кг · м²/с.

Глава 3

3.1. 1,4 c.
3.5. $-10 + 15t - 4{,}9t^2$, м; $15 - 9{,}8t$, м/с; $-9{,}8$ м/с².
3.7. б) 4 км/ч.
3.11. а) $8{,}35 \cdot 10^{-14}$ Дж; $3{,}34 \cdot 10^{-20}$ кг · м/с;
б) $7{,}38 \cdot 10^{-14}$ Дж; $3{,}14 \cdot 10^{-20}$ кг · м/с.

Глава 4

4.5. а) 1,5 c; б) 0,96 c.
4.7. а) 140 км/ч; б) ≈ 140 км/ч.
4.11. $-0{,}124\,c\vec{i} + 0{,}3c\vec{j}$; 67,5° по отношению к оси x.

Глава 5

5.1. 0,0447 c; 0,865 c.
5.3. На 0,2 м.
5.5. 3,33 с.
5.7. 5,3 с.
5.9. 0,975 c.
5.11. 0,66 c.
5.13. Наблюдатель должен двигаться со скоростью света в направлении полета импульса.

Глава 6

6.1. $2{,}5 \cdot 10^{-10}$ Дж, или 1,560 ГэВ.
6.3. $1{,}34 \cdot 10^{-21}$ кг · м/с.
6.5. $v = \sqrt{E^2 - E_0^2}\, c/E$.
6.7. а) 0,99999345 c; 66,666229 кг · м/с; 10^{-7} Å; б) 8,2 мм.
6.9. а) $4{,}55 \cdot 10^{-5}$ эВ; б) $3{,}44 \cdot 10^{-3}$ эВ; в) $8{,}9 \cdot 10^{6}$.
6.11. $5{,}33 \cdot 10^{-6}$ кг · м/с.
6.15. а) $7{,}3 \cdot 10^{-20}$ кг · м/с; $4{,}38 \cdot 10^{7}$ м/с; $1{,}71 \cdot 10^{-21}$ кг · м/с; $4{,}38 \cdot 10^{7}$ м/с; б) $5{,}04 \times 10^{-20}$ кг · м/с; 0,1 c; $5{,}33 \cdot 10^{-5}$ кг · м/с; 0,9986 c.
При энергии 10 МэВ электрон релятивистский, а протон нерелятивистский.
6.17. а) 0,116 c; б) $3{,}2 \cdot 10^{-23}$ кг · м/с; 0,0511 МэВ.
6.21. а) 1,5 мм; б) 107 эВ.

Глава 7

7.1. 0,6 эВ.
7.3. а) $1{,}175 \cdot 10^{6}$ м/с; б) 3,92 В.
7.5. 1,91 эВ; 1,91 В.

Глава 8

8.3. 0,1 E_0.
8.5. $1,24 \cdot 10^4$ В.
8.7. 0,0354 МэВ; 0,0248 МэВ; 0,0207 МэВ; 0,0151 МэВ.
8.9. 2,82 Å.
8.11. 29,6°.
8.13. 40 линий на 1 мм.
8.17. а) 0,036 Å; б) 40,9°.
8.19. $1,32 \cdot 10^{-5}$ Å; $201,32 \cdot 10^{-5}$ Å.

Глава 9

9.3. 4 МэВ.
9.5. $\lambda_ф / \lambda_ч = 2$.
9.7. а) 0,0183 Å; б) 0,0146 Å; в) $4,52 \cdot 10^{26}$ кг · м/с.
9.9. 0,46 см; 3,06 см.
9.13. $1,73 \cdot 10^{20}$ фотонов в одном импульсе.

Глава 10

10.1. а) 1,25 Å; б) $2,39 \cdot 10^{-24}$ Å.
10.3. а) $6,6 \cdot 10^{-24}$ кг · м/с; $1,24 \cdot 10^4$ эВ; б) $6,6 \cdot 10^{-24}$ кг · м/с; 151 эВ.
10.5. а) $5,25 \cdot 10^{-30}$ кг; б) $5,24 \cdot 10^{-31}$ кг.
10.7. 23,25°.
10.9. б) 0,00714 рад.
10.15. а) > 115 м; б) 0.
10.17. а) $1,05 \cdot 10^{-25}$ кг · м/с; б) $1,15 \cdot 10^5$ м/с; в) $6,02 \cdot 10^{-21}$ Дж.

Глава 11

11.1. $1,93 \cdot 10^7$ м/с.
11.3. а) $2,6 \cdot 10^{-13}$ м; б) 2120 б; в) $3,74 \cdot 10^{-3}$.
11.5. а) $1,25 \cdot 10^5$ частиц; б) $6,25 \cdot 10^4$ частиц.
11.7. а) $1,06 \cdot 10^5$ $с^{-1}$; б) $1,94 \cdot 10^5$ $с^{-1}$; в) $4,27 \cdot 10^5$ $с^{-1}$.
11.9. 0,25.
11.13. $3,43 \cdot 10^{-14}$ м; $8,75 \cdot 10^{-5}$; 0,9999125.
11.15. а) $6,05 \cdot 10^{-5}$; б) $7,6 \cdot 10^{-6}$; в) $1,51 \cdot 10^5$ $м^{-2}$; г) 19 частиц.

Глава 12

12.1. а) $4,12 \cdot 10^{16}$ рад/с; б) $2,19 \cdot 10^6$ м/с; в) 13,6 эВ; г) —27,2 эВ; д) 13,6 эВ.
12.3. а) 9,15 $м/с^2$; б) $8,33 \cdot 10^{-30}$ Н; в) $8,2 \cdot 10^{-6}$ Н. Электрон поворачивает свой спин в ядре.
12.5. б) $8,2 \cdot 10^4$ $см^{-1}$; $9,75 \cdot 10^4$ $см^{-1}$; $1,03 \cdot 10^5$ $см^{-1}$; $1,53 \cdot 10^3$ $см^{-1}$.
12.7. а) 6560 Å; б) 36/5 $Å^{-1}$.
12.11. $1,04 \cdot 10^7$ оборотов.
12.13. а) $7 \cdot 10^{15}$ Гц; б) 1,13 мА; в) 13,3 Тл.
12.15. а) 5,2; б) 4340 Å; в) Серия Бальмера.
12.17. 10 Å. Область рентгеновских лучей.
12.19. 3.

Глава 13

13.1. $4,39 \cdot 10^{-3}$ $Å^{-1}$.
13.3. При $n = 1$: а) 0,265 Å; б) $1,65 \cdot 10^{17}$ Гц; в) $4,37 \cdot 10^6$ м/с; г) —54,4 эВ; д) 1,05 × × 10^{-34} кг · $м^2$/с; е) 0,015.
13.5. а) 304 Å; б) 256 Å.
13.7. 1890 Å; 1216 Å.
13.9. а) $4,5 \cdot 10^{-31}$ кг; б) $5,45 \cdot 10^{-2}$ $Å^{-1}$; в) предел серии 1845 Å.
13.11. 54,4 эВ; 6,04 эВ.

Глава 14

14.1. $A_n = \sqrt{2}/L$.

14.3. а) $1/4 - (-1)^{n-1/2}/2n\pi$ при $n = 1, 3, 5, \ldots$; $1/4$ при $n = 2, 4, 6, \ldots$; б) $P/(L/4)$

Глава 15

15.1. а) 0,939 МэВ; б) 2,82 МэВ; в) $4{,}4 \cdot 10^{-3}$ Å.

15.3. а) $3{,}42 \cdot 10^{-29}$ эВ; б) 10,3 эВ.

15.5. $4{,}95449 \cdot 10^{-2}$; 0,495449; 0,181638; 1,81638 и т. п.

Глава 16

16.1. $3{,}35 \cdot 10^{-34}$ Дж $= 2{,}09 \cdot 10^{-15}$ эВ.

16.3. $\Psi_4(\alpha x) = \left(\frac{1}{24}\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/2}(4\alpha^4x^4 - 9\alpha^2x^2 + 4)e^{-\frac{\alpha^2x^2}{2}}$.

16.5. $2{,}19 \cdot 10^{-6}$.

16.7. а) $4{,}28 \cdot 10^{-4}$; б) $8{,}2 \cdot 10^{-3}$; в) 0,0805.

16.9. а) 0,124; б) 0,0423.

Глава 17

17.1. а) $-26\vec{i} - 78/5\vec{j}$, кг·м/с; $6\vec{i} + 18/5\vec{j}$, кг·м/с; б) $-36\vec{i} - 78/5\vec{j}$, кг·м/с; $-12\vec{i} + 18/5\vec{j}$, кг·м/с.

17.3. а) $7{,}44 \cdot 10^{-27}$ кг; б) 4,424 т.

17.5. а) 0,718 c; б) 0,86 m_0c^2.

17.7. $1{,}05 \cdot 10^{-23}$ Дж.

17.9. а) 0,145 Å; б) 0,0106 Å.

Глава 18

18.1. $E_{1,0,0} = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}$; $E_{2,0,0} = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{2^2}\right)$; $E_{2,1,0} = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{2^2}\right)$.

18.3. $l = 0$, $m_l = 0$; $l = 1$, $m_l = -1, 0, +1$; $l = 2$, $m_l = -2, -1, 0, +1, +2$; $l = 3$, $m_l = -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$.

Глава 19

19.1. 1,51 эВ, $1{,}48 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; 0,85 эВ, $1{,}48 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

19.3. $1{,}2 \cdot 10^{-14}$ А·м^2.

19.5. $1{,}31 \cdot 10^{-9}$ Тл.

19.7. $3{,}28 \cdot 10^{-24}$ Дж $= 2{,}05 \cdot 10^{-5}$ эВ.

19.9. $\approx 10^{26}$; $6{,}1 \cdot 10^{-13}$ А; 0,126 А·м^2; $1{,}4 \cdot 10^{22}$.

Глава 20

20.3. Число возможных значений равно пяти; да; пять возможных ориентаций.

20.9. 0,0941 Å.

Глава 21

21.5. а) $\pi/4$; б) 3/8; в) 15/16; г) 15/64.

Глава 22

22.5. б) $5{,}08 \cdot 10^{-5}$ эВ; в) 1216,58 Å.

22.7. 0,0073.

Глава 23

23.3. 135°.

23.7. $2{,}23 \cdot 10^{-6}$ эВ.

23.9. 105,6 а. е. м.; $7{,}7 \cdot 10^{-34}$ кг·м^2.

Глава 25

25.1. 7,56 фм.
25.3. а) 30,1 МэВ; б) $2{,}96 \cdot 10^{-14}$ м.
25.5. 2,22 МэВ.
25.7. 2,8 МэВ.
25.9. 20,58 МэВ.
25.11. 0,112356 а. е. м.; 0,111484.

Глава 26

26.1. $4{,}08 \cdot 10^{21}$ Гц.
26.3. 0,182 МэВ.
26.5. б) 13.
26.7. 0,893 МэВ; 79 МэВ; 803 МэВ.
26.9. 300 эВ (максимум).

Глава 27

27.1. $1{,}34 \cdot 10^{-20}$ с.
27.3. а) 8,48 МэВ; б) 6,26 МэВ.
27.5. 3,65 МэВ.
27.7. 7,41 МэВ.
27.9. а) 0,576 МэВ; б) $4{,}65 \cdot 10^{-31}$ эВ.

Глава 28

28.1. а) 3,27 МэВ; б) 4,03 МэВ; в) 17,59 МэВ.
28.3. 1,88 МэВ; 1,828 МэВ; 0,052 МэВ.
28.5. 1,23 м.
28.7. —206 МэВ.
28.11. 0,627 МэВ; —105,3 МэВ; стабильное.

Глава 29

29.1. а) —1,87 МэВ; б) 2,10 МэВ; в) 0,23 МэВ; г) $1{,}1 \cdot 10^{6}$ м/с.
29.3. 24,4°.
29.5. 2,35 МэВ.
29.7. а) 17,35 МэВ; б) 1/8 МэВ.

Глава 30

30.1. 6337 лет; 1581 год.
30.3. $4{,}6 \cdot 10^{9}$ лет.
30.5. 12 300 $с^{-1}$.
30.7. $13{,}6 \cdot 10^{19}$ для ядер Ra-226; $8{,}86 \cdot 10^{14}$ для ядер Rn-222; $4{,}92 \cdot 10^{11}$ для ядер Ra-218.
30.9. $1 - 1/e$.
30.13. $4{,}5 \cdot 10^{9}$ лет.
30.17. $2{,}61 \cdot 10^{5}$ лет.

Глава 31

31.1. а) 5,48 МэВ, $1{,}08 \cdot 10^{-19}$ кг · м/с; б) 0,099 МэВ, $1{,}08 \cdot 10^{-19}$ кг · м/с; $3 \cdot 10^{5}$ м/с.
31.3. 0,15 МэВ.
31.5. β^--распад; β^+-распад.
31.7. 0,26 МэВ; 0,36 МэВ.
31.9. Нестабильно к α-распаду; стабильно к β^+-распаду; нестабильно к β^--распаду; нестабильно к позитронному (β^+)-распаду и *K*-захвату.
31.11. 2,00 МэВ; 0,784 МэВ; 2,32 МэВ.
31.13. а) 1,37 МэВ; нестабильно; б) $7{,}15 \cdot 10^{-20}$ кг · м/с.
31.15. 5 см.

Глава 32

32.1. 207,3 МэВ.
32.3. $8{,}47 \cdot 10^{-6}$ кг/ч.
32.5. $3{,}13 \cdot 10^{6}$ т.
32.7. а) 112,1; б) 501,5; в) 1749.
32.9. 0,122; 508.
32.11. —24,15 МэВ.
32.13. 0,89 МэВ; 5,49 МэВ; 12,86 МэВ.

Глава 33

33.3. а) $1{,}4 \cdot 10^{-3}$ см; б) $6{,}28 \cdot 10^{-8}$ Н.
33.5. 0,225 МэВ/см; 0,675 МэВ.
33.7. а) $6{,}8 \cdot 10^{-10}$ с; б) $3{,}4 \cdot 10^{-9}$ с.

Глава 34

34.1. а) $5{,}4 \cdot 10^{6}$ м/с; б) $13{,}8 \cdot 10^{6}$ м/с; в) $299{,}3 \cdot 10^{6}$ м/с.
34.3. а) 60 000 Вт; б) $6{,}19 \cdot 10^{4}$ м/с; в) $3{,}2 \cdot 10^{-19}$ А.
34.5. а) $6\pi \cdot 10^{7}$ м/с; б) 0,148 МэВ; в) $3{,}52 \cdot 10^{-22}$ кг · м/с; ла.
34.7. а) $1{,}25 \cdot 10^{21}$ пересечений; б) $2{,}29 \cdot 10^{7}$ $с^{-1}$; в) 0,196 с; г) 0,408 м
34.9. 0,11 эВ; $2{,}4 \cdot 10^{-23}$ эВ.

Глава 35

35.1. 2,56Å.
35.3. 4,65 эВ.
35.9. $9{,}34 \cdot 10^{25}$

Глава 36

36.1. 0,013.
36.3. 0,01.
36.5. 4,9.
36.7. $1{,}25 \cdot 10^{26}$: 1,5%.
36.9. 0,95.

Глава 41

41.5. $9{,}45 \cdot 10^{15}$ м.

Абрамов А. И. Измерение «неизмеримого». М., Атомиздат, 1964.
Азимов А. Нейтрино. М., Атомиздат, 1969.
Амальди Дж. Вещество и антивещество. М., Атомиздат, 1969.
Арцимович Л. А. Элементарная физика плазмы. М., Госатомиздат, 1963.
Ахиезер А. И., Рекало М. П. Биография элементарных частиц. Киев, Наукова думка, 1979.
Вайскопф В. Наука и удивительное. М., Наука, 1965.
Гарднер Дж. Атомы сегодня и завтра. М., Знание, 1979.
Гарднер М. Этот правый, левый мир. М., Мир, 1967.
Головин И. Н. И. В. Курчатов. М., Атомиздат, 1972.
Горбацкий В. Г. Космические взрывы. М., Наука, 1979.
Григорьев В., Мякишев Г. Силы в природе. М., Наука, 1973.
Гудериан Р. Загрязнение окружающей среды. М., Мир, 1979.
Демин В. Г. Судьба Солнечной системы. М., Наука, 1975.
Джонс Г., Ротблат Дж., Уитроу Г. Атомы и Вселенная. М., Госатомиздат, 1961.
Зонн В. Галактики и квазары. М., Мир, 1978.
Клайн Б. В поисках. Физика и квантовая теория. М., Атомиздат, 1971.
Компанеец А. С. Симметрия в микро- и макромире. М., Наука, 1978.
Корякин В. И. Биография атома. М., Госатомиздат, 1961.
Ландау Л. Д., Румер Ю. Б. Что такое теория относительности. М., Советская Россия, 1963.
Ландау Л. Д. и Китайгородский А. И. Физические тела. М., Наука, 1978.
Лоуренс У. Л. Люди и атомы. М., Атомиздат, 1966.
Месси Г. Новая эра в физике. М., Госатомиздат, 1963.
Петросьянц А. М. Атомная энергетика зарубежных стран. М., Атомиздат, 1974.
Поликанов С. М. Необычные ядра и атомы. М., Наука, 1977.
Проценко А. Н. Покорение атома. М., Атомиздат, 1964.
Ратнер Б. С. Ускорители заряженных частиц. М., Наука, 1966.
Румер А. Неугомонный атом. М., Госатомиздат, 1963.
Росси Б. Космические лучи. М., Атомиздат, 1966.
Сауков А. А. Радиоактивные элементы Земли. М., Госатомиздат, 1961.
Сиборг Г. Т., Вэленс Э. Г. Элементы Вселенной. М., ГИФМЛ, 1962.
Сиборг Г. Искусственные трансурановые элементы. М., Атомиздат, 1965.
Тейлор Р. Дж. Происхождение химических элементов. М., Мир, 1975.
Тейлор Р. Строение и эволюция звезд. М., Мир, 1973.
Толанский С. Революция в оптике. М., Мир, 1971.
Тригг Дж. Решающие эксперименты в современной физике. М., Мир, 1974.

Трифонов Д. Н. Границы и эволюция периодической системы. М., Госатомиздат, 1963.

Ферми Л. Атомы у нас дома. М., ИЛ, 1959.

Фигуровский Н. А. Открытие элементов и происхождение их названий. М., Наука, 1970.

Флеров Г. Н., Ильинов А. С. На пути к сверхэлементам. М., Педагогика, 1977.

Форд К. Мир элементарных частиц. М., Мир, 1965.

Фриш Д., Торндайк А. Элементарные частицы. М., Атомиздат. 1966.

Хилл Р. По следам элементарных частиц. М., Мир, 1966.

Шама Д. Современная космология. М., Мир, 1973.

Эйнштейн А., Инфельд Л. Эволюция физики. М., Наука, 1965.

Юз Д. История нейтрона. М., Атомиздат, 1964.

Юнг Р. Ярче тысячи солнц. М., Госатомиздат, 1961.

Янг Ч. Элементарные частицы. М., Госатомиздат, 1963.

ФИЗИКИ — ЛАУРЕАТЫ НОБЕЛЕВСКОЙ ПРЕМИИ ПО ФИЗИКЕ

1901 г.	Рентген В. К.	За открытие лучей, названных его именем (рентгеновских лучей).
1902 г.	Лоренц Х. А., Зееман П.	За исследование влияния магнетизма на процессы излучения.
1903 г.	Беккерель А. А.	За открытие явления спонтанной радиоактивности.
	Кюри П., Склодовская-Кюри М.	За исследование радиоактивного излучения.
1904 г.	Рэлей Дж.	За исследование плотности важнейших газов и открытие в связи с этим аргона.
1905 г.	Ленард Ф.	За исследование катодных лучей.
1906 г.	Томсон Дж. Дж.	За теоретические и экспериментальные исследования прохождения электричества через газы.
1907 г.	Майкельсон А. А.	За создание прецизионных оптических инструментов и выполнение с их помощью спектроскопических и метрологических исследований.
1908 г.	Липман Г.	За разработку метода цветной фотографии, основанного на интерференции света.
1909 г.	Маркони Г., Браун К. Ф.	За вклад в развитие беспроволочной телеграфии.
1910 г.	Ван-дер-Ваальс Я. Д.	За вывод уравнения состояния газов и жидкостей.
1911 г.	Вин В.	За открытие законов теплового излучения.
1912 г.	Дален Н. Г.	За изобретение устройства для автоматического зажигания и гашения ацетиленового пламени в источниках света маяков и буев.
1913 г.	Камерлинг-Оннес Х.	За исследования свойств тел при низких температурах и получение жидкого гелия.
1914 г.	Лауэ М. фон	За открытие дифракции рентгеновских лучей на кристаллах.
1915 г.	Брэгг У. Г., Брэгг У. Л.	За исследование структуры кристаллов с помощью рентгеновских лучей.
1916 г.	—	Премия не присуждалась.
1917 г.	Баркла Ч.	За открытие характеристического рентгеновского излучения.

1918 г.	Планк М.	За вклад в развитие физики своим открытием кванта действия.
1919 г.	Штарк Й.	За открытие эффекта Доплера на каналовых лучах и эффекта расщепления спектральных линий в электрическом поле.
1920 г.	Гильом Ш.Э.	За вклад в развитие прецизионных измерений в физике своим открытием сплавов никеля со сталью.
1921 г.	Эйнштейн А.	За вклад в развитие теоретической физики и в особенности за открытие законов фотоэлектрического эффекта.
1922 г.	Бор Н.	За заслуги в изучении строения атома.
1923 г.	Милликен Р. Э.	За исследования в области элементарных электрических зарядов и фотоэлектрического эффекта.
1924 г.	Сигбан М.	За исследования и открытия в области рентгеновской спектроскопии.
1925 г.	Франк Дж., Герц Г.	За открытие законов столкновений электронов с атомами.
1926 г.	Перрен Ж.	За исследование дискретной структуры вещества и открытие седиментационного равновесия.
1927 г.	Комптон А. Х.	За открытие явления, названного его именем (эффекта Комптона).
	Вильсон Ч. Т. Р.	За создание устройства для наблюдения следов заряженных частиц, действие которого основано на конденсации пара.
1928 г.	Ричардсон О. У.	За исследование термоэлектронной эмиссии, и в первую очередь за открытие закона, названного его именем.
1929 г.	Бройль де Л. В.	За открытие волновой природы электрона.
1930 г.	Раман Ч. В.	За открытие явления комбинационного рассеяния света.
1931 г.	—	Премия не присуждалась.
1932 г.	Гейзенберг В.	За создание квантовой механики (в матричной форме).
1933 г.	Шредингер Э., Дирак П. А. М.	За разработку плодотворных направлений в теоретической физике.
1934 г.	—	Премия не присуждалась.
1935 г.	Чедвик Дж.	За открытие нейтрона.
1936 г.	Андерсон К. Д.	За открытие позитрона.
	Гесс В. Ф.	За открытие космических лучей.
1937 г.	Дэвиссон К. Д., Томсон Дж. П.	За открытие дифракции электронов на кристаллах.

1938 г.	Ферми Э.	За открытие искусственной радиоактивности, вызванной бомбардировкой медленными нейтронами.
1939 г.	Лоуренс Э. О.	За создание и усовершенствование циклотрона.
1940—1942 гг. —		Премия не присуждалась.
1943 г.	Штерн О.	За вклад в развитие метода молекулярных пучков и открытие магнитного момента протона.
1944 г.	Раби И. А.	За разработку резонансного метода измерения магнитных моментов атомных ядер.
1945 г.	Паули В.	За открытие принципа запрета, названного его именем (принцип Паули).
1946 г.	Бриджмен П. У.	За исследования и открытия в физике высоких давлений.
1947 г.	Эплтон Э. В.	За исследования ионосферы, и в первую очередь за открытие так называемого «слоя Эплтона».
1948 г.	Блэкетт П. М. С.	За усовершенствование камеры Вильсона и открытия в области физики космических лучей.
1949 г.	Юкава Х.	За предсказание мезонов.
1950 г.	Пауэлл С. Ф.	За развитие фотографических методов изучения ядерных процессов и открытие мезонов.
1951 г.	Кокрофт Дж. Д., Уолтон Э. Т. С.	За первые работы по трансмутации атомных ядер искусственно ускоренными частицами.
1952 г.	Блох Ф., Перселл Э. М.	За открытие ядерного магнитного резонанса.
1953 г.	Цернике Ф.	За открытие фазоконтрастного метода и изобретение фазоконтрастного микроскопа.
1954 г.	Борн М.	За фундаментальные работы по квантовой механике.
	Боте В.	За разработку метода совпадений и открытия, сделанные с его помощью.
1955 г.	Лэмб У. Ю.	За исследования тонкой структуры уровней энергии атомов водорода.
	Куш П.	За измерение с высокой точностью магнитного момента электрона.
1956 г.	Шокли У., Бардин Дж., Браттейн У.	За исследования полупроводников и открытие транзисторного эффекта.
1957 г.	Ли Ц., Янг Ч	За фундаментальные исследования законов четности, которые привели к важным открытиям в области физики элементарных частиц.
1958 г.	Черенков П. А., Тамм И. Е., Франк И. М.	За открытие и объяснение эффекта Черенкова.

1959 г.	Сегре Э., Чемберлен О.	За открытие антипротона.
1960 г.	Глазер Д. А.	За создание пузырьковой камеры.
1961 г.	Хофстедтер Р.	За фундаментальные исследования рассеяния электронов на атомных ядрах, приведшие к открытию структуры нуклонов.
	Мёссбауэр Р. Л.	За исследование резонансного поглощения гамма-излучения и открытие эффекта, названного его именем (эффект Мёссбауэра).
1962 г.	Ландау Л. Д.	За пионерские исследования по теории конденсированных сред, особенно жидкого гелия.
1963 г.	Вигнер Э.	За вклад в теорию атомного ядра и элементарных частиц, особенно за открытие и применение фундаментальных принципов симметрии.
	Гёпперт-Майер М., Йенсен Й. Х. Д.	За разработку оболочечной модели атомного ядра.
1964 г.	Таунс Ч. Х., Басов Н. Г., Прохоров А. М.	За фундаментальные исследования в области квантовой электроники, которые привели к созданию генераторов и усилителей нового типа — мазеров и лазеров.
1965 г.	Томонага С., Швингер Ю., Фейман Р.	За фундаментальные работы по квантовой электродинамике, имеющие важное значение для физики элементарных частиц.
1966 г.	Кастлер А.	За открытие и развитие оптических методов исследования герцовых колебаний в атомах.
1967 г.	Бете Х. А.	За вклад в теорию ядерных реакций, и особенно за открытие циклов термоядерных реакций, являющихся источниками внутризвездной энергии.
1968 г.	Альварес Л.	За вклад в физику элементарных частиц, и в первую очередь за открытие большого количества резонансов, что стало возможным благодаря созданию им современной методики работы с водородными пузырьковыми камерами.
1969 г.	Гелл-Ман М.	За открытия, связанные с классификацией элементарных частиц и их взаимодействий.
1970 г.	Альфвен Х.	За фундаментальные открытия в области магнитной гидродинамики и ее применение к физике плазмы.
	Неель Л.	За фундаментальные работы по антиферромагнетизму и ферромагнетизму, имевшие большое прикладное значение для физики твердого тела.
1971 г.	Габор Д.	За создание и развитие голографии.

1972 г.	Бардин Дж., Купер Л. Н., Шриффер Дж. Р.	За разработку теории сверхпроводимости, обычно называемой теорией БКШ (Бардина — Купера — Шриффера).
1973 г.	Эсаки Л., Джайевер А., Джозефсон Б.	За открытия в области туннельного эффекта и сверхпроводимости.
1974 г.	Райл М., Хьюиш Э.	За пионерские работы в области радиоастрофизики.
1975 г.	Бор О., Моттельсон Б., Рейнуотер Дж.	За открытие связи между коллективным движением и движением частицы в атомном ядре и развитие на основе этой связи теории структуры атомного ядра.
1976 г.	Рихтер Б., Тинг С.	За пионерскую работу по открытию тяжелых элементарных частиц нового типа.
1977 г.	Андерсон Ф., Мотт Н., Ван Флек Дж. Х.	За фундаментальные теоретические исследования электронной структуры магнитных и неупорядоченных систем.
1978 г.	Капица П. Л.	За фундаментальные изобретения и открытия в области физики низких температур.
	Пензиас А., Вильсон Р.	За открытие фонового микроволнового излучения из космоса.
1979 г.	Вайнберг С., Глэшоу Ш., Салам А.	За фундаментальный вклад в создание единой теории слабых и сильных взаимодействий.
1980 г.	Кронин Дж., Фитч В.	За открытие нарушения фундаментальных принципов симметрии в распаде нейтральных К-мезонов.

ФИЗИКИ И ФИЗИКО-ХИМИКИ — ЛАУРЕАТЫ НОБЕЛЕВСКОЙ ПРЕМИИ ПО ХИМИИ

1901 г. **Вант-Гофф** Я. Х.
1903 г. **Аррениус** С. А.
1904 г. **Рамзай** У.
1908 г. **Резерфорд** Э.
1909 г. **Оствальд** В. Ф.
1911 г. **Склодовская-Кюри** М.
1920 г. **Нернст** В.
1921 г. **Содди** Ф.
1922 г. **Астон** Ф. У.
1932 г. **Ленгмюр** И.
1934 г. **Юри** Г. К.
1935 г. **Жолио-Кюри** Ф., **Жолио-Кюри** И.
1936 г. **Дебай** П.
1943 г. **Хевеши** Д.
1944 г. **Ган** О.
1951 г. **Макмиллан** Э. М., **Сиборг** Г. Т.
1954 г. **Полинг** Л. К.
1956 г. **Хиншелвуд** С. Н., **Семенов** Н. Н.
1960 г. **Либби** У. Ф.
1966 г. **Малликен** Р. С.
1968 г. **Онсагер** Л.
1971 г. **Герцберг** Г.

ПРЕДМЕТНО-ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

ОГЛАВЛЕНИЕ

В. Акоста,
К. Кован,
Б. Грэм

ОСНОВЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ

Редактор В. А. Обменина

Художник С. Ф. Лухин

Художественный редактор В. М. Прокофьев

Технический редактор В. Ф. Коскина

Корректор Н. В. Бурдина

ИБ № 4806

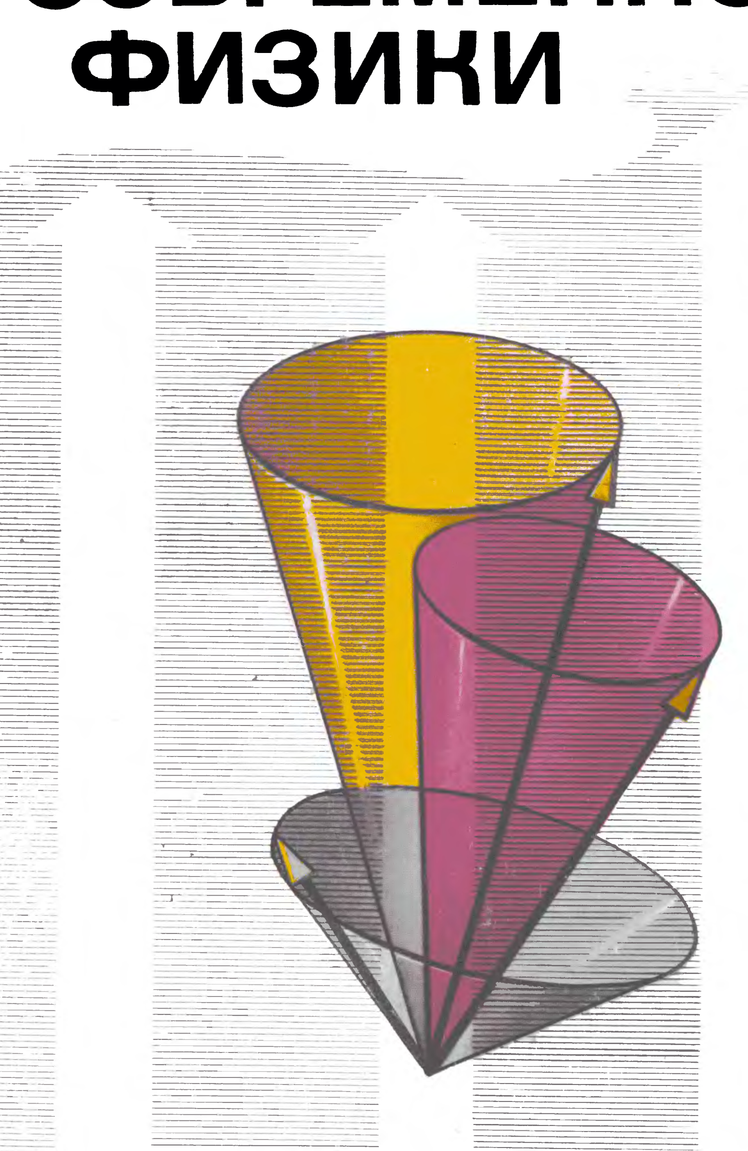
Сдано в набор 04.09.80. Подписано к печати 02.06.81. $60 \times 90\,^1/_{16}$. Бумага офсетная № 2. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Усл. печ. л. 31 + форзац 0,25. Усл. кр. отт. 62,81. Уч.-изд. л. 32,84 + форзац 0,36. Тираж 100 000 экз. Заказ № 744. Цена 1 руб. 80 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного Комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Ярославский полиграфкомбинат Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 150014, г. Ярославль, ул. Свободы, 97.

В. Акоста
К. Кован
Б. Грэм

ОСНОВЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ



ФИЗИЧЕСКИЕ

Наименование	Символ	Значение в СИ
Скорость света (в вакууме)	c	2,99792458 $м \cdot c^{-1}$
Постоянная Планка	h	$6{,}62676 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Дирака	$\hbar$	$1{,}05458 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Заряд электрона	$\bar{e}$	$-1{,}6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл
Атомная единица массы	а. е. м	$1{,}6605655 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя электрона	m_e	$9{,}109534 \cdot 10^{-31}$ кг $5{,}4858026 \cdot 10^{-4}$ а.е.м.
Масса покоя протона	m_p	$1{,}6726485 \cdot 10^{-27}$ кг 1,00727647 а.е.м.
Масса покоя нейгрона	m_n	$1{,}6749543 \cdot 10^{-27}$ кг 1,00866501 а.е.м.
Число Авогадро	N_A	6,022045 $моль^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8,31441 $Дж \cdot моль^{-1} \cdot K^{-1}$
Постоянная Больцмана	k	$1{,}380662 \cdot 10^{-23}$ $Дж \cdot K^{-1}$

ПОСТОЯННЫЕ

Наименование	Символ	Значение в СИ
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}854188 \cdot 10^{-12}$ Ф·м$^{-1}$
Магнитная постоянная	μ_0	$12{,}566371 \cdot 10^{-7}$ Гн·м$^{-1}$
Гравитационная постоянная	G	$6{,}6720 \cdot 10^{-11}$ Н·м^{2}·кг$^{-2}$
Комптоновская длина волны электрона	λ_e	$2{,}4263089 \cdot 10^{-12}$ м
Гиромагнитное отношение	$e/2m_e$	$8{,}7940 \cdot 10^{10}$ Кл·кг$^{-1}$
Электронный боровский магнетон	μ_B	$9{,}274078 \cdot 10^{-24}$ Дж·Тл$^{-1}$
Ядерный магнетон	μ_N	$5{,}090 \cdot 10^{-27}$ Дж·Тл$^{-1}$
Магнитный момент протона	μ_{pz}	$2{,}7928\ \mu_N$
Магнитный момент нейтрона	μ_{nz}	$-1{,}1913\ \mu_N$
Постоянная Ридберга	R_∞	$1{,}097373 \cdot 10^{7}$ м$^{-1}$
Радиус Бора	r_1	$5{,}291779 \cdot 10^{-11}$ м

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТОВ Д.И. МЕНДЕЛЕЕВА

ПЕРИОДЫ	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII		
1	(H)						1 H 1,0079 $1s^1$ ВОДОРОД	2 He 4,00260 $1s^2$ ГЕЛИЙ		
2	3 Li 6,94 $2s^1$ ЛИТИЙ	4 Be 9,01218 $2s^2$ БЕРИЛЛИЙ	5 B 10,81 $2s^22p^1$ БОР	6 C 12,011 $2s^22p^2$ УГЛЕРОД	7 N 14,0067 $2s^22p^3$ АЗОТ	8 O 15,9994 $2s^22p^4$ КИСЛОРОД	9 F 18,99840 $2s^22p^5$ ФТОР	10 Ne 20,179 $2s^22p^6$ НЕОН		
3	11 Na 22,98977 $3s^1$ НАТРИЙ	12 Mg 24,305 $3s^2$ МАГНИЙ	13 Al 26,98154 $3s^23p^1$ АЛЮМИНИЙ	14 Si 28,086 $3s^23p^2$ КРЕМНИЙ	15 P 30,97376 $3s^23p^3$ ФОСФОР	16 S 32,06 $3s^23p^4$ СЕРА	17 Cl 35,453 $3s^23p^5$ ХЛОР	18 Ar 39,948 $3s^23p^6$ АРГОН		
4	19 K 39,098 $4s^1$ КАЛИЙ	20 Ca 40,08 $4s^2$ КАЛЬЦИЙ	21 Sc $3d^14s^2$ 44,9559 СКАНДИЙ	22 Ti $3d^24s^2$ 47,90 ТИТАН	23 V $3d^34s^2$ 50,941 ВАНАДИЙ	24 Cr $3d^54s^1$ 51,996 ХРОМ	25 Mn $3d^54s^2$ 54,9380 МАРГАНЕЦ	26 Fe $3d^64s^2$ 55,847 ЖЕЛЕЗО	27 Co $3d^74s^2$ 58,9332 КОБАЛЬТ	28 Ni $3d^84s^2$ 58,70 НИКЕЛЬ
	29 Cu $3d^{10}4s^1$ 63,546 МЕДЬ	30 Zn $3d^{10}4s^2$ 65,38 ЦИНК	31 Ga 69,72 $4s^24p^1$ ГАЛЛИЙ	32 Ge 72,59 $4s^24p^2$ ГЕРМАНИЙ	33 As 74,9216 $4s^24p^3$ МЫШЬЯК	34 Se 78,96 $4s^24p^4$ СЕЛЕН	35 Br 79,904 $4s^24p^5$ БРОМ	36 Kr 83,80 $4s^24p^6$ КРИПТОН		
5	37 Rb 85,4678 $5s^1$ РУБИДИЙ	38 Sr 87,62 $5s^2$ СТРОНЦИЙ	39 Y $4d^15s^2$ 88,9059 ИТТРИЙ	40 Zr $4d^25s^2$ 91,22 ЦИРКОНИЙ	41 Nb $4d^45s^1$ 92,9064 НИОБИЙ	42 Mo $4d^55s^1$ 95,94 МОЛИБДЕН	43 Tc $4d^55s^2$ [97] ТЕХНЕЦИЙ	44 Ru $4d^75s^1$ 101,07 РУТЕНИЙ	45 Rh $4d^85s^1$ 102,9055 РОДИЙ	46 Pd $4d^{10}5s^0$ 106,4 ПАЛЛАДИЙ
	47 Ag $4d^{10}5s^1$ 107,868 СЕРЕБРО	48 Cd $4d^{10}5s^2$ 112,40 КАДМИЙ	49 In 114,82 $5s^25p^1$ ИНДИЙ	50 Sn 118,69 $5s^25p^2$ ОЛОВО	51 Sb 121,75 $5s^25p^3$ СУРЬМА	52 Te 127,60 $5s^25p^4$ ТЕЛЛУР	53 I 126,9045 $5s^25p^5$ ИОД	54 Xe 131,30 $5s^25p^6$ КСЕНОН		
6	55 Cs 132,9054 $6s^1$ ЦЕЗИЙ	56 Ba 137,34 $6s^2$ БАРИЙ	57 La* $5d^16s^2$ 138,9055 ЛАНТАН	72 Hf $5d^26s^2$ 178,49 ГАФНИЙ	73 Ta $5d^36s^2$ 180,9479 ТАНТАЛ	74 W $5d^46s^2$ 183,85 ВОЛЬФРАМ	75 Re $5d^56s^2$ 186,207 РЕНИЙ	76 Os $5d^66s^2$ 190,2 ОСМИЙ	77 Ir $5d^76s^2$ 192,22 ИРИДИЙ	78 Pt $5d^96s^1$ 195,09 ПЛАТИНА
	79 Au $5d^{10}6s^1$ 196,9665 ЗОЛОТО	80 Hg $5d^{10}6s^2$ 200,59 РТУТЬ	81 Tl 204,37 $6s^26p^1$ ТАЛЛИЙ	82 Pb 207,2 $6s^26p^2$ СВИНЕЦ	83 Bi 208,9804 $6s^26p^3$ ВИСМУТ	84 Po [209] $6s^26p^4$ ПОЛОНИЙ	85 At [210] $6s^26p^5$ АСТАТ	86 Rn [222] $6s^26p^6$ РАДОН		
7	87 Fr [223] $7s^1$ ФРАНЦИЙ	88 Ra [226] $7s^2$ РАДИЙ	89 Ac** $6d^17s^2$ [227] АКТИНИЙ	104 Ku $6d^27s^2$ [261] КУРЧАТОВИЙ	105 Ns [261] (НИЛЬСБОРИЙ)	106 E-W [263]	107 E-Re [261]			

*Л А Н Т А Н О И Д Ы

58 Ce $6s^2$ $5d^1$ $4f^1$ 140,12 ЦЕРИЙ	59 Pr 140,9077 $4f^36s^2$ ПРАЗЕОДИМ	60 Nd 144,24 $4f^46s^2$ НЕОДИМ	61 Pm [145] $4f^56s^2$ ПРОМЕТИЙ	62 Sm 150,4 $4f^66s^2$ САМАРИЙ	63 Eu 151,96 $4f^76s^2$ ЕВРОПИЙ	64 Gd $6s^2$ $5d^1$ $4f^7$ 157,25 ГАДОЛИНИЙ	65 Tb 158,9254 $4f^96s^2$ ТЕРБИЙ	66 Dy 162,50 $4f^{10}6s^2$ ДИСПРОЗИЙ	67 Ho 164,9304 $4f^{11}6s^2$ ГОЛЬМИЙ	68 Er 167,26 $4f^{12}6s^2$ ЭРБИЙ	69 Tm 168,9342 $4f^{13}6s^2$ ТУЛИЙ	70 Yb 173,04 $4f^{14}6s^2$ ИТТЕРБИЙ	71 Lu $6s^2$ $5d^1$ $4f^{14}$ 174,97 ЛЮТЕЦИЙ

**А К Т И Н О И Д Ы

90 Th 232,0381 $6d^27s^2$ ТОРИЙ	91 Pa $7s^2$ $6d^1$ $5f^2$ [231] ПРОТАКТИНИЙ	92 U $7s^2$ $6d^1$ $5f^3$ 238,029 УРАН	93 Np $7s^2$ $6d^1$ $5f^4$ [237] НЕПТУНИЙ	94 Pu [244] $5f^67s^2$ ПЛУТОНИЙ	95 Am [243] $5f^77s^2$ АМЕРИЦИЙ	96 Cm $7s^2$ $6d^1$ $5f^7$ [247] КЮРИЙ	97 Bk $7s^2$ $6d^1$ $5f^8$ [247] БЕРКЛИЙ	98 Cf [251] $5f^{10}7s^2$ КАЛИФОРНИЙ	99 Es [254] $5f^{11}7s^2$ ЭЙНШТЕЙНИЙ	100 Fm [257] $5f^{12}7s^2$ ФЕРМИЙ	101 Md [258] $5f^{13}7s^2$ МЕНДЕЛЕЕВИЙ	102 (No) [255] $5f^{14}7s^2$ (НОБЕЛИЙ)	103 (Lr) [256] $5f^{14}6d^17s^2$ (ЛОУРЕНСИЙ)